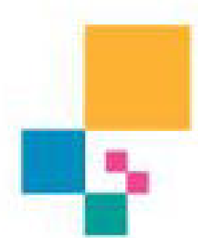
LEERBOEK DEEL 2 | WISKUNDE | 12E EDITIE | 4 VMBO-KGT

GETAL & RUIMTE


Noordhoff

Getal & Ruimte

Leerboek

4 vmbo-kgt deel 2

Twaalfde editie, 2021

Noordhoff
Groningen

Auteurs

C. J. Admiraal
J. H. Dijkhuis
J. A. Verbeek
G. de Jong
H. J. Houwing
J. D. Kuis
F. ten Klooster
S. K. A. de Waal
J. van Braak
J. H. M. Liesting-Maas
M. Wieringa
M. L. M. van Maarseveen
R. D. Hiele
J. E. Romkes
M. Haneveld
S. Voets
I. Cornelisse
M. Vos
B. W. van Laarhoven

Voorwoord

Aan de docent(e),
Deel 4 vmbo-KGT2 is bestemd voor de vierde klassen van de theoretische, gemengde en kaderberoepsgerichte leerweg van het vmbo.
Dit deel bereidt de leerlingen voor op het Centraal Schriftelijk Examen. Het bevat alle leerstof uit de domeinen rekenen, meten en schatten, algebraïsche verbanden en meetkunde. Het domein statistiek en kans wordt afgesloten met een schoolexamen.
De leerstof voor het domein statistiek en kans staat in deel 3 vmbo-KGT1 hoofdstuk 4 en deel 4 vmbo-KGT1 hoofdstuk 1.
De delen voor het vierde leerjaar zijn gebaseerd op vier lesuren van 50 minuten per week.

De opbouw
De opbouw van de hoofdstukken 5, 6, 7, en 8 is als volgt:
Paragraaf 1 Een verzameling opgaven met verwijzing naar de bijbehorende theorie in paragraaf 2.
Paragraaf 2 Een compleet overzicht van de theorie, met voorbeelden.
In de theorie wordt terugverwezen naar de opgaven uit paragraaf 1.
Bij veel theorieonderdelen hoort een demo.
Paragraaf 3 Een verzameling examenopgaven, passend bij het domein van het hoofdstuk met verwijzing naar de bijbehorende theorie.
De opbouw van de hoofdstukken maakt het mogelijk op verschillende manieren met de leerstof om te gaan. Meer daarover in het voorwoord voor de leerlingen.
Achter in het boek staan de complete examens 2018 en 2019.

Het werkboek en de antwoorden en uitwerkingen worden ook op papier uitgegeven.

Opmerkingen van gebruikers stellen we zeer op prijs.

Voorjaar 2021

Aan de leerling

Dit is het laatste wiskundeboek voor je examen. In dit deel wordt alle leerstof voor het Centraal Schriftelijk Examen nog een keer herhaald.
Het boek bestaat uit vier hoofdstukken.
Elk hoofdstuk heeft drie paragrafen:
§ 1 Opgaven
§ 2 Theorie
§ 3 Examenopgaven.

Je kunt op verschillende manieren werken.

manier 1:
Je begint met het maken van de opgaven. Kom je er niet uit, zoek dan in de theorie naar uitleg. In welke theorie je moet kijken, zie je aan de letter onder het opgavenummer.

manier 2:
Je begint met het doornemen van de theorie. Bij elke theorie staan de opgaven vermeld die daarbij horen. Je kunt die opgaven maken om de theorie te oefenen. Vaak is een opgave onderdeel van een serie. Maak in dat geval de hele serie.

In paragraaf 3 van elk hoofdstuk vind je examenopgaven die bij het hoofdstuk passen.
Die opgaven komen uit examens van de afgelopen jaren. Er wordt verwezen naar de theorie die je indien nodig kunt doornemen.
Door die opgaven te maken krijg je een goed beeld van een examen.

Achter in het boek staan de vier complete examens uit 2018 en 2019.
Je moet zo'n examen kunnen maken in 120 minuten.

Inhoud

Differentiatie-opgave
[VMBO-GT] Leerlingen die de kaderberoepsgerichte leerweg volgen kunnen deze opgaven overslaan.

5 Rekenen, meten en schatten

In dit hoofdstuk herhaal je wat je hebt geleerd over rekenen, meten en schatten. Zo oefen je voor je examen. Bij wiskunde werkt het net als bij sport: trainen en volhouden helpt. Je kunt op verschillende manieren het hoofdstuk doorwerken.

manier 1
Je begint met het maken van de opgaven. Kom je er niet uit, zoek dan in de theorie naar uitleg. In welke theorie je moet kijken, zie je aan de letter onder het opgavenummer.

manier 2
Je begint met het doornemen van de theorie. Bij elke theorie staan de opgaven vermeld die daarbij horen. Je kunt die opgaven maken om de theorie te oefenen. Vaak is een opgave onderdeel van een serie. Maak in dat geval de hele serie.

Aan het eind van het hoofdstuk vind je examenopgaven die bij het hoofdstuk passen.





5.1 Opgaven

Water

Een Nederlander gebruikte in 2019 gemiddeld 106 liter water per dag.

1 E
Hoeveel liter water gebruiken alle Nederlanders samen per dag?

2 A,F,Q
Hoeveel liter water gebruiken alle Nederlanders samen per jaar? Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond af op één decimaal.

3 E,T
Hoeveel miljoen m^3 is dat?

Het totale waterverbruik loopt langzaam terug, maar voor bad en douche gebruikten we in 2019 ongeveer 7,8% meer water dan in 2014. Voor toiletspoeling gebruikten we 18% minder.

4 L
[▶ WERKBOEK] Vul de tabel verder in.

5 M
Met hoeveel procent is het totale waterverbruik teruggelopen?

WATERVERBRUIK PER PERSOON PER DAG

	2014	2019
bad en douche	47,3 liter	
wastafel	4,2 liter	2,1 liter
toiletspoeling	39 liter	
was	25,5 liter	10,5 liter
afwas	5,8 liter	2,1 liter
voedselbereiding	2 liter	2 liter
overige	8,2 liter	6,3 liter
totaal		

Pantoffeldiertje

6 G,R
Het pantoffeldiertje is erg klein. De kleinste soort is 50 micrometer.
Hoeveel meter is dat? Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Een micrometer is 0,001 mm.

7 G,R
Een pantoffeldiertje leeft van bacteriën. Een bacterie is kleiner dan een pantoffeldiertje. De kleinste soort is 0,000 75 millimeter.
Hoeveel meter is dat? Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.



Import en export

8 A,E
In 2017 was de import in Nederland $485 miljard.
Hoeveel miljard euro is dat? Rond af op één decimaal.
Gebruik € 1 = $ 1,10.

9 A,E,L
De export was 4,9% minder dan de import.
Hoeveel miljard euro was de export? Rond af op één decimaal.



Nieuwe Sluis

ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | **INFORMATIEF** 



De Nieuwe Sluis in Terneuzen, Zeeland, verbetert de doorstroming voor de scheepvaart tussen Nederland, België en Frankrijk. De Nieuwe Sluis wordt net zo groot als de sluizen in het Panamakanaal, 427 m lang, 55 m breed en 16,44 m diep. In 2019 is begonnen met de aanleg van de Nieuwe Sluis. Men verwacht dat in 2022 de eerste schepen door de sluis zullen varen. Die schepen varen dan over het 32 km lange Kanaal van Gent naar Terneuzen, dat half in Nederland en half in België ligt.

10 BQ
Hoeveel m^3 water past er straks in de Nieuwe Sluis?

11 F,T
Hoeveel liter water is dat? Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond af op één decimaal.

12 R
Een klein schip vaart 7 zeemijlen per uur.
Hoelang doet dat schip er ongeveer over om van Terneuzen naar Gent te varen?

> 1 zeemijl = 1852 meter

Briefjes van €500

13 R Kopieerpapier zit in pakken van 500 vel. Zo'n pak is ongeveer 5 cm dik.
Bereken de dikte van één velletje kopieerpapier in millimeters.

14 E In 2019 was het BBP van Nederland 824,9 miljard euro.
Hoeveel briefjes van €500 zijn dat?

Het bruto binnenlands product (BBP) is de waarde van de totale productie in Nederland. Het BBP is een belangrijke maatstaf voor de economische prestaties van een land.

15 E,R Stel dat een velletje kopieerpapier even dik is als een briefje van €500. Stel ook dat je van alle briefjes van de vorige opgave een hoge stapel kunt maken.
Hoeveel kilometer is de hoogte van die stapel dan?



Pijnstillers

Bij koorts, pijn, griep of verkoudheid kun je een pijnstiller gebruiken. De werkzame stof in de pijnstiller is vaak paracetamol. In één tablet zit 500 milligram paracetamol. Kinderen krijgen een lagere dosering dan ouderen.

leeftijd	aantal tabletten	aantal toedieningen
4 tot 6 jaar	$\frac{1}{2}$ tablet	3 tot 4 keer per dag
6 tot 9 jaar	$\frac{1}{2}$ tablet	4 tot 6 keer per dag
9 tot 12 jaar	1 tablet	3 tot 4 keer per dag
12 tot 15 jaar	1 tablet	4 tot 6 keer per dag
volwassenen	1 tot 2 tabletten	tot 6 keer per dag

16 V Hoeveel gram paracetamol mogen kinderen van 6 tot 9 jaar maximaal per dag innemen?

17 V Hoeveel gram paracetamol mogen volwassenen maximaal per dag innemen?

18 V Bij een farmaceutisch bedrijf is 6 ton paracetamol geproduceerd. Hoeveel tabletten paracetamol van 500 mg kunnen zij daarvan maken?

Nederlandse wegen

Onder Nederlandse wegen wordt verstaan verharde wegen, vaarwegen, spoorwegen en fietspaden.



19 E,R De lengte van alle Nederlandse wegen samen is ongeveer 183 miljoen meter. Hoeveel kilometer is dat?

20 E,P,R Van de 183 miljoen meter wegen is 850 km spoorweg zonder elektrische bovenleiding.
Hoeveel promille is dat?

Spaarrekening

Saban opent op 1 januari 2015 een spaarrekening. Hij zet daar €950 op. De bank geeft 0,5% rente per jaar.

21 L Hoeveel euro heeft Saban op 1 januari 2016 op zijn rekening staan?

22 L Hoeveel staat er op 1 januari 2017 op zijn rekening?

23 L Op 1 januari 2018 stort hij €1500 bij op zijn rekening. Het rentepercentage wordt 0,25% lager.
Hoeveel staat er op 1 januari 2019 op zijn rekening?

24 L Op 1 januari 2020 neemt hij zijn hele spaartegoed op.
Hij wil een scooter kopen van €2450.
Hoeveel euro heeft hij te veel of te weinig?

Huishoudens 2007 – 2025

Het aantal huishoudens in de Randstad zal de komende jaren toenemen. De tabel gaat over het verwachte aantal huishoudens in de Randstad.

HUISHOUDENS IN DE RANDSTAD

	aantal huishoudens
2007	6 200 000
2025	8 000 000

25 M Hoeveel is de absolute toename van het verwachte aantal huishoudens van 2007 tot 2025?

26 M En hoeveel is de procentuele toename?

De regio Groot-Amsterdam en de provincie Utrecht groeien naar verwachting elk met 17%. In Groot-Amsterdam komen er 90 duizend huishoudens bij, in de provincie Utrecht 100 duizend.

	percentage	**Groot-Amsterdam**	**provincie Utrecht**
2007	100%		
toename	17%	90 000	100 000
2025			

27 O [▶ WERKBOEK] Hoeveel huishoudens heeft Groot-Amsterdam in 2007? Zet je antwoord in de tabel.

28 L [▶ WERKBOEK] Hoeveel huishoudens heeft Groot-Amsterdam naar verwachting in 2025? Zet je antwoord in de tabel.

29 L,O [▶ WERKBOEK] Hoeveel huishoudens heeft Utrecht naar verwachting in 2025? Zet je antwoord in de tabel.

Oranje verf mengen

Voor het maken van oranje verf meng je 3 delen rood met 5 delen geel.



30 W Hoeveel milliliter rode en gele verf heb je nodig om 1,5 liter oranje verf te maken?

31 M Hoeveel procent van de oranje verf is rode verf?

Groene verf



Paula maakt groene muurverf. Zij mengt 5 delen blauw met 4 delen geel.
Paula heeft nog 800 mL blauwe verf.

32 W Hoeveel gele verf moet zij daar bij doen?

33 T Hoeveel liter groene verf kan Paula maken?

Paarse verf

34 W Joris maakt paarse verf. Hij mengt 8 delen rood met 3 delen blauw en 2 delen geel. Hij heeft 720 mL rode verf. Blauwe verf en gele verf heeft hij nog genoeg.
Hoeveel milliliter paarse verf kan hij maken?

Bloed

ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | **INFORMATIEF**

Bloed

Een mens heeft zo'n 5,5 liter bloed, dat in de bloedvaten wordt rondgepompt. Het bloed bestaat uit bloedplasma en bloedcellen. Bloedplasma is een gelige vloeistof waarin bloedeiwitten en allerlei voedingsstoffen, afvalstoffen, hormonen en ook zuurstof en koolzuur zijn opgelost. Daarnaast bestaat het bloed uit witte en rode bloedcellen en uit bloedplaatjes. Rode bloedcellen hebben een doorsnee van 7 à 8 micrometer en een dikte van 2 micrometer.

35 E,F,T Per milliliter zijn er ongeveer 5 400 000 000 rode bloedcellen.
Hoeveel rode bloedcellen zitten er in het bloed van een mens?
Gebruik het *informatief* hierboven.
Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

36 G,R Een rode bloedcel heeft een doorsnede van ongeveer 7,5 micrometer.
Hoeveel meter is dat? Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

> Een micrometer is 0,001 mm.

Bevolking

37 E,P
Analfabetisme is het niet kunnen lezen en schrijven.
In 2015 was naar schatting 14,7‰ van de Nederlandse bevolking analfabeet.
Hoeveel mensen zijn dat?

38 C,E,P,Q
In een jaar groeit de Nederlandse bevolking met gemiddeld 7,9‰.
Hoeveel personen zijn dat ongeveer per dag? Rond af op tientallen.

Jubileum

39 L
Bij het 25-jarig jubileum van super Goedkoop worden voor één dag alle prijzen met 25% verlaagd.
De volgende dag verhoogt de bedrijfsleider de prijzen weer met 25%.
Laat met een berekening zien dat de prijzen na het jubileum niet hetzelfde zijn als ervoor.



Mengsmering

De vader van Salina heeft een oude bromfiets. De bromfiets rijdt op mengsmering.
Mengsmering bestaat uit benzine en olie in de verhouding 40 : 1.



40 T,W
Salina's vader heeft 6 liter benzine.
Hoeveel cc olie moet hij daarbij doen?

41 T,W
Hoeveel deciliter benzine zit er in een tank met 7 liter mengsmering? Rond af op één decimaal.

42 O
De prijs van de mengsmering is € 1,70 per liter inclusief 21% btw.
Bereken de prijs zonder btw.

Leerlingen



43 M
Van de 29 leerlingen van een vierde klas zijn er zeven die meer dan één onvoldoende bij een tentamen haalden.
Hoeveel procent is dat?

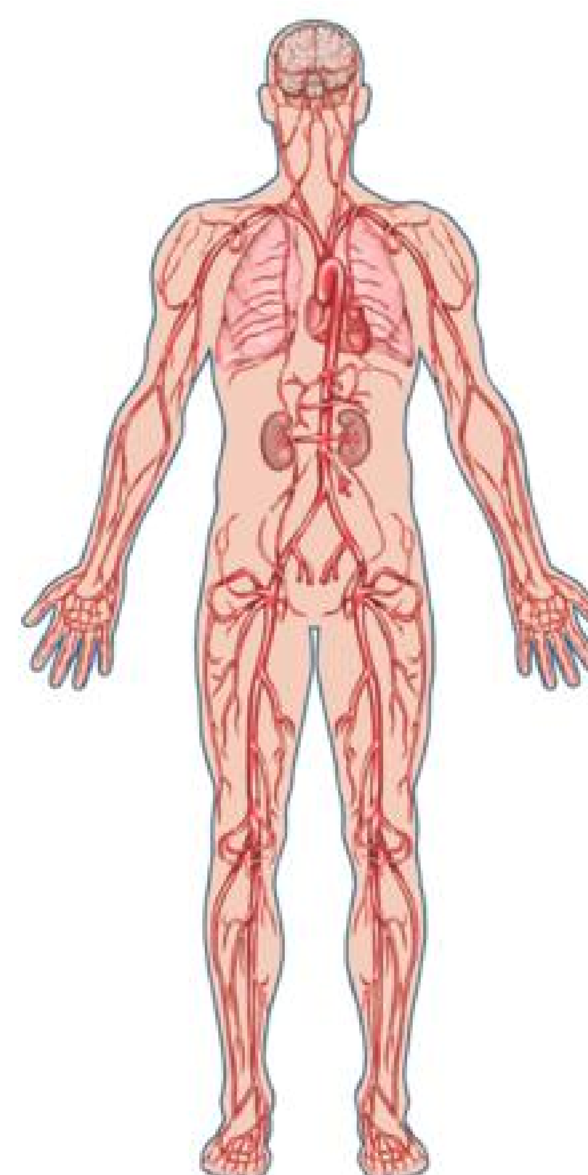
44 M
In de vierde klas van 29 leerlingen zitten drie leerlingen met dyslexie.
Hoeveel procent is dat?

45 M
Een tentamen duurt twee uur.
Leerlingen met dyslexie krijgen een half uur extra de tijd.
Hoeveel procent extra tijd is dat?

46 N
Van de vmbo-afdeling van het Willem de Zwijger College zijn drie leerlingen gezakt. Dat is 6,5%.
Hoeveel leerlingen deden examen?

Bloedvaten

Bloedvaten maken deel uit van de bloedsomloop.



47 R,6D
Hiernaast zie je een tekening van een volwassen man en zijn bloedvaten.
Geef een schatting van de schaal die bij de afbeelding hoort. Rond de schaal af op gehele getallen.

48 F,T
Bij een volwassen man stroomt door de bloedvaten 6 liter bloed. In 1 mm^3 bloed zitten 5 000 000 rode bloedcellen.
Bereken hoeveel rode bloedcellen er in 6 liter bloed zitten.
Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

49 G,R,8Q
Haarvaten zijn bloedvaten die heel erg dun zijn. De straal van een cilindervormig haarvat is 4 micrometer.
1 micrometer is gelijk aan 10^{-6} meter. Bij een volwassen man zijn de haarvaten in totaal 1200 km lang.
Bereken de totale inhoud van de haarvaten in cm^3.

> inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
> oppervlakte cirkel = π × straal^2

Digitale opslagruimte

50 X Hoeveel MB is 1,2 TB?
Gebruik
1 GB = 1000 MB
1 TB = 1000 GB.

51 X Wenying maakt foto's met haar smartphone. Zo'n foto heeft 4 MB opslagruimte nodig.
Hoeveel foto's kan Wenying opslaan op 1,5 GB opslagruimte?
Gebruik 1 GB = 1000 MB.



52 X Voor één app heb je 36 MB opslagruimte nodig. Jordan heeft op zijn telefoon nog 1,7 GB opslagruimte.
Hoeveel apps kan Jordan nog opslaan op zijn telefoon?
Gebruik 1 GB = 1000 MB.

53 C,X Op een e-reader kun je een e-book lezen.
Op 1024 MB passen 500 e-books.
Hoeveel kB is een e-book ongeveer? Rond af op honderdtallen.
Gebruik 1 MB = 1000 kB.

Supercomputer

In de krant stond het volgende bericht.

ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | INFORMATIEF



Supercomputer Huygens uit top 100

Amsterdam – De Amsterdamse supercomputer Huygens is uit de top 100 van snelste rekenbreinen verdwenen. De Huygensmachine uit 2008 stond twee jaar geleden nog op plaats 53, nu op plaats 156. De snelste computer, de Chinese Tianhe-1A, maakt 2,6 miljoen miljard berekeningen per seconde. Dit is 60 procent sneller dan de Amerikaanse Cray Jaguar.



De snelheid van de Tianhe-1A is 2,6 miljoen miljard berekeningen per seconde.

54 F
2,6 miljoen miljard is als getal geschreven 2 600 000 000 000 000. Schrijf dit getal in de wetenschappelijke notatie.

Hiernaast staat een overzicht van rekensnelheden van computers. Hier is flop een afkorting van *floating point operations per second*.
1 flop = 1 berekening per seconde
De supercomputer Huygens heeft een snelheid van 60 teraflop.

naam	flops
megaflop	10^6
gigaflop	10^9
teraflop	10^{12}
petaflop	10^{15}
exaflop	10^{18}
zettaflop	10^{21}

55 A,I
Hoeveel keer sneller is de Tianhe-1A dan de Huygens? Rond je antwoord af op een geheel getal.

56 E,O
In de krant staat: ‘De snelste computer, de Chinese Tianhe-1A, maakt 2,6 miljoen miljard berekeningen per seconde. Dit is 60 procent sneller dan de Amerikaanse Cray Jaguar.’
Hoeveel berekeningen maakt de Cray Jaguar per seconde?

Baikalmeer

In Siberië ligt het diepste meer ter wereld, het Baikalmeer. Dat meer bevat vele duizenden km^3 zoet water.



57 F,T
Bereken hoeveel liter water er in 1 km^3 gaat. Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

58 F,K,P
De totale hoeveelheid water op aarde is ongeveer $1{,}4 \times 10^{21}$ liter. Daarvan is 2,5% zoet water. Van dat zoete water bevindt 0,6 promille zich in het Baikalmeer.
Laat met een berekening zien dat het Baikalmeer $2{,}1 \times 10^{16}$ liter zoet water bevat.

59 E,F,Q
Op een bepaald moment leefden er zo’n 6,5 miljard mensen op aarde. Een mens gebruikt gemiddeld 126 liter zoet water per dag.
Bereken hoeveel hele jaren het Baikalmeer minimaal al deze mensen van zoet water zou kunnen voorzien.

ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | INFORMATIEF

Biologische landbouw

Biologische landbouw is een landbouwvorm die rekening houdt met het milieu en dierenwelzijn. Dieren krijgen meer ruimte en kunnen meer hun natuurlijk gedrag vertonen. Er zijn verschillende keurmerken die dit controleren.



60 A,H,I
Op een boerderij met een biologisch keurmerk is de norm 9 legkippen per vierkante meter. In een legbatterij hebben de kippen een A4-tje tot hun beschikking.
Hoeveel keer zo veel ruimte heeft een kip met een biologisch keurmerk? Rond af op één decimaal.

Papierformaten
A0 = 1 m^2
A1 = 0,5 m^2 ($\times \frac{1}{2}$)
A2 = 0,25 m^2 ($\times \frac{1}{2}$)
Enzovoorts

61 B,C,S
Voor schapen die in de wei lopen rekent een biologische boer gemiddeld 15 schapen per hectare.
Hoeveel vierkante meter is dat per schaap? Rond af op honderdtallen.

62 V
Wieger heeft een boerderij met 130 melkschapen.
De melkproductie is per schaap 450 kg per jaar.
Hoeveel ton melk heeft Wieger per jaar?

63 C,V
Van de totale melkproductie maakt Wieger 8000 kg kaas. De schapenkazen die Wieger maakt wegen per stuk 300 gram.
Hoeveel kazen maakt hij per jaar?
Rond af op duizendtallen.



Lichtjaar

64 Q,R
Licht gaat met een snelheid van 300 000 km/sec. De afstand van de zon tot de aarde is ongeveer 8 lichtminuten. Dat betekent dat het licht er 8 minuten over doet van de zon naar de aarde. Hoeveel kilometer is de afstand van de zon tot de aarde?



65 F,Q
Licht gaat met een snelheid van 300 000 km/sec.
Hoeveel km/uur is de lichtsnelheid? Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

66 A,F,Q,R
De afstand die het licht aflegt in een jaar heet een lichtjaar. Hoeveel kilometer is een lichtjaar? Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond af op twee decimalen.

67 A,F,R
Het sterrenbeeld Zwaan is op een afstand van 149 lichtjaren van de aarde.
Hoeveel kilometer is dat? Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond af op één decimaal.

Hardlopen

Jochem besluit mee te doen aan een hardloopwedstrijd. Hij gaat hiervoor elke week twee keer trainen.



68 A,U
Na een aantal weken trainen loopt Jochem zijn trainingsrondje van 6,7 km in precies 43 minuten. Bereken zijn gemiddelde snelheid in kilometer per uur. Rond je antwoord af op één decimaal.

69 M
Jochem merkt tijdens het trainen dat het steeds beter gaat. Hij gaat daarom zijn trainingsrondje van 6,7 km verlengen tot 8 km. Bereken met hoeveel procent de lengte van het trainingsrondje van Jochem dan toeneemt.

Bloemencorso

Een bloemencorso is een optocht van praalwagens die versierd zijn met bloemen.



70 E
Een bloemencorso in Brabant bestaat uit twaalf praalwagens. Voor dit Bloemencorso zijn 3 000 000 bloemen nodig. De bloemen worden aangeleverd in kratten. Elke krat bestaat uit 400 bloemen.
Bereken hoeveel kratten met bloemen er nodig zijn voor dit bloemencorso.

71 E
Er zijn twee praalwagens die elk 400 000 bloemen nodig hebben.
Bereken hoeveel van de 3 000 000 bloemen er gemiddeld per praalwagen overblijven voor de overige tien praalwagens.

72 O
De prijs per bloem is € 0,02 inclusief 9% btw. Neem aan dat alle bloemen gekocht moeten worden.
Bereken hoeveel euro aan btw in totaal betaald moet worden voor de 3 000 000 bloemen.

73 Q
Als 30 mensen de bloemen op een praalwagen bevestigen, zijn ze daar per persoon gemiddeld 36,5 uur mee bezig. Het bevestigen van alle bloemen op een praalwagen gaat met 45 mensen sneller.
Bereken hoeveel uren en minuten het dan per persoon sneller gaat.
Rond af op hele minuten.

Etiket

Je ziet het etiket van een fles tweedrank.

Tweedrank

Inhoud	500 ml, 583 g
Ingrediënten	85% sinaasappel
	15% banaan
Voedingswaarde per glas (150 ml)	
Energie	248 kJ (59 kcal)
Eiwit	1,5 gram
Koolhydraten	12,8 gram
waarvan suikers	12,4 gram
Vet	0 gram
Voedingsvezel	3,0 gram
Vitamine C	41 mg

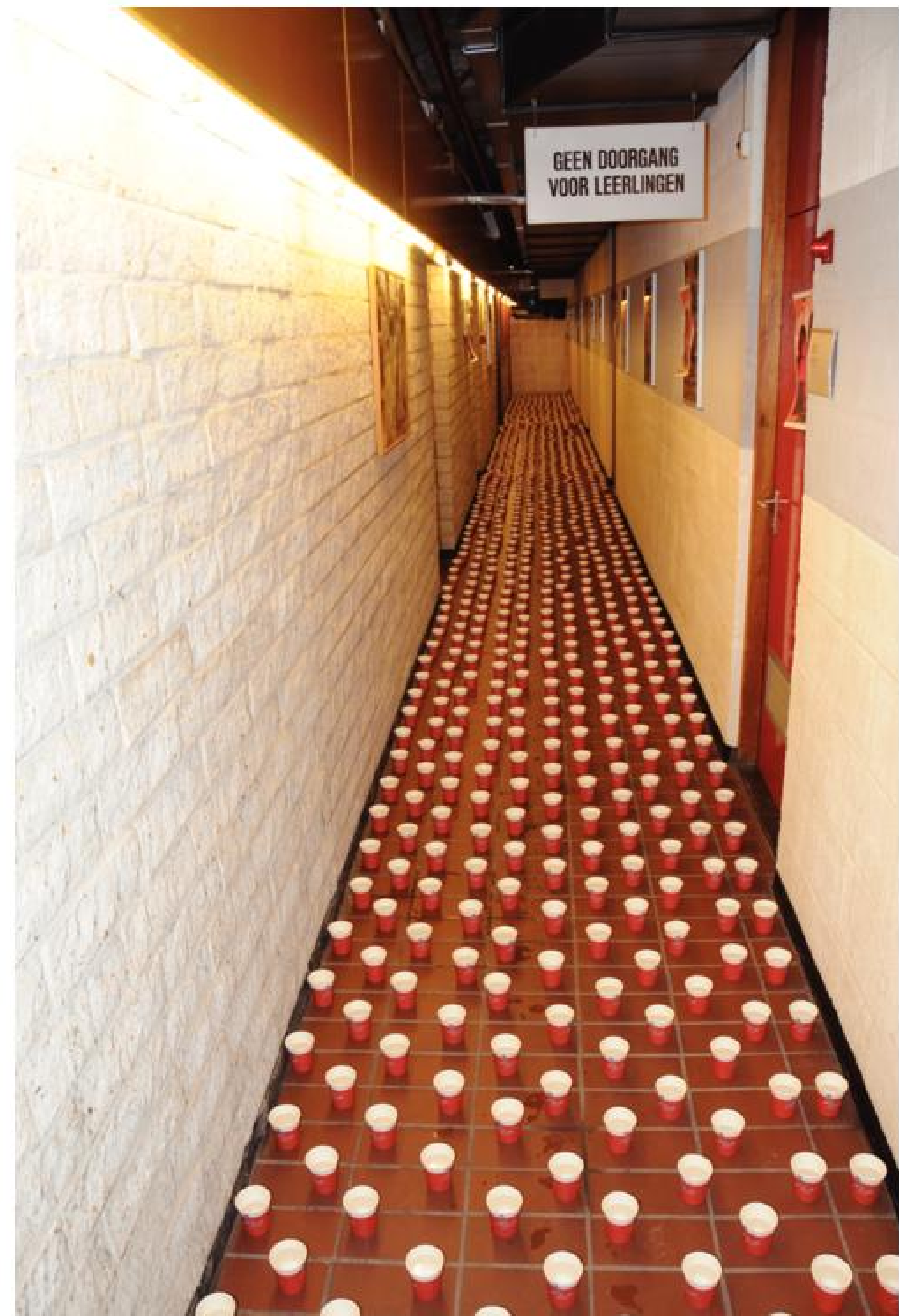
74 M
Berekenen hoeveel procent van de koolhydraten uit suikers bestaat.

75 A,N,V
De hoeveelheid vitamine C in een glas van deze tweedrank is 55% van de aanbevolen dagelijkse hoeveelheid vitamine C.
Bereken hoeveel mg de aanbevolen dagelijkse hoeveelheid vitamine C is. Rond af op één decimaal.

76 B,T,V Voor extra weerstand in de winter zijn er tabletten vitamine C te koop. Eén tablet bevat 1000 mg vitamine C.
Dima wil door het drinken van tweedrank evenveel vitamine C binnen krijgen als bij het slikken van één tablet vitamine C.
Bereken hoeveel flessen van deze tweedrank Dima dan minstens moet kopen om één tablet te vervangen.

Examenstunt

Als examenstunt hebben leerlingen op een school de gang naar de personeelskamer vol gezet met plastic bekertjes met limonade erin. Deze gang heeft 63 rijen met tegels. Op elke rij tegels staan 5 of 6 bekertjes. Op de eerste rij staan 6 bekertjes, op de tweede rij 5, op de derde rij weer 6, enzovoort.



77 Laat met een berekening zien dat in totaal 347 bekertjes gebruikt zijn.

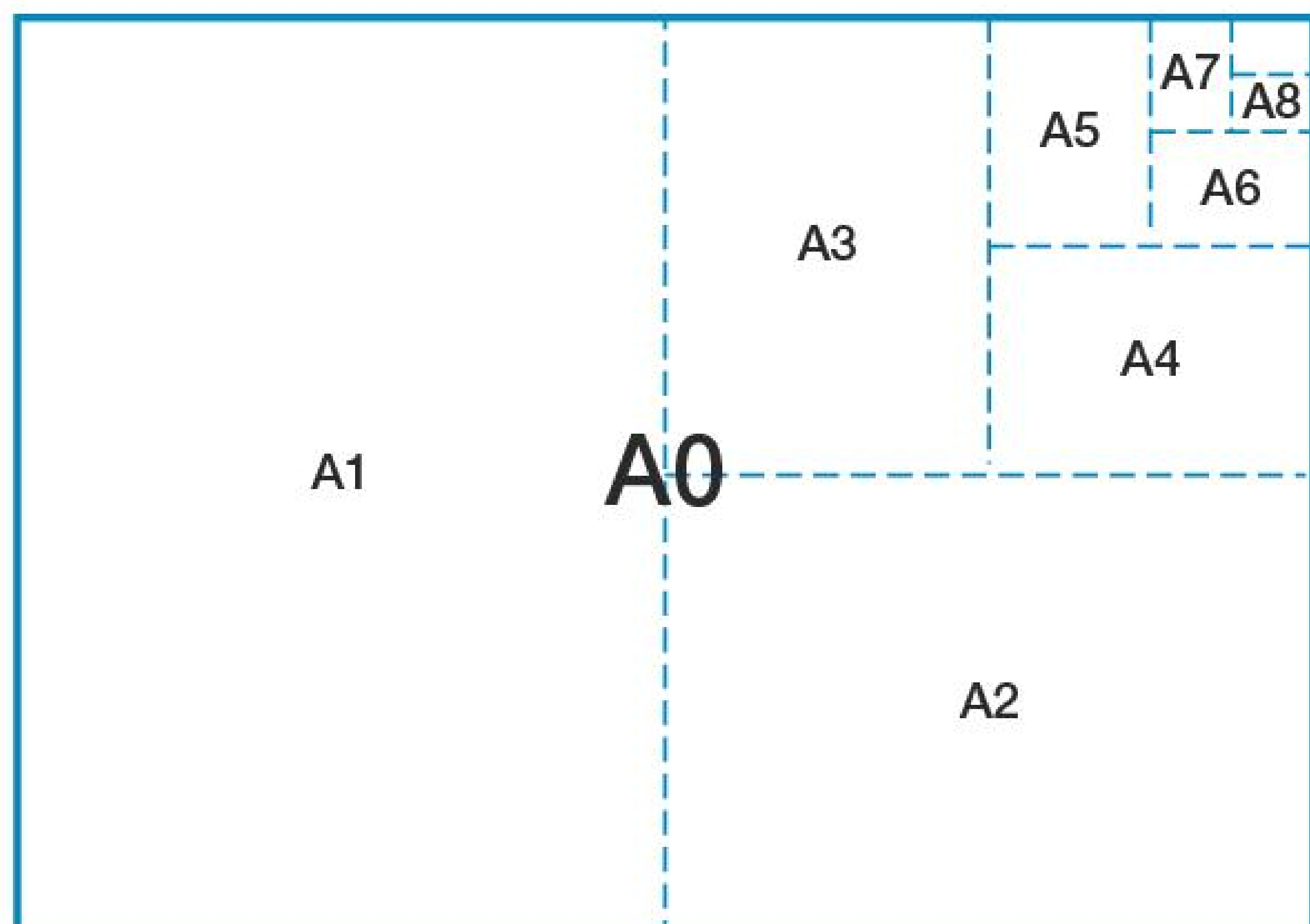
78 B,T,W Elk bekertje is gevuld met 20 cL limonade. De limonade is gemaakt van 1 deel siroop met 7 delen water. Hoeveel flessen siroop van 1 liter moesten de leerlingen kopen?

79 Er is € 7,65 aan siroop uitgegeven. Een rol van 50 bekertjes kost € 0,59. Er zijn 238 examenleerlingen.
Bereken hoeveel deze examenstunt per examenleerling heeft gekost.

80 Q De leerlingen hebben van tevoren geschat dat het vullen en neerzetten van een bekertje in de gang gemiddeld 10 seconden duurt. Ze wilden om 7:10 uur klaar zijn met het vullen en neerzetten van de bekertjes.
Bereken hoe laat ze moeten beginnen.

Papierformaten

Bijna iedereen kent A4 wel, wat het standaard papierformaat voor printers is. Maar er bestaat ook een A0, A1, A2 enzovoorts. A0 is het grootst, A1 is de helft van A0, A2 is de helft van A1, enzovoorts.



In de tekening zie je hoe je uit een A0 vel de andere papierformaten kunt halen.

81 Hoeveel keer past een A2 in een A0?

82 H A1 is $\frac{1}{2}$ deel van een A0.
Het hoeveelste deel van een A0 is een A2?

83 Het hoeveelste deel van een A0 is een A4?

84 I,S De oppervlakte van een A0 is 1 vierkante meter.
Hoeveel vierkante centimeter is de oppervlakte van een A4?

Aanhanger

85 H De aanhanger op de foto heeft een maximaal draagvermogen van 1300 kg. Hoeveel kg is dat per wiel?



BPM

De meest voorkomende eenheid voor het meten van de hartslag is het aantal slagen per minuut. Dit wordt meestal weergegeven als BPM, wat staat voor ‘beats-per-minute’. Om je conditie op te bouwen of om te vermageren moet je trainen met een bepaalde hartslagfrequentie. Die heeft te maken met een percentage van je maximale hartslag. De verschillende frequenties worden ingedeeld in zones. Het trainen binnen een bepaalde zone heeft telkens een ander effect op het lichaam. De maximale hartslag verschilt per persoon.

zone 5	90% <	uithoudingsvermogen	< 100%
zone 4	80% <	prestatie verhogend	< 90%
zone 3	70% <	verbetering hart en vaten	< 80%
zone 2	60% <	vetverbranding	< 70%
zone 1	50% <	minimale vetverbranding	< 60%

86 D,K
Maria heeft uitgezocht dat voor haar de maximale hartslag 186 BPM is.
Zij wil afvallen (vet verbranden).
Tussen welke waarden moet zij haar hartslag tijdens de training proberen te krijgen om dat te bereiken?



87 D,M
Van Jason is de maximale hartslag 160.
Tijdens een wandeling is zijn hartslag 85.
In welke zone valt deze activiteit voor hem?

Bouwkavel

88 N
De familie Smit besluit om een huis te laten bouwen.
De grond kost 70 875 euro. Dit is 35% van het totale bedrag dat de familie Smit voor het huis en de grond samen moet betalen.
Bereken het totale bedrag dat de familie Smit moet betalen.

5.2 Theorie

Theorie 5A Afronden decimale getallen

Opgaven 2, 8, 9, 55, 60, 66, 67, 68, 75

Voor het **afronden** van **decimale getallen** bestaan regels. Je kijkt naar de eerste cijfer dat je weglaat.

- Is dat cijfer een 5 of hoger? Dan wordt het cijfer ervoor 1 hoger. Dat is afronden naar boven.
- Is dat cijfer 4 of lager, dan verandert het cijfer ervoor niet. Dat is afronden naar beneden.

Voorbeeld Afronden decimale getallen

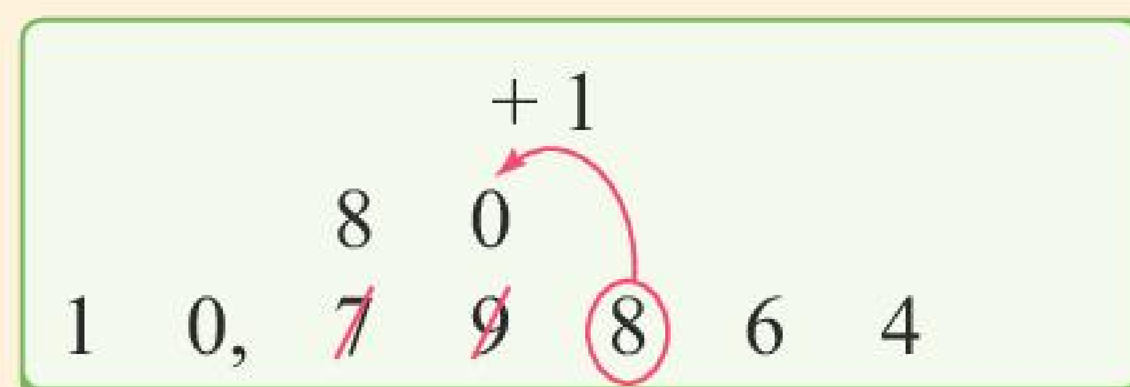
Opgave

a Rond 10,79864 af op twee decimalen.

b Rond 2,356 af op een geheel getal.

Aanpak

a Kijk naar het eerste cijfer dat je weglaat. Hier is dat de derde decimaal. Dat is een 8, dus afronden naar boven. De tweede decimaal wordt dan 1 hoger. Er staat een 9. Dat wordt 9 + 1 = 10. De tweede decimaal wordt een 0 en de decimaal ervoor wordt één hoger. De 0 achteraan moet blijven staan.



b Kijk naar het eerste cijfer dat je weglaat. Hier is dat de eerste decimaal. Dat is een 3, dus afronden naar beneden. Het getal voor de komma verandert niet.

Uitwerking

a 10,79864 is afgerond op twee decimalen 10,80.

b 2,356 is afgerond op een geheel getal 2.

Theorie 5B Afronden in praktische situaties

Opgave 61, 76, 78

De regels voor het **afronden** kun je niet altijd gebruiken.
Staat er bij een opgave niet hoe je moet afronden, gebruik dan de volgende regels:

– Kijk goed naar de situatie om te weten hoe je moet afronden.
– Geldbedragen rond je af op twee decimalen
– Bij contante betalingen rond je af op een veelvoud van vijf cent.

Contante betaling is betalen met bankbiljetten en munten.



Voorbeeld Praktisch afronden

Opgave
Chantal trakteert haar klasgenoten en de docent op ijs. Zij zit in een klas van 18 leerlingen. In een doos zitten 6 ijsjes.
Hoeveel dozen koopt Chantal?

Aanpak
Chantal heeft 18 + 1 = 19 ijsjes nodig.
Ze heeft 19 : 6 = 3,166... dozen ijsjes nodig.
Als Chantal drie dozen koopt heeft ze niet genoeg ijsjes.

Bij het berekenen van 19 : 6 geeft de rekenmachine 3,16666667.
Je schrijft de eerste drie decimalen op. Zet daarna drie puntjes.
Dus 19 : 6 = 3,166...

Uitwerking

19 : 6 = 3,166...
Chantal koopt 4 dozen.

Voorbeeld Contante betaling

Opgave
Job doet boodschappen. Op de kassa staat € 7,43.
Job betaalt contant.
Welk bedrag moet hij betalen?

€ 7,41 wordt € 7,40
€ 7,42 wordt € 7,40
€ 7,43 wordt € 7,45
€ 7,44 wordt € 7,45

Aanpak
Bij contante betaling rond je af op veelvouden van 5 cent.

Uitwerking

Job moet € 7,45 betalen

Theorie 5C Afronden op ronde getallen

Opgave 38, 53, 61, 63

Voor het **afronden** op **ronde getallen** kijk je naar het ronde getal dat er het dichtst bij ligt. Ligt het precies in het midden, dan rond je af naar boven.

Voorbeeld Afronden op ronde getallen

Opgave

a Rond 2567 af op honderdtallen.
b Rond 45 497 af op duizendtallen.

Aanpak

a 2567 ligt tussen de honderdtallen 2500 en 2600. Het ligt dichter bij 2600.
b 45 497 ligt tussen de duizendtallen 45 000 en 46 000. Het ligt dichter bij 45 000.

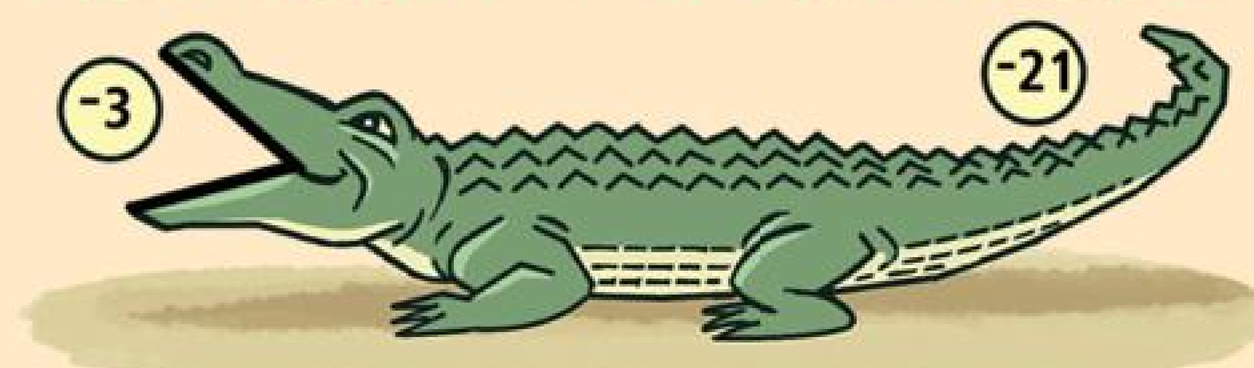
Uitwerking

a 2567 → 2600
b 45 497 → 45 000

Theorie 5D Groter dan, kleiner dan en gelijk aan

Opgaven 86, 87

Er bestaan tekens voor **groter dan**, **kleiner dan** en **gelijk aan**.
Het teken < betekent *is kleiner dan*.
Het teken > betekent *is groter dan*.
Het teken = betekent *is gelijk aan*.



−4 < 3	betekent −4 is kleiner dan 3.
18 > 17	betekent 18 is groter dan 17.
2 + 4 = 6	betekent 2 + 4 is gelijk aan 6.

Theorie 5E Grote getallen

Opgaven 1, 3, 8, 9, 14, 15, 19, 20, 35, 37, 38, 56, 59, 70, 71

Deze **vuistregel** hiernaast moet je uit je hoofd kennen.



Je kunt van getallen met de woorden **miljoen** en **miljard** getallen maken met alleen cijfers. Je gaat dan het getal voor het woord vermenigvuldigen met miljoen of miljard.

Een miljoen heeft zes nullen.
Bij vermenigvuldigen met een miljoen schuift de komma zes plaatsen naar rechts.

miljoen	= 1 000 000	6 nullen
miljard	= 1 000 000 000	9 nullen

Een miljard heeft negen nullen.
Bij vermenigvuldigen met een miljard schuift de komma negen plaatsen naar rechts.

Voorbeeld Grote getallen met alleen cijfers schrijven

Opgave

a Hoeveel inwoners heeft Nederland ongeveer? Schrijf je antwoord met alleen cijfers.
b Schrijf 1,23 miljoen met alleen cijfers.
c Schrijf 0,25 miljard met alleen cijfers.

Aanpak

a Gebruik de vuistregel. Een miljoen heeft zes nullen.
b Een miljoen heeft zes nullen. De komma schuift zes plaatsen naar rechts. Zet achter 1,23 voldoende nullen en schuif de komma zes plaatsen naar rechts.
c Een miljard heeft negen nullen. De komma schuift negen plaatsen naar rechts. Zet achter 0,25 voldoende nullen en schuif de komma negen plaatsen naar rechts. Haal de nul voor de 2 weg.

Uitwerking

a Nederland heeft ongeveer 17,5 miljoen inwoners.
17,5 miljoen = 17 500 000
b 1,23 miljoen = 1 230 000
c 0,25 miljard = 250 000 000

Je kunt van grote getallen met alleen cijfers getallen maken met het woord *miljoen* of *miljard*. Je gaat dan het getal delen door miljoen of miljard.
Een miljoen heeft zes nullen. Bij delen door een miljoen schuift de komma zes plaatsen naar links.
Een miljard heeft negen nullen. Bij delen door een miljard schuift de komma negen plaatsen naar links.

Voorbeeld Grote getallen in cijfers en woorden schrijven

Opgave

a Schrijf 857 390 000 met het woord *miljard*. Rond je antwoord af op twee decimalen.

b Ongeveer $\frac{1}{6}$ deel van de inwoners van Nederland woont in Noord-Holland.
Hoeveel miljoen inwoners heeft Noord-Holland ongeveer?
Rond af op één decimaal.

Aanpak

a Een miljard heeft negen nullen. De komma schuift negen plaatsen naar links.
Zoveel plaatsen zijn er niet. Zet daarom een nul vooraan. Rond af op twee decimalen.

b Gebruik de vuistregel.
In de vraag staat *Hoeveel miljoen*. Daarom gebruik je in het antwoord ook het woord miljoen. Je hoeft 17,5 miljoen niet eerst in cijfers te schrijven.
Bereken $\frac{1}{6} \times 17{,}5$.

Uitwerking

a 857 390 000 = 0,86 miljard

b Nederland heeft ongeveer 17,5 miljoen inwoners.
$\frac{1}{6} \times 17{,}5 = 2{,}916...$
In Noord-Holland wonen ongeveer 2,9 miljoen inwoners.

Theorie 5F Grote getallen in de wetenschappelijke notatie

Opgaven 2, 11, 35, 48, 54, 57-59, 65-67

De uitkomst van 123 666 × 98 765 432 is 12 213 925 913 712.
Het antwoord heeft 14 cijfers. Zo'n lang antwoord past niet op het scherm van je rekenmachine. Je rekenmachine maakt er een getal van met een macht van 10. Deze manier van opschrijven heet de **wetenschappelijke notatie**.

123666×98765432
$1.221392591 \times 10^{13}$

Een getal in de wetenschappelijke notatie bestaat uit twee delen. Het eerste deel heeft altijd één cijfer voor de komma. Dat cijfer mag niet 0 zijn. Het tweede deel is een macht van 10.
$6{,}35 \times 10^8$ is de wetenschappelijke notatie van 635 000 000.

$6{,}35 \times 10^8$
één cijfer voor de komma | macht van 10

Bij de wetenschappelijke notatie rond je het eerste deel vaak af.
Met *rond af op één decimaal* bedoelen we: Rond het eerste deel af op één decimaal. Bijvoorbeeld $6{,}82322 \times 10^5$ wordt $6{,}8 \times 10^5$.

Voorbeeld Grote getallen in de wetenschappelijke notatie

Opgave

a Schrijf $2{,}3 \times 10^4$ voluit.
b Schrijf $7{,}52 \times 10^8$ voluit.
c Bereken $3{,}5^{24}$. Schrijf de uitkomst in de wetenschappelijke notatie. Rond af op twee decimalen.

Aanpak

a $2{,}3 \times 10^4$ Er staat $\times 10^4$, dus komma 4 plaatsen naar rechts.
b $7{,}52 \times 10^8$ Er staat $\times 10^8$, dus komma 8 plaatsen naar rechts.
c Gebruik de machttoets $x^\blacksquare$ of ^ op je rekenmachine.

Uitwerking

a $2{,}3 \times 10^4 = 23\,000$
b $7{,}52 \times 10^8 = 752\,000\,000$
c $3{,}5^{24} = 1{,}14 \times 10^{13}$

Theorie 5G Kleine getallen in de wetenschappelijke notatie

Opgaven 6, 7, 36, 49

0,004 : 250 000 000 = 0,000 000 000 016. Dat antwoord past niet op het scherm van je rekenmachine.
De rekenmachine geeft als antwoord $1{,}6 \times 10^{-11}$.
$1{,}6 \times 10^{-11}$ is een voorbeeld van de **wetenschappelijke notatie** van een klein getal.
De **exponent** is een negatief getal.

0.004:250000000
1.6×10^{-11}

Je kunt een klein getal in de wetenschappelijke notatie voluit schrijven. De komma schuift dan naar links. Voor het eerste cijfer zet je zoveel nullen als de negatieve exponent aangeeft.

$4{,}09 \times 10^{-8} = \underbrace{0{,}0000000}_{\text{8 nullen}}409$ De komma schuift 8 plaatsen naar links.

Voorbeeld Wetenschappelijke notatie van kleine getallen

Opgave

a Schrijf $1{,}7 \times 10^{-11}$ voluit.
b Schrijf 0,000 000 006 180 8 in de wetenschappelijke notatie.
Rond af op één decimaal.
c De diameter van een virus ligt tussen de 2×10^{-8} m en 0,000 000 3 m.
Welk van de twee maten is het kleinst?

Aanpak

a Er staat $\times 10^{-11}$, dus komma 11 plaatsen naar links, dus 11 nullen vooraan.
b In 0,000 000 006 180 8 staan vooraan 9 nullen. De exponent is dus −9.
c Schrijf 0,000 000 3 in de wetenschappelijke notatie.
Het kleinste getal heeft de kleinste exponent.

Uitwerking

a $1{,}7 \times 10^{-11} = 0{,}000\,000\,000\,017$
b $0{,}000\,000\,006\,180\,8 = 6{,}2 \times 10^{-9}$
c $0{,}000\,000\,3$ m $= 3 \times 10^{-7}$ m
2×10^{-8} meter heeft de kleinste exponent en is dus het kleinst.

Theorie 5H Breuken met de rekenmachine

Opgaven 60, 82, 85

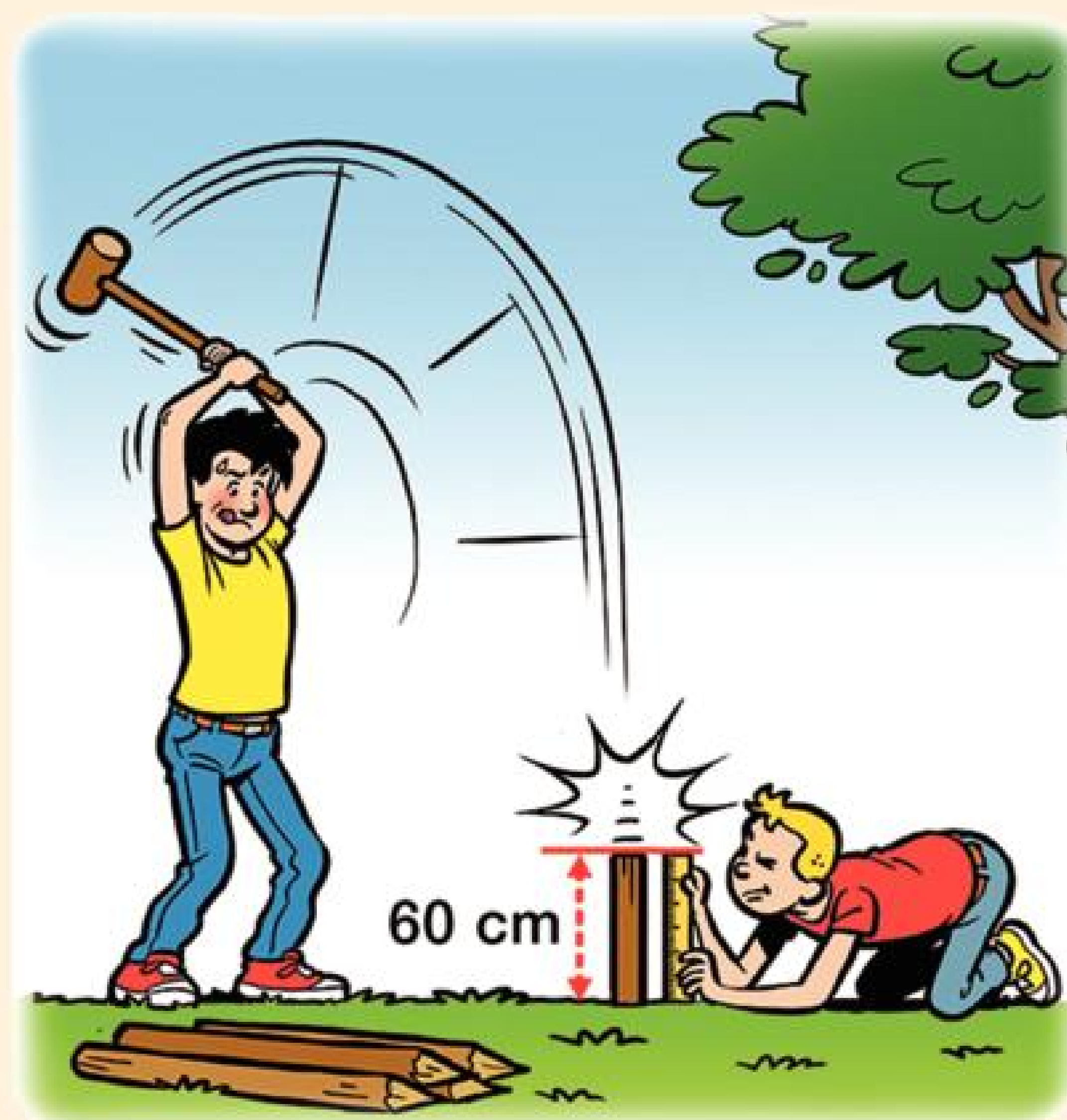
Hieronder zie je welke knoppen je gebruikt bij het rekenen met **breuken op de rekenmachine**.
Wil je een breuk intoetsen dan gebruik je [$\frac{n}{d}$] of [$\frac{▯}{▯}$].
Wil je een gemengde breuk intoetsen dan gebruik je [$u\frac{n}{d}$] of [$▯\frac{▯}{▯}$].
Wil je van een breuk een decimaal getal maken of andersom, dan gebruik je [◄►] of [S⇔D].

Voorbeeld Deel berekenen

Opgave

a Henrico en zijn broers verdelen 90 euro.
Henrico krijgt $\frac{2}{5}$ deel.
Hoeveel euro krijgt Henrico?

b Henrico slaat een paal in de grond.
Drie achtste deel zit onder de grond. Het gedeelte boven de grond is 60 cm.
Hoeveel centimeter is de totale lengte van de paal?



Aanpak

a Bereken $\frac{2}{5} \times 90$.

b Vijf achtste deel van de paal steekt boven de grond uit.
$\frac{5}{8}$ deel = 60 cm
Bereken eerst $\frac{1}{8}$ deel. De hele paal is $\frac{8}{8}$.

Uitwerking

a $\frac{2}{5} \times 90 = 36$
Henrico krijgt 36 euro.

b $\frac{5}{8}$ deel = 60 cm
$\frac{1}{8}$ deel = 60 : 5 = 12 cm
De totale paal is 8 × 12 = 96 cm.

Theorie 5I Rekenmachine

Opgaven 55, 60, 84

Bij berekeningen op de **rekenmachine** tik je eerst de hele berekening in.
Gebruik de [=] pas aan het einde van de berekening. Soms heb je nog de wisseltoets [S⇔D] of [◂▸] nodig om je antwoord in decimalen te krijgen.

Voorbeeld Rekenmachine

Opgave

Bereken. Rond zo nodig af op twee decimalen.

a $-9 \times -3 - 8$

b $-4 - -10$

c $6 + \sqrt{81 + 17} \times 3$

d $15{,}6^4 - 100$

e $\dfrac{(6+8) \times 2}{3 \times 9}$

Aanpak

Tik in op je rekenmachine:

a Om −9 in te toetsen gebruik je de negatiefmin. [(−)] 9

b − −10 tik je in als [−] [(−)] 10

c Om onder de wortel uit te komen gebruik je de cursortoets.

d Om achter de macht te komen, gebruik je de cursortoets.

e Gebruik de breukentoets.

Uitwerking

a $-9 \times -3 - 8 = 19$

b $-4 - -10 = 6$

c $6 + \sqrt{81 + 17} \times 3 = 35{,}70$

d $15{,}6^4 - 100 = 59\,124{,}09$

e $\dfrac{(6+8) \times 2}{3 \times 9} = 1{,}04$

Theorie 5J Procenten

Bij rekenen met **procenten** hoort een stappenplan.

1 Gebruik één van de **procententabellen** hieronder.

%	100		
€			

%	100		
aantal			

2 Vul de getallen in die je weet.

3 • Staan er boven in de tabel twee getallen? Zet dan daartussen een 1. Zet onder de 1 een kruisje.
• Staan er onder in de tabel twee getallen? Zet dan daartussen een 1. Zet boven de 1 een kruisje.

4 Zet een vraagteken bij wat je gaat berekenen.

5 Zet bogen boven of onder de tabel. Kies de kant waar drie getallen staan.

6 Zet berekeningen bij die bogen.

7 Zet bogen en dezelfde berekeningen aan de andere kant van de tabel.

8 Maak de berekening in één keer op je rekenmachine.

Theorie 5K Procenten gegeven

Opgaven 58, 86

Soms weet je hoeveel procent iets is. Je kunt dan het aantal berekenen.

Voorbeeld Aantal berekenen

Opgave

In een park hangen 240 nestkastjes. In 74,6% van deze kastjes broeden vogels. Hoeveel nestkastjes zijn dat?

Aanpak

- Maak een procententabel met onderin *aantal*. Bekijk eventueel theorie J.
- Je hebt alleen maar hele nestkastjes. Rond je eindantwoord dus af op helen.

Uitwerking

: 100 × 74,6

%	100	1	74,6
aantal	240	×	? 179,04

: 100 × 74,6

In 179 nestkastjes broeden vogels.

Theorie 5L Rekenen met procentuele toename en afname

Opgaven 4, 9, 21-24, 28, 29, 39

Soms is de **procentuele toename** of **procentuele afname** gegeven. Je kunt dan het nieuwe aantal berekenen.

Voorbeeld Rekenen met procentuele toename

Opgave

Het minimumjeugdloon voor 15-jarigen is in vier jaar met 4,3% gestegen.
In januari 2014 was het minimumjeugdloon per maand € 458,55.
Hoeveel is het minimumjeugdloon in januari 2018?



Aanpak

- Het minimum jeugdloon is met 4,3% gestegen. Het nieuwe minimum jeugdloon is 100% + 4,3% = 104,3% van het oude minimum jeugdloon.
- Maak een procententabel en bereken het nieuwe minimum jeugdloon. Bekijk eventueel theorie J.
- Maak de berekening in één keer op je rekenmachine.

Uitwerking

(: 100, × 104,3)

%	100	1	104,3
€	458,55	×	? 478,267...

(: 100, × 104,3)

Het minimumjeugdloon in 2018 is € 478,27.

Voorbeeld Rekenen met procentuele afname

Opgave
Op 1 januari 2019 heeft Voordam 978 inwoners.
In 2019 daalt het inwoneraantal met 1,9%.
Hoeveel inwoners heeft Voordam op 1 januari 2020?

Aanpak
- Het aantal inwoners is met 1,9% gedaald. Het nieuwe inwoneraantal is 100% − 1,9% = 98,1% van het oude inwoneraantal.
- Maak een procententabel en bereken het nieuwe inwoneraantal. Bekijk eventueel theorie J.
- Maak de berekening in één keer op je rekenmachine.

Uitwerking

%	100	1	98,1
aantal	978	×	? 959,418

(: 100, × 98,1)

Op 1 januari 2020 heeft Voordam 959 inwoners.



Theorie 5M Percentage berekenen

Opgaven 5, 25, 26, 31, 43-45, 69, 74, 87

In de tabel zie je dat de neerslag in Nederland toeneemt.
De stijging van periode I naar periode II is 738 − 718 = 20 mm. Dit is de **absolute toename**.
Vaak wordt de toename in procenten berekend. Dat is de **procentuele toename**.
Procentuele toename wordt ook wel **relatieve toename** genoemd.

NEERSLAG IN NEDERLAND

periode	neerslag in mm
I 1920 − 1950	718
II 1950 − 1980	738

Voorbeeld Percentage berekenen

Opgave

Met hoeveel procent is de neerslag in periode II gestegen vergeleken met periode I?

NEERSLAG IN NEDERLAND

periode	neerslag in mm
I 1920 − 1950	718
II 1950 − 1980	738

Aanpak

- Bereken de absolute toename in millimeters.
- Je vergelijkt met periode I, dus periode I is 100%.
- Maak een procententabel en bereken het percentage. Bekijk eventueel theorie J.
- Een percentage rond je af op één decimaal.

Uitwerking

738 − 718 = 20

(: 718, × 20)

%	100	×	? 2,785...
aantal	718	1	20

(: 718, × 20)

De neerslag is met 2,8% toegenomen.

Theorie 5N Het geheel berekenen

Opgaven 46, 75, 88

Je kunt een procententabel gebruiken om het aantal of het bedrag onder de 100% te berekenen.

Voorbeeld 100% berekenen

Opgave
In 2017 zijn er 451 000 mensen in Nederland werkloos.
Dat is 5,2% van de gehele beroepsbevolking.
Bereken hoe groot de gehele beroepsbevolking is.
Rond af op duizendtallen.

Aanpak
- Maak een procententabel. Bekijk eventueel theorie J.
- Vul de gegevens in die je weet.
- Zet een vraagteken onder de *100*.
- Bereken de grootte van de gehele beroepsbevolking.
- Let op: je werkt in de tabel van rechts naar links.



Werk van rechts naar links.

Uitwerking

× 100 (van 1 naar 100); : 5,2 (van 5,2 naar 1)

%	100	1	5,2
aantal	? 8 673 076,923	×	451 000

× 100; : 5,2

De gehele beroepsbevolking bestaat uit 8 673 000 mensen.

Theorie 50 Oude situatie berekenen na procentuele toename of afname

Opgaven 27, 29, 42, 56, 72

Soms weet je de nieuwe prijs en de prijsverhoging of prijsverlaging in **procenten**.
Je kunt dan de **oude prijs berekenen**. Dat doe je met een procententabel. De oude prijs is 100%.

Voorbeeld Oude situatie berekenen na procentuele toename

Opgave
Een koptelefoon kost inclusief 21% btw € 154,95.
Bereken de prijs van de koptelefoon exclusief btw.

Aanpak
- prijs exclusief btw = 100%
- prijs inclusief btw = 100% + 21% = 121%
- Gebruik een procententabel. Gebruik eventueel theorie J.
- Let op: je werkt in de tabel van rechts naar links.

Uitwerking

	× 100	: 121	
%	100	1	121
€	? 128,057...	×	154,95
	× 100	: 121	

De prijs van de koptelefoon exclusief btw is € 128,06.

Voorbeeld Oude situatie berekenen na procentuele afname

Opgave

Een tv is in de opruiming 12,5% goedkoper geworden. De tv kost nu €436.
Hoeveel kostte de tv vóór de opruiming?
Rond af op hele euro's.



Aanpak

- oude prijs = 100%
- nieuwe prijs = 100% − 12,5% = 87,5%
- Gebruik een procententabel. Bekijk eventueel theorie J.
- Let op: je werkt in de tabel van rechts naar links.

Uitwerking

× 100 (van 1 naar 100), : 87,5 (van 87,5 naar 1)

%	100	1	87,5
€	? 498,285...	×	436

× 100 (van 1 naar 100), : 87,5 (van 87,5 naar 1)

De tv kostte vóór de opruiming €498.

Theorie 5P Promille

Opgaven 20, 37, 38, 58

Als de toename erg klein is kun je beter promille gebruiken dan procent. Promille betekent per duizend.
1 procent = 1% = $\frac{1}{100}$ = 0,01
1 promille = 1‰ = $\frac{1}{1000}$ = 0,001
Een promillage rond je op één decimaal.

Voorbeeld Promillage berekenen

Opgave
In 2016 had Assen 67 061 inwoners.
In 2017 had Assen 67 551 inwoners.
Hoeveel promille is de bevolkingstoename?

Aanpak
- Bereken eerst de absolute bevolkingstoename.
- Gebruik een promilletabel om het promillage te berekenen. Een promilletabel werkt net zo als een procententabel.
  In de promilletabel staat 1000 in plaats van 100.

‰	1000		
aantal			

bij promille altijd 1000
oud
absolute toename

Uitwerking
absolute bevolkingstoename = 67 551 − 67 061 = 490 inwoners

‰	1000	×	? 7,306...
aantal	67 061	1	490

: 67 061 × 490 (boven)
: 67 061 × 490 (onder)

De bevolkingstoename is 7,3‰.

Voorbeeld Promillage gegeven

Opgave
Bereken 1,5‰ van 125 600.

Aanpak
Gebruik een promilletabel. Een promilletabel werkt net zo als een procententabel.
In de promilletabel staat 1000 in plaats van 100.

Uitwerking

(: 1000, × 1,5)

‰	1000	1	1,5
aantal	125 600	×	? 188,4

(: 1000, × 1,5)

1,5‰ van 125 600 = 188,4



Bij een alcoholcontrole wordt gemeten hoeveel promille alcohol je in je lichaam hebt.

Theorie 5Q Eenheden van tijd

Opgaven 2, 38, 59, 65-66, 73, 80

1 millennium = 1000 jaar
1 eeuw = 100 jaar
1 jaar = 4 kwartalen
1 jaar = 12 maanden
1 jaar = 52 weken
1 jaar = 365 dagen*
1 kwartaal = 13 weken
1 week = 7 dagen
1 etmaal = 1 dag = 24 uur
1 uur = 60 minuten
1 minuut = 60 seconden

1^e kwartaal	jan	feb	mrt
2^e kwartaal	apr	mei	jun
3^e kwartaal	jul	aug	sep
4^e kwartaal	okt	nov	dec

maand	jan	feb	mrt	apr	mei	jun	jul	aug	sep	okt	nov	dec
aantal dagen	31	28*	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31

*In een schrikkeljaar heeft februari 29 dagen. Een schrikkeljaar heeft dus 366 dagen.

1 uur heeft 60 minuten.
3,4 uur = 3 uur + 0,4 uur
0,4 uur = 0,4 × 60 = 24 minuten
dus 3,4 uur = 3 uur en 24 minuten

1 dag heeft 24 uur.
3,5 dagen = 3 dagen + 0,5 dagen
0,5 dagen = 0,5 × 24 = 12 uur
dus 3,5 dagen = 3 dagen en 12 uur

Voorbeeld Tijdrekenen

Opgave
Benthe loopt de 10 km in 52 minuten.
Hoeveel minuten en seconden doet Benthe over 1 km?

Aanpak
Je gaat de tijd over 1 km berekenen. Deel dus door 10.
52 : 10 = 5,2 minuten
5,2 minuten = 5 minuten + 0,2 minuten
0,2 minuten = 0,2 × 60 = 12 seconden

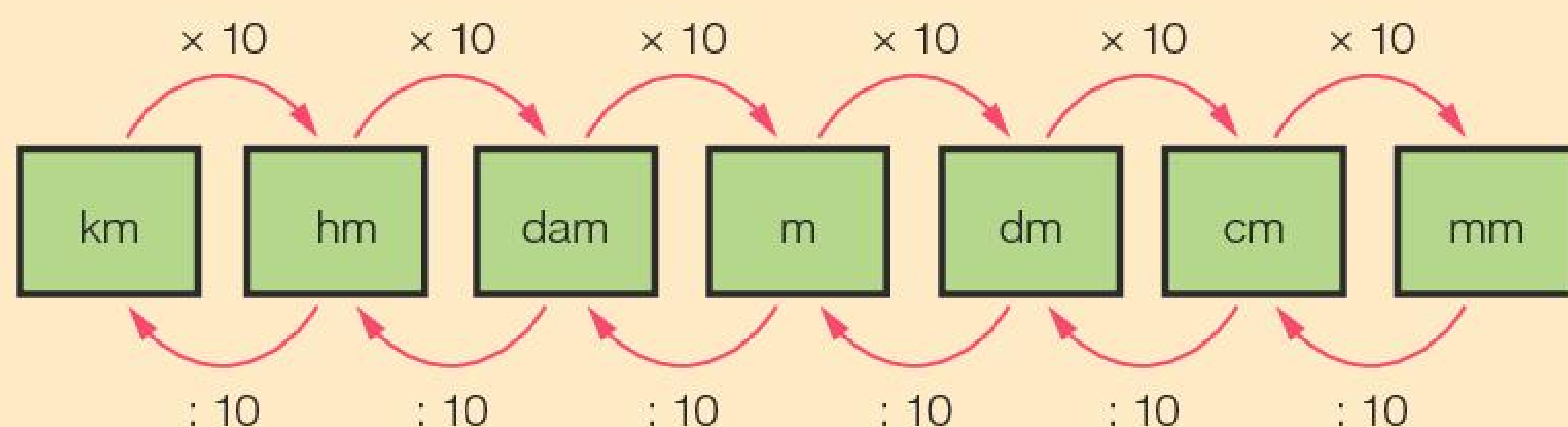
Uitwerking

Over 1 km doet Benthe 52 : 10 = 5,2 minuten.
5,2 minuten = 5 minuten + 0,2 × 60 seconden
Benthe doet 5 minuten en 12 seconden over 1 km.

Theorie 5R Eenheden van lengte

Opgaven 6, 7, 12, 13, 15, 19, 20, 36, 47, 49, 64, 66, 67

Met het schema hieronder kun je **eenheden van lengte** omrekenen.



De **vuistregels** hieronder hebben te maken met lengte.



Het schema en de vuistregels moet je uit je hoofd kennen.

Voorbeeld Eenheden van lengte

Opgave

Soumaira doet mee aan een wandeltocht. Bij de finish geeft de stappenteller van Soumaira 33 343 stappen aan.
Hoeveel kilometer was de wandeltocht? Rond af op hele kilometers.

Aanpak

- Gebruik de vuistregel *Een stap is ongeveer 75 cm.*
- Vermenigvuldig het aantal stappen met 75. Reken je antwoord om naar kilometers.

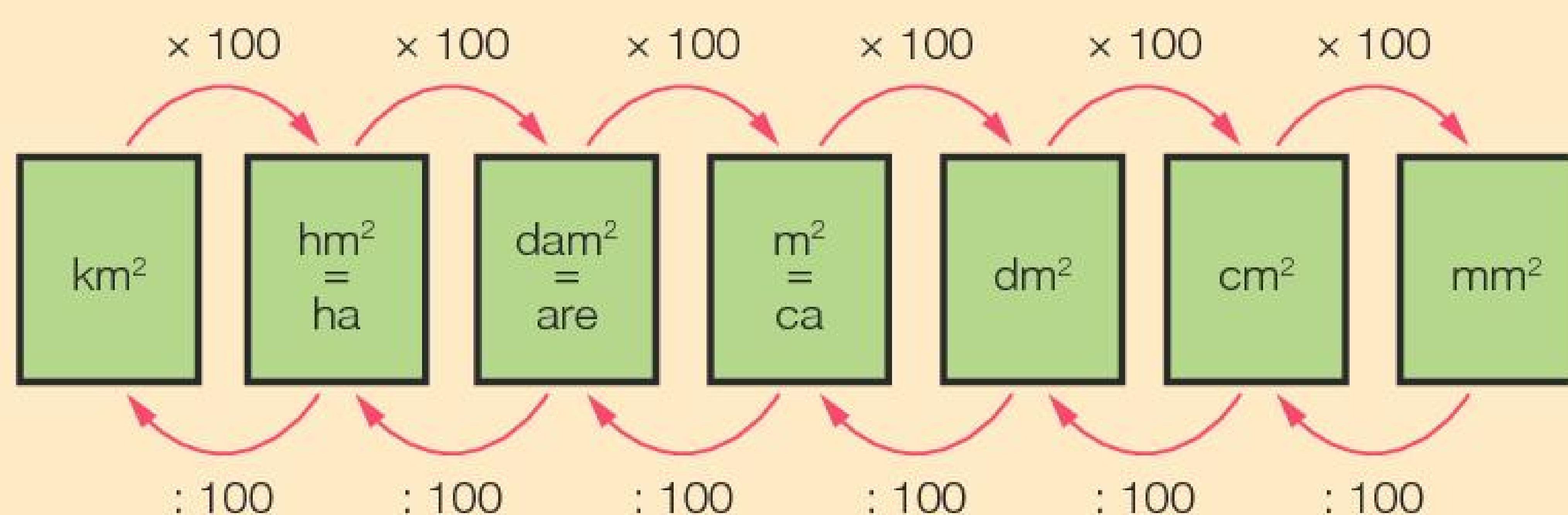
Uitwerking

Een stap is ongeveer 75 cm.
Soumaira heeft 33 343 × 75 = 2 500 725 cm gelopen.
2 500 725 cm = 2 500 725 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10 = 25,00725 km
De wandeltocht was 25 km.

Theorie 5S Eenheden van oppervlakte

Opgaven 61, 84

Met het schema hieronder kun je **eenheden van oppervlakte** omrekenen. Het schema moet je uit je hoofd kennen.





Er staat een tweetje boven, dus stappen van twee nullen.
Dus × 100 of : 100.

1 hm^2 = 1 ha (hectare)
1 dam^2 = 1 are
1 m^2 = 1 ca (centiare)
1 hectare is een veld van 100 meter bij 100 meter.

Voorbeelden Oppervlakte berekenen

Opgave

a Hoeveel m^2 is 3 ha en 25 are?

b Bram gaat zijn kamer behangen. De oppervlakte van de muren samen is 19 m^2. De oppervlakte van een rol behang is 60 000 cm^2. Hoeveel rollen behang heeft Bram nodig?

Aanpak

a Reken 3 ha en 25 are om naar m^2.

b Reken 60 000 cm^2 om naar m^2. Deel 19 m^2 door de oppervlakte van één rol.
Je krijgt als antwoord 3,166... rollen. Aan 3 rollen behang heb je niet genoeg.

Uitwerking

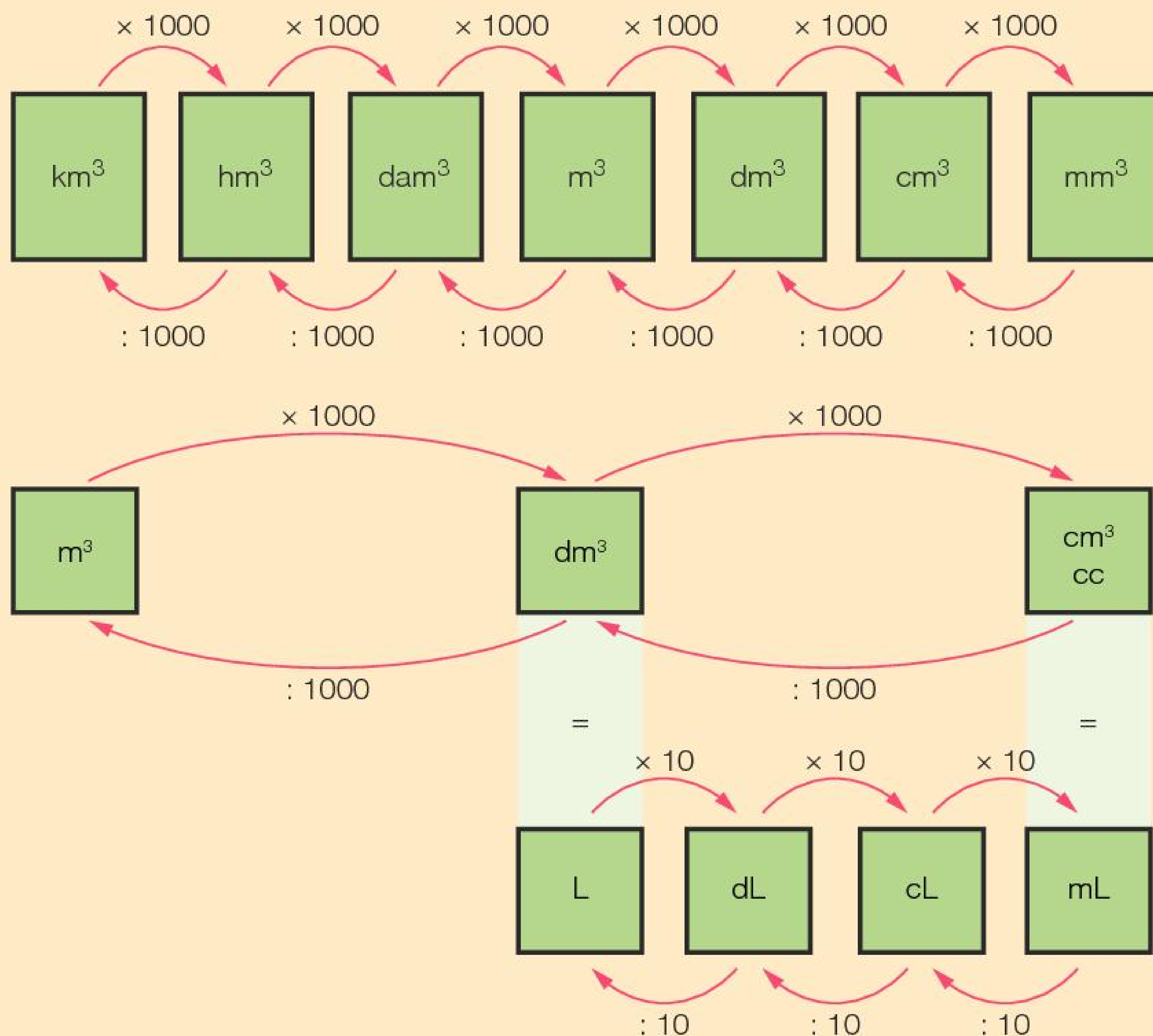
a 3 ha = 3 × 100 × 100 = 30 000 m^2
25 are = 25 × 100 = 2500 m^2
30 000 + 2500 = 32 500
Dit is 32 500 m^2.

b 60 000 cm^2 = 60 000 : 100 : 100 = 6 m^2
19 : 6 = 3,166...
Bram heeft 4 rollen behang nodig.

Theorie 5T Eenheden van inhoud

Opgaven 3, 11, 33, 35, 40, 41, 48, 57, 78

Met de schema's hieronder kun je de **eenheden van inhoud** omrekenen.



Een kubieke meter (m^3) wordt ook wel een kuub genoemd.

Voorbeeld Eenheden van inhoud

Opgave

In een groot vat zit 161 m^3 bronwater. In een fles past 75 cL bronwater.
Hoeveel hele flessen kun je vullen met het bronwater uit het grote vat?

Aanpak

- Maak de eenheden gelijk. Reken daarom 161 m^3 om naar cL.
- Deel je antwoord door 75.

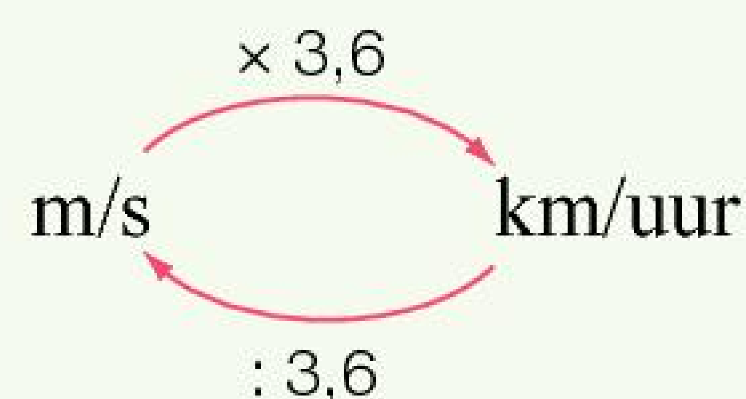
Uitwerking

161 m^3 = 161 × 1000 × 10 × 10 = 16 100 000 cL
16 100 000 : 75 = 214 666,666...
Met het bronwater uit het grote vat kun je 214 666 hele flessen vullen.

Theorie 5U Eenheden van snelheid

Opgaven 68

Twee belangrijke eenheden van snelheid zijn **kilometer per uur** en **meter per seconde**. Je kunt dat korter schrijven als km/uur en m/s.



Met het getal 3,6 kun je snel m/s omrekenen in km/uur.
15 m/s = 15 × 3,6 = 54 km/uur



Je kunt ook km/uur omrekenen in m/s
72 km/uur = 72 : 3,6 = 20 m/s.

Voorbeeld Snelheid berekenen

Opgave

Jos loopt een marathon. Op de foto zie je dat Jos na 25 km een tijd van 02:14:50 (uur : minuten : seconden) gelopen heeft.

a Bereken zijn gemiddelde snelheid in m/s.
Rond af op twee decimalen.

b Bereken zijn snelheid in km/uur.
Rond af op één decimaal.

Aanpak

a Reken 25 km om naar meters.
02:14:50 betekent 2 uur, 14 minuten en 50 seconden.
Reken 02:14:50 om naar seconden.
Maak de deling afstand (m) : tijd (seconden).

b Reken de snelheid in m/s om naar km/uur.

Uitwerking

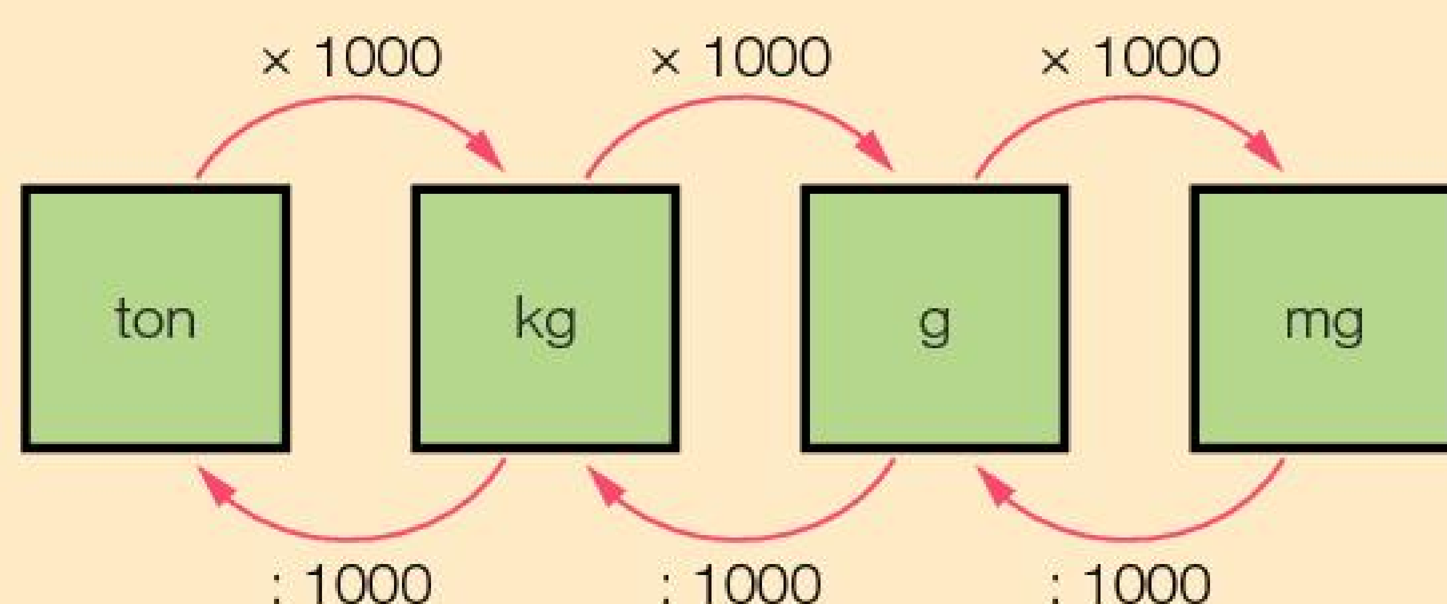
a 25 km = 25 × 10 × 10 × 10 = 25 000 m
2 uur = 2 × 60 × 60 = 7200 seconden.
14 minuten = 14 × 60 = 840 seconden
02:14:50 = 7200 + 840 + 50 = 8090 seconden
25 000 : 8090 = 3,090......
Zijn gemiddelde snelheid is 3,09 m/s.

b 3,09 × 3,6 = 11,124 km/uur
Zijn gemiddelde snelheid is 11,1 km/uur.

Theorie 5V Eenheden van gewicht

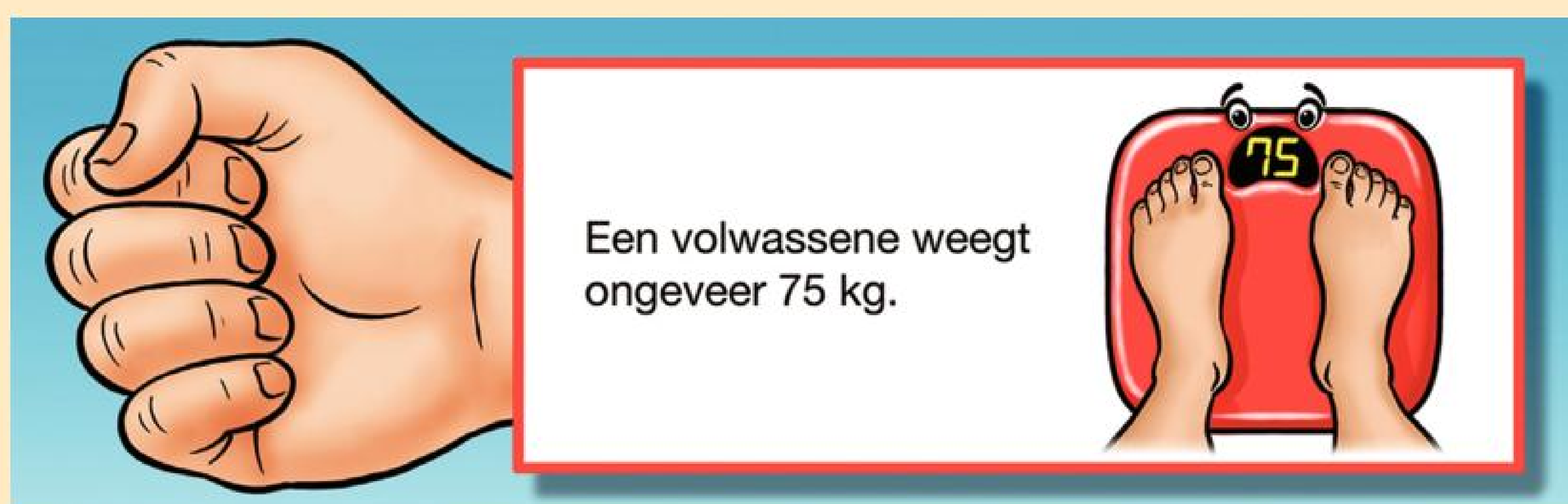
Opgaven 16-18, 62, 63

Met het schema hieronder kun je **eenheden van gewicht** omrekenen.



kg = kilogram
g = gram
mg = milligram

De **vuistregel** hieronder heeft te maken met gewicht.



Het schema en de vuistregel moet je uit je hoofd kennen.

Voorbeeld Eenheden van gewicht

Opgave

De hond van Shelley eet per dag 350 g hondenvoer. Het hondenvoer zit in zakken van 15 kg.
Hoeveel hele dagen kan Shelley haar hond eten geven uit één zak hondenvoer?

Aanpak

- Maak de eenheden gelijk. Reken 15 kg om naar gram.
- Deel je antwoord door 350.

Uitwerking

15 kg = 15 × 1000 = 15 000 g
15 000 : 350 = 42,857...
Shelley kan haar hond 42 dagen eten geven uit één zak hondenvoer.

Theorie 5W Verhoudingen

Opgaven 30, 32, 34, 40, 41, 78

Met een **verhoudingstabel** kun je hoeveelheden berekenen.
Meng je 1 deel frambozensiroop met 7 delen water, dan krijg je limonade.
De **verhouding** van siroop en water is 1 : 7. Een verhouding bestaat altijd uit gehele getallen.
1 : 7 spreek je uit als *1 staat tot 7*.
In totaal heb je 1 + 7 = 8 delen limonade.
Dus frambozenlimonade bestaat voor $\frac{1}{8}$ deel uit siroop en $\frac{7}{8}$ deel uit water.
Bij de verhouding 1 : 7 horen dus de breuken $\frac{1}{8}$ en $\frac{7}{8}$.
Met een tabel kun je bijvoorbeeld berekenen hoeveel milliliter siroop en water je nodig hebt voor 1 glas limonade van 200 mL.
Met een tabel kun je ook een verhouding omrekenen naar een percentage.
Hoe dat gaat zie je in het voorbeeld.

siroop	1
water	7
totaal limonade	8

Voorbeeld Verhoudingen

Opgave
Anneke maakt vruchtenlimonade.
a Wat is de verhouding siroop en water?
b Welke breuken horen bij de verhouding?
c Anneke maakt 500 mL vruchtenlimonade. Hoeveel milliliter siroop en hoeveel milliliter water heeft zij daarvoor nodig? Rond af op hele milliliters.
d Hoeveel procent van de limonade is siroop?



Aanpak
a Kijk op de fles.
b Ga uit van het totaal aantal delen.
2 + 9 = 11 delen
c Maak een verhoudingstabel zoals hieronder.

siroop	2	×	? mL
water	9	×	? mL
totaal limonade	11	1	500 mL

: 11 × 500

Vul de gegevens in die je weet.
Zet 500 mL achteraan bij *totaal*.
Zet de 1 tussen 11 en 500.
Zet kruisjes boven de 1.
Zet een vraagteken in de vakjes die je moet berekenen.
Zet bogen en berekeningen onder de tabel.
Maak de berekeningen in één keer op je rekenmachine en zet de antwoorden in de tabel.

d Gebruik een procententabel.
Het totaal is 11.

Uitwerking

a siroop : water = 2 : 9

b Bij siroop hoort de breuk $\frac{2}{11}$.

Bij water hoort de breuk $\frac{9}{11}$.

c

siroop	2	✕	? 90,909 ... mL
water	9	✕	? 409,090 ... mL
totaal limonade	11	1	500 mL
		: 11	× 500

Zij heeft 91 mL siroop en 409 mL water nodig.

d

		: 11	× 2
%	100	✕	? 18,181...
aantal	11	1	2
		: 11	× 2

18,2% van de limonade is siroop.

Theorie 5X Eenheden van informatie

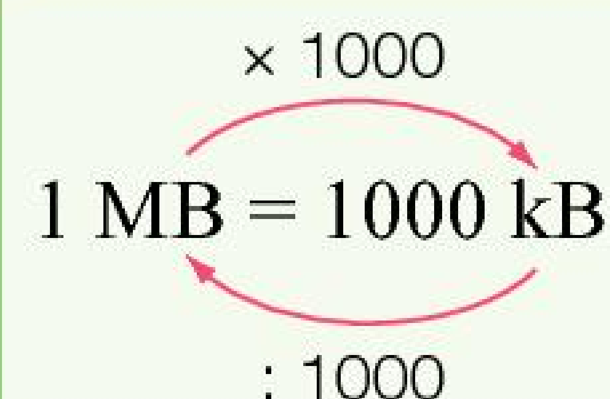
Opgaven 50-53

Op computers wordt veel informatie opgeslagen.
Die computers hebben een grote opslagcapaciteit nodig. Ook op jouw computer, tablet of telefoon kun je informatie opslaan. Een ander woord voor informatie is **data**.

Eenheden van informatie zijn:
1 kB = 1000 byte
1 MB = 1000 kB
1 GB = 1000 MB
1 TB = 1000 GB
1 PB = 1000 TB

kB = kilobyte
MB = megabyte
GB = gigabyte
TB = terabyte
PB = petabyte

Met een schema kun je de **eenheden van informatie** omrekenen. Je kunt zo'n schema zelf maken.
Je ziet: van MB naar kB is × 1000.
van kB naar MB is : 1000.
Je hoeft de eenheden van informatie niet uit je hoofd te leren. Bij elke opgave staat wat je kunt gebruiken.



Voorbeeld Eenheden van informatie

Opgave
Simon heeft op zijn externe harde schijf nog een opslagcapaciteit van 2,8 TB. Eén film is ongeveer 1,5 GB.
Hoeveel films passen er op de externe harde schijf?
Gebruik 1 TB = 1000 GB.



Aanpak
- Reken 2,8 TB om naar GB.
- Kijk hoe vaak een film van 1,5 GB hierin past, dus delen door 1,5.

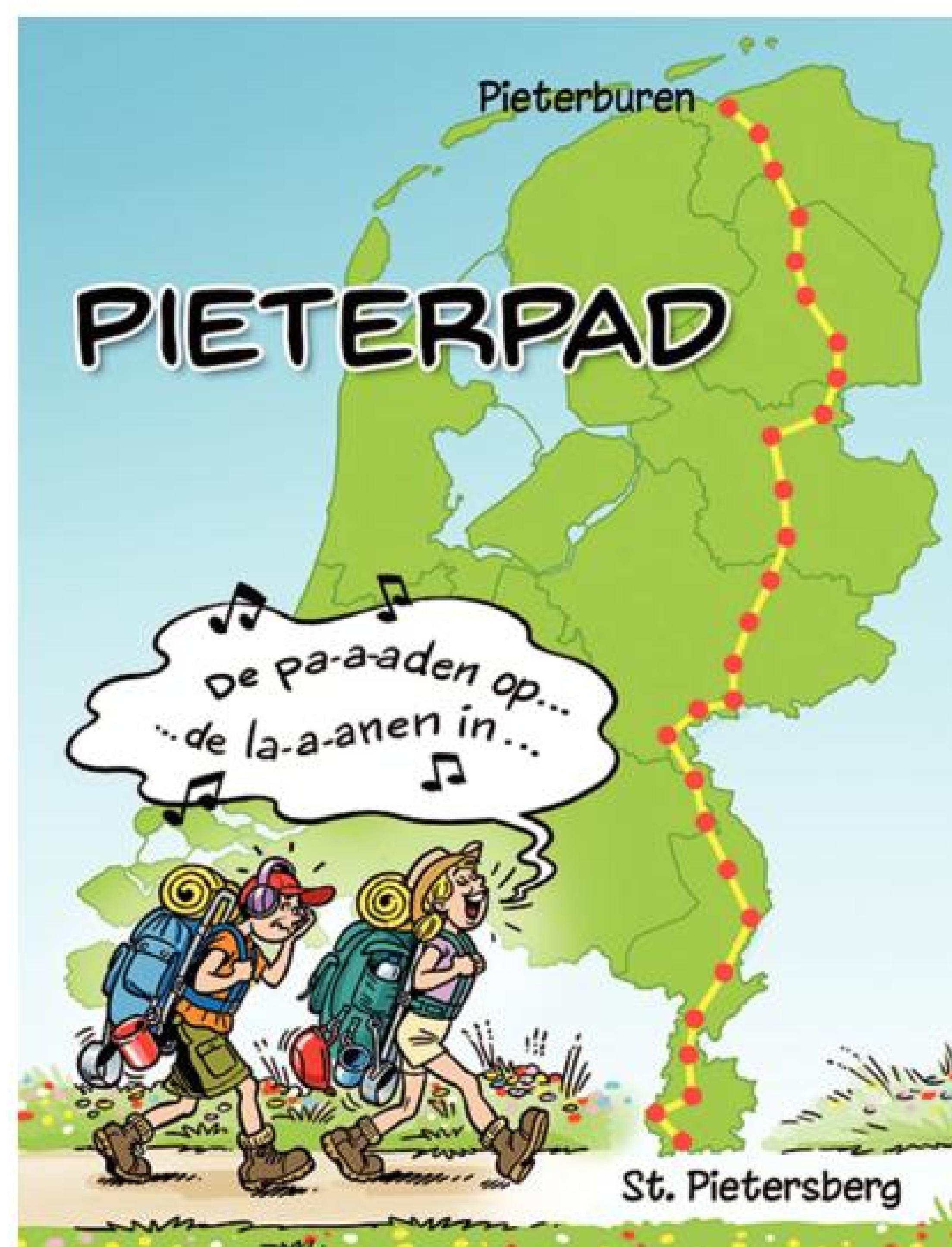
Uitwerking

2,8 TB = 2,8 × 1000 = 2800 GB
2800 : 1,5 = 1866,666...
Er passen 1866 films op de externe harde schijf.

5.3 Examenopgaven

Pieterpad

Het Pieterpad is de oudste wandelroute van Nederland. Het loopt van Pieterburen tot aan de Pietersberg. De route is in totaal 492 km lang.



1 C,E
Naar schatting lopen jaarlijks 40 000 wandelaars het Pieterpad helemaal. Hoeveel miljoen kilometer hebben deze wandelaars in totaal in een jaar op het Pieterpad gewandeld? Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op hele miljoenen.

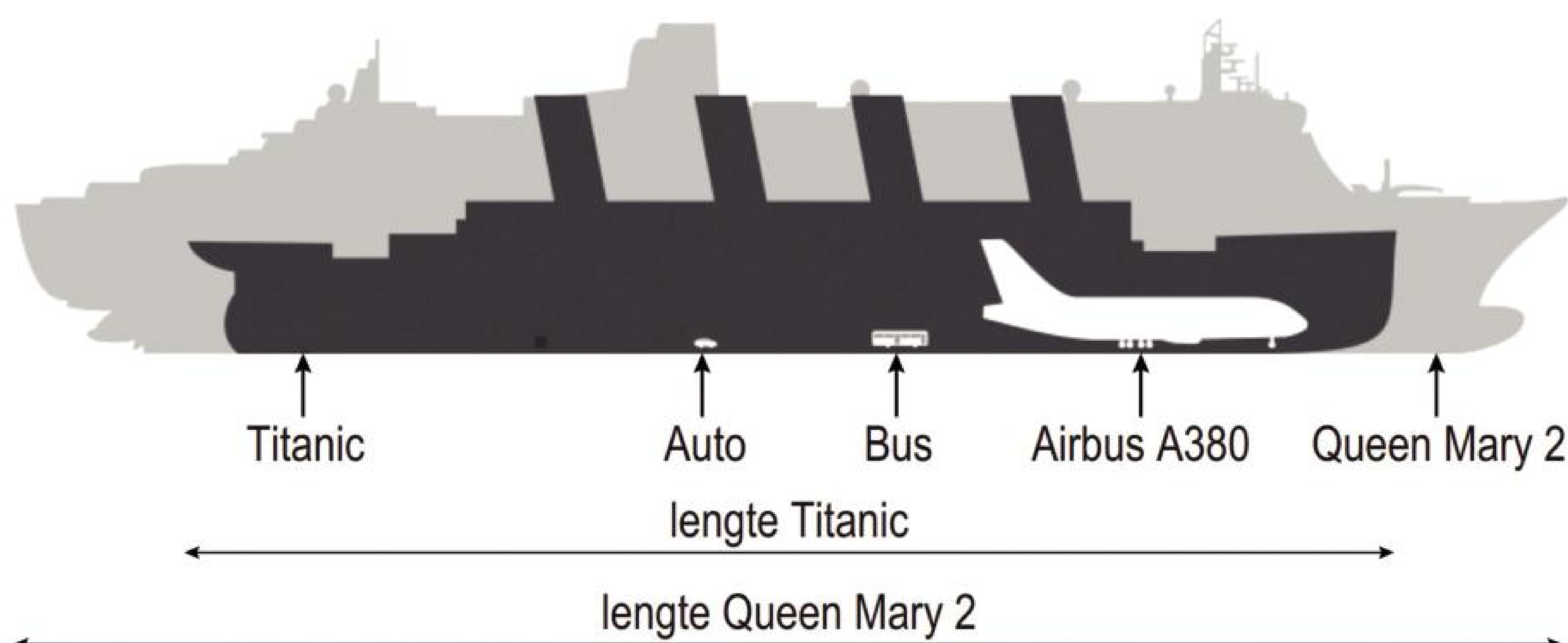
2 M
Bram en Toos wandelen in één dag van Pieterburen naar Groningen. Dit is een wandeling van 28 km.
Hoeveel procent van het Pieterpad hebben Bram en Toos die dag gewandeld? Schrijf je berekening op.

3 Q,R,U
Bram en Toos vertrekken 's morgens om 8.45 uur in Pieterburen en komen 's middags om 15.30 uur in Groningen aan. Ze hebben onderweg een pauze van anderhalf uur gehad.
Bereken de gemiddelde wandelsnelheid van Bram en Toos in km per uur zonder de pauze. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op één decimaal.

4 6D
[WERKBOEK] In je werkboek staat een kaart met de route van het Pieterpad tussen Braamt en Millingen aan de Rijn. De afstanden die erbij staan, zijn in kilometers. De route tussen Braamt en Millingen aan de Rijn is 21 km lang. Henk loopt van Millingen aan de Rijn naar Braamt met een snelheid van 4 km per uur. Ingrid loopt van Braamt naar Millingen aan de Rijn met een snelheid van 3 km per uur. Henk en Ingrid vertrekken op hetzelfde tijdstip, op dezelfde dag.
Geef op de kaart met een kruis op de route de plaats aan, waar Henk en Ingrid elkaar ontmoeten. Laat duidelijk zien hoe je aan je antwoord komt.

Titanic

Een van de bekendste schepen ter wereld is de Titanic. Het schip zonk in het jaar 1912 op zijn eerste reis na een aanvaring met een ijsberg. De Titanic was toen het grootste schip ter wereld. Je ziet een vergelijking van de lengte van de Titanic met de lengte van andere vervoermiddelen.



5 W De Titanic was 269 m lang. Momenteel is de Queen Mary 2 een van de grootste passagiersschepen ter wereld.
Bereken hoeveel meter de lengte van de Queen Mary 2 is. Schrijf je berekening op.

In je werkboek zie je een kaart van de Atlantische Oceaan met het begin van de route van de Titanic aangegeven. Op 10 april 1912 om 12.30 uur vertrok de Titanic uit Southampton. Na een stop van 1,5 uur in Cherbourg kwam de Titanic op 11 april om 17.30 uur aan in Queenstown. De afstand van deze route via Cherbourg was 675 km.

6 Q.U [WERKBOEK] Bereken hoeveel km per uur de gemiddelde snelheid van de Titanic tijdens het varen was. Schrijf je berekening op.

Parkeervergunningen

In veel grote steden in Nederland moeten bewoners betalen om de auto te mogen parkeren in hun wijk. Ze kunnen daarvoor een parkeervergunning kopen. In de tabel staan de kosten van parkeervergunningen per huisadres in Den Haag.

parkeervergunning per huisadres	kosten per jaar
eerste auto	€ 36
tweede en volgende auto('s)	€ 420

7 Q

Mark en Anita hebben op hun huisadres een parkeervergunning voor twee auto's.
Bereken hoeveel euro ze hiervoor in totaal per week moeten betalen. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op hele centen.

8 L

Opvallend in de tabel is het grote verschil tussen de kosten per jaar van de eerste auto en die van de tweede auto.
Bereken hoeveel procent de kosten van de tweede auto meer zijn dan die van de eerste auto. Schrijf je berekening op.

In de straat van Mark en Anita mag je ook parkeren zonder parkeervergunning. Je moet dan betalen bij een parkeerautomaat. De parkeerkosten staan in onderstaande tabel. Op de niet genoemde tijden is parkeren gratis.

dag	tijd	kosten per uur (euro)
maandag t/m vrijdag	8:00 – 18:00	1,10
zaterdag	9:00 – 16:00	1,10

9 Q

Bereken hoeveel euro de kosten zijn als een auto een hele week geparkeerd staat bij deze parkeerautomaat. Schrijf je berekening op.

Anita is overdag vaak thuis. Zij heeft uitgerekend dat zij voor haar auto in elk geval een parkeervergunning nodig heeft.

10 Q

Mark gebruikt zijn auto alleen voor zijn werk. Hij gaat in een jaar gedurende 46 weken elke maandag tot en met vrijdag met zijn auto naar zijn werk. Hij vertrekt elke dag om half 8 en hij komt pas om 7 uur 's avonds weer thuis. Op de zaterdagen kan hij zijn auto bij een parkeerautomaat zetten. De overige weken van het jaar gaan Mark en Anita met de auto van Mark op vakantie.
Is het kopen van de parkeervergunning voor de tweede auto wel voordeliger dan betalen bij de parkeerautomaat? Schrijf je berekening op.



6 Vlakke figuren

In dit hoofdstuk herhaal je wat je hebt geleerd over vlakke figuren. Zo oefen je voor je examen. Bij wiskunde werkt het net als bij sport: trainen en volhouden helpt.
Je kunt op verschillende manieren het hoofdstuk doorwerken.

manier 1
Je begint met het maken van de opgaven. Kom je er niet uit, zoek dan in de theorie naar uitleg. In welke theorie je moet kijken, zie je aan de letter onder het opgavenummer.

manier 2
Je begint met het doornemen van de theorie. Bij elke theorie staan de opgaven vermeld die daarbij horen. Je kunt die opgaven maken om de theorie te oefenen.
Vaak is een opgave onderdeel van een serie. Maak in dat geval de hele serie.

Aan het eind van het hoofdstuk vind je examenopgaven die bij het hoofdstuk passen.

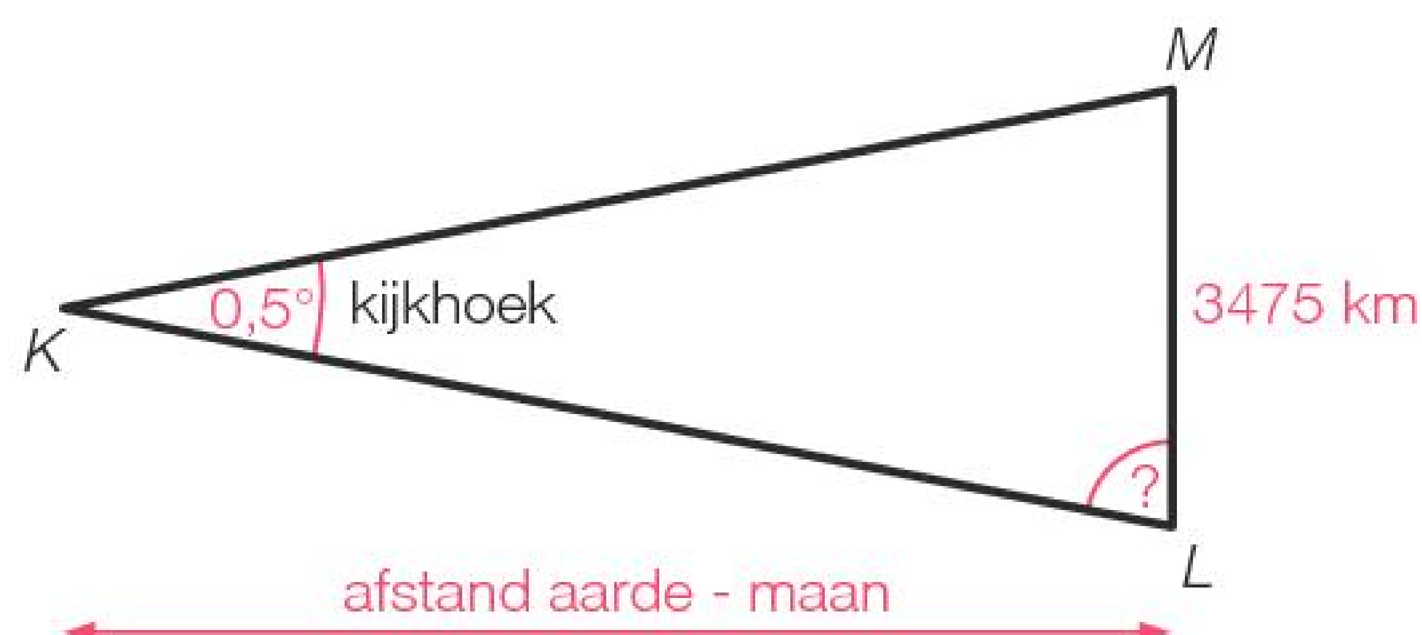




6.1 Opgaven

Maan

Kijk je door een sterrenkijker, dan is het gezichtsveld het gebied dat je in één keer kunt zien zonder de kijker te bewegen. Zie je door een kijker de volle maan precies helemaal in beeld, dan is de kijkhoek een halve graad. Op de tekening hiernaast zie je dat schematisch weergegeven. De diameter van de maan $LM = 3475$ km.



1 H,J
Hoe groot is hoek *L*? Rond niet af.

2 I,M
Bereken de afstand van de aarde tot de maan. Rond af op hele kilometers.

ARTIKEL | BEROEP | GESCHIEDENIS | **INFORMATIEF** 

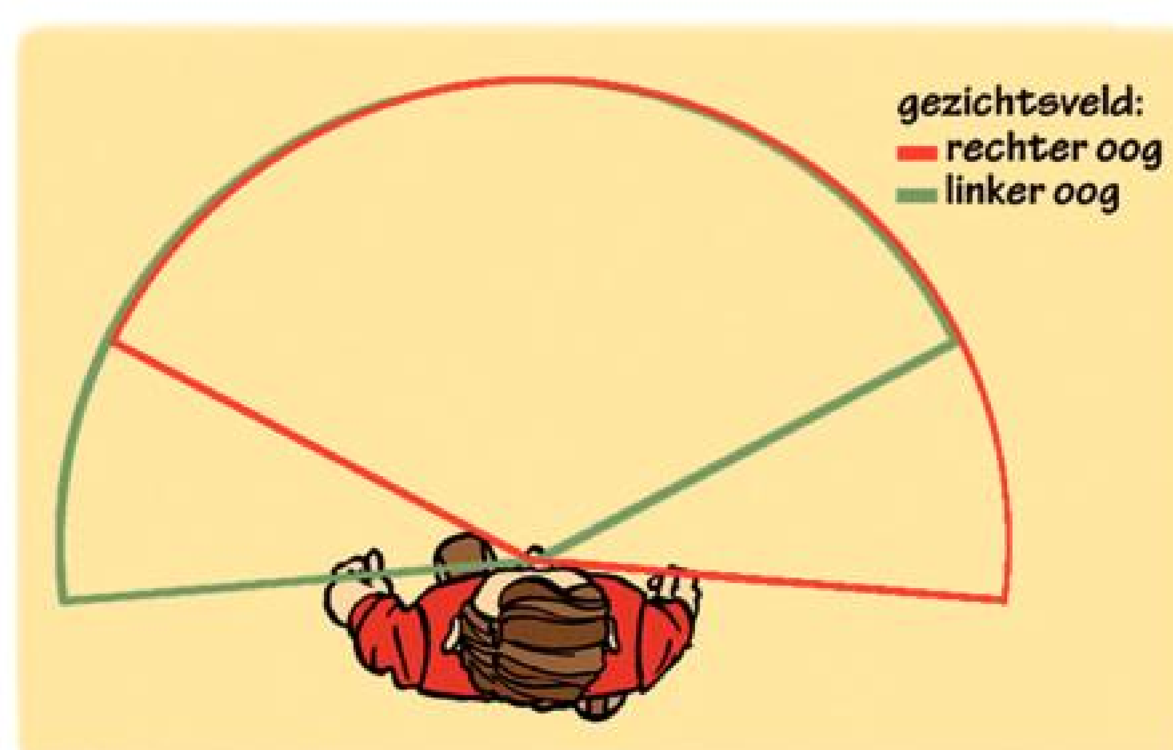
Baan van de maan rond de aarde

Doordat de baan van de maan rond de aarde een ellips is, varieert de afstand. Bij volle maan is de afstand het kortst.
Elk jaar wordt de gemiddelde afstand 3,8 cm groter.



Gezichtsveld

De afbeelding hiernaast komt uit een leerboek voor oogartsen. Het laat het gezichtsveld per oog zien.



3 A,E
Meet de kijkhoek van het rechteroog.

4 A,B,E
[▸ WERKBOEK] Kleur het gebied dat je zowel met het linkeroog als met het rechteroog kunt zien. Dat gebied is de overlap. Hoeveel graden is de overlap?

5 A,E Hoeveel graden is het totale gezichtsveld, dus van het linkeroog en rechteroog samen?

Bij wolven staan de ogen meer aan de zijkant van de kop. De overlap van het gebied dat ze met beide ogen zien is ongeveer 105°.

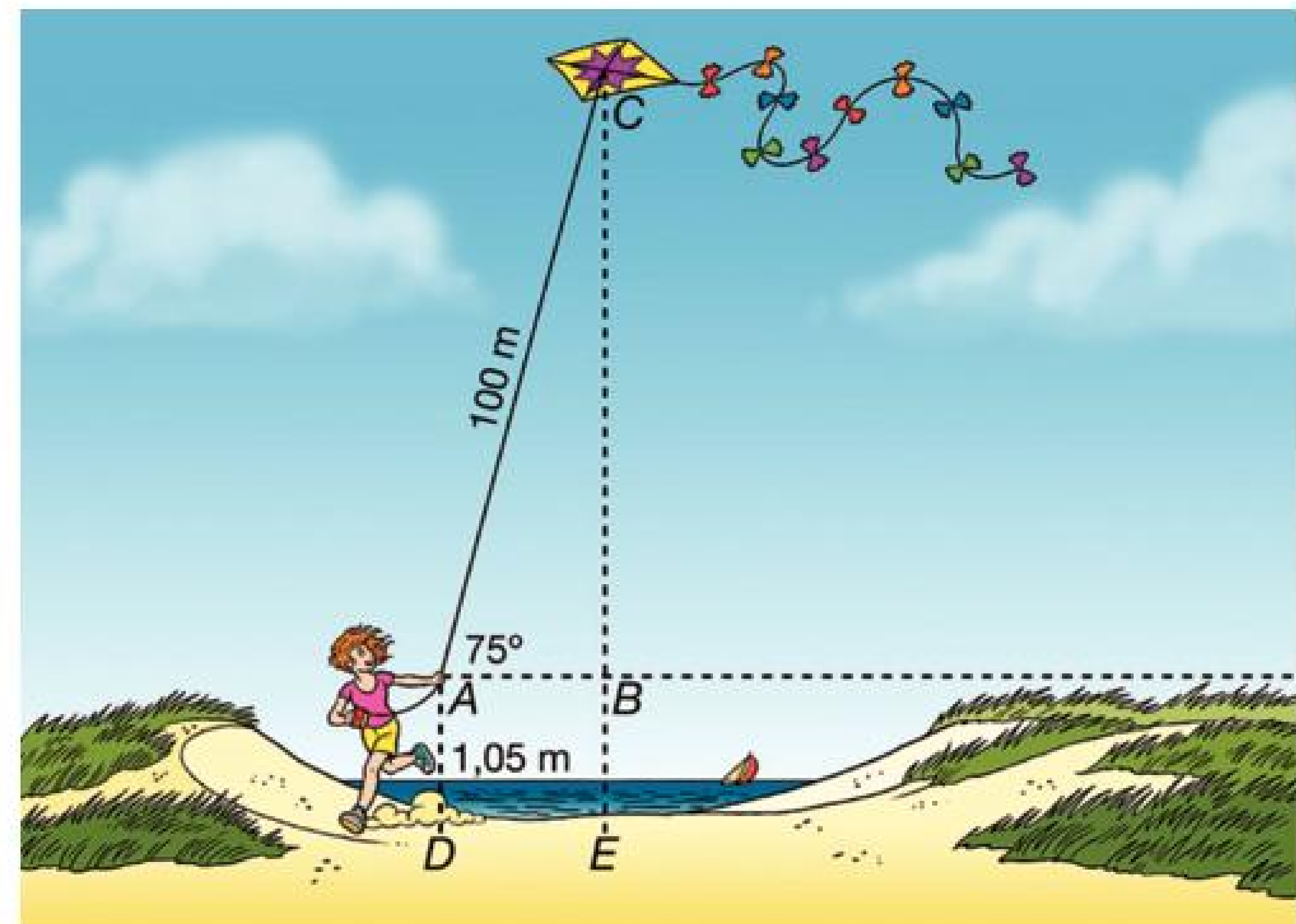


6 F [▸ WERKBOEK] Teken de hoek van 105° voor de wolf. Neem de stip tussen de ogen als hoekpunt.

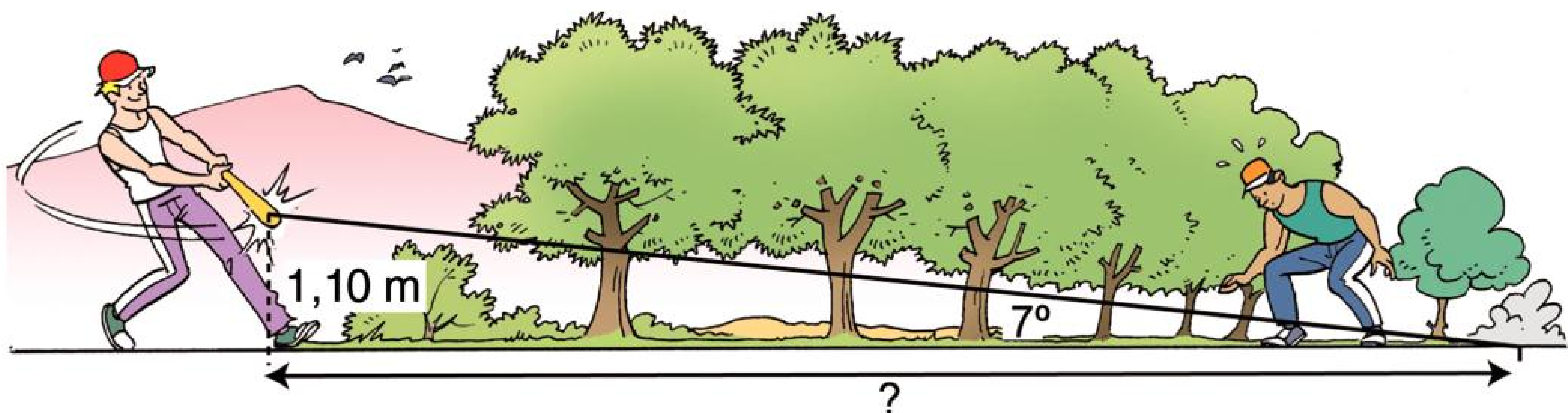
7 F [▸ WERKBOEK] Het totale gezichtsveld van de wolf is 270°.
Teken het totale gezichtsveld van de wolf.

Sportief

8 M Janine laat een vlieger op.
Zij heeft 100 m vliegertouw.
Het waait hard. De hoek tussen het touw en de grond is 75°. AD = 1,05 m.
Bereken hoe hoog de vlieger staat.
Rond af op twee decimalen.



9 M Tolga raakt de bal op een hoogte van 1,10 m. Hij slaat hem schuin naar beneden. De bal komt op de grond onder een hoek van 7°.
Hoe ver van Tolga komt de bal op de grond? Rond af op twee decimalen.



Waterlinie

De *Nieuwe Hollandse Waterlinie* was een verdedigingslinie met water als verdedigingswapen. Als de vijand kwam, kon weiland tussen Muiden en de Biesbosch onder water gezet worden. Het land werd daardoor moeilijk begaanbaar. Op de kaart is te zien welke delen onder water gezet konden worden. Dit is het donkerblauwe gedeelte. De grijze blokjes zijn *forten*. Een fort is een versterkt gebouw waarin militairen konden verblijven, zie de foto.





De Waterlinie was ongeveer 85 km lang. Op de kaart is de Waterlinie ongeveer 10 cm lang.

10 D — Bereken de schaal die bij de kaart hoort.

11 5R,8Q — De oppervlakte van het gebied dat onder water gezet kon worden, is bij benadering even groot als de oppervlakte van een rechthoek met een lengte van 85 km en een breedte van 4 km. Ga ervan uit dat het gebied onder water gezet werd met een laag water van 50 cm.
Bereken hoeveel kubieke meter water er dan nodig was.

Om te kunnen kijken en schieten vanuit een fort was het belangrijk dat er weinig gebouwen om het fort heen lagen. In de volgende tabel zie je welke bebouwing er was toegestaan.

	straal om het fort	**toegestane bouw**
gebied 1	0,3 km	houten gebouwen
gebied 2	0,6 km	houten gebouwen en laagbouw van steen

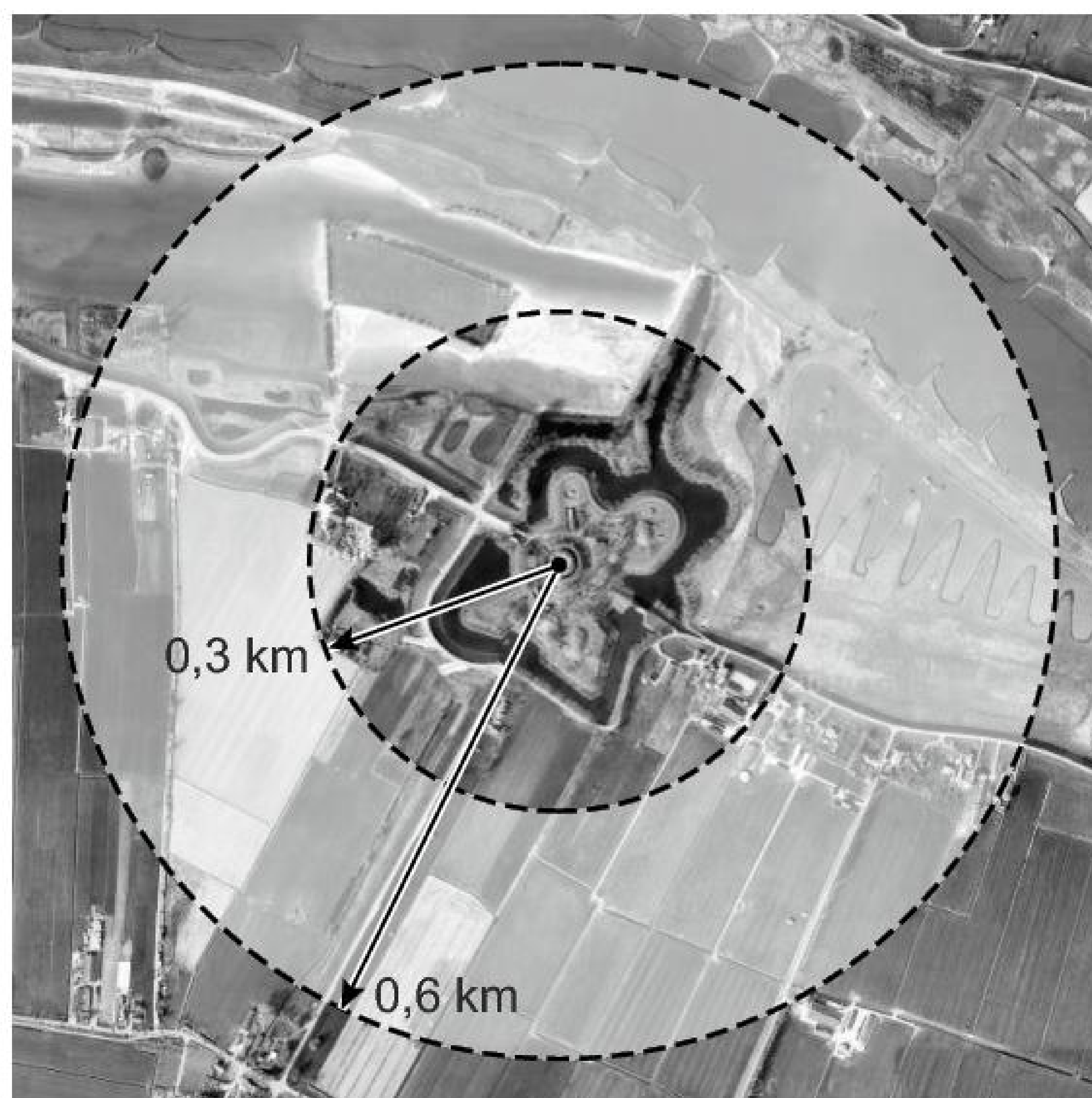
12 D,R,5R

[▸ 🕮 WERKBOEK] In je werkboek staat een kaart met daarin het fort Werk aan de Waalse Wetering getekend. De schaal bij deze kaart is 1 : 12 500.
Kleur in je werkboek gebied 1. Schrijf op wat je daarvoor berekend hebt.

13 R

Hiernaast zie je het gebied rond Fort Everdingen. In het lichtgrijze gebied (ring) werden alleen houten gebouwen en laagbouw van steen toegestaan.
Bereken in twee decimalen de oppervlakte in vierkante kilometers van het lichtgrijze gebied (ring).

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2



Vlakke figuren

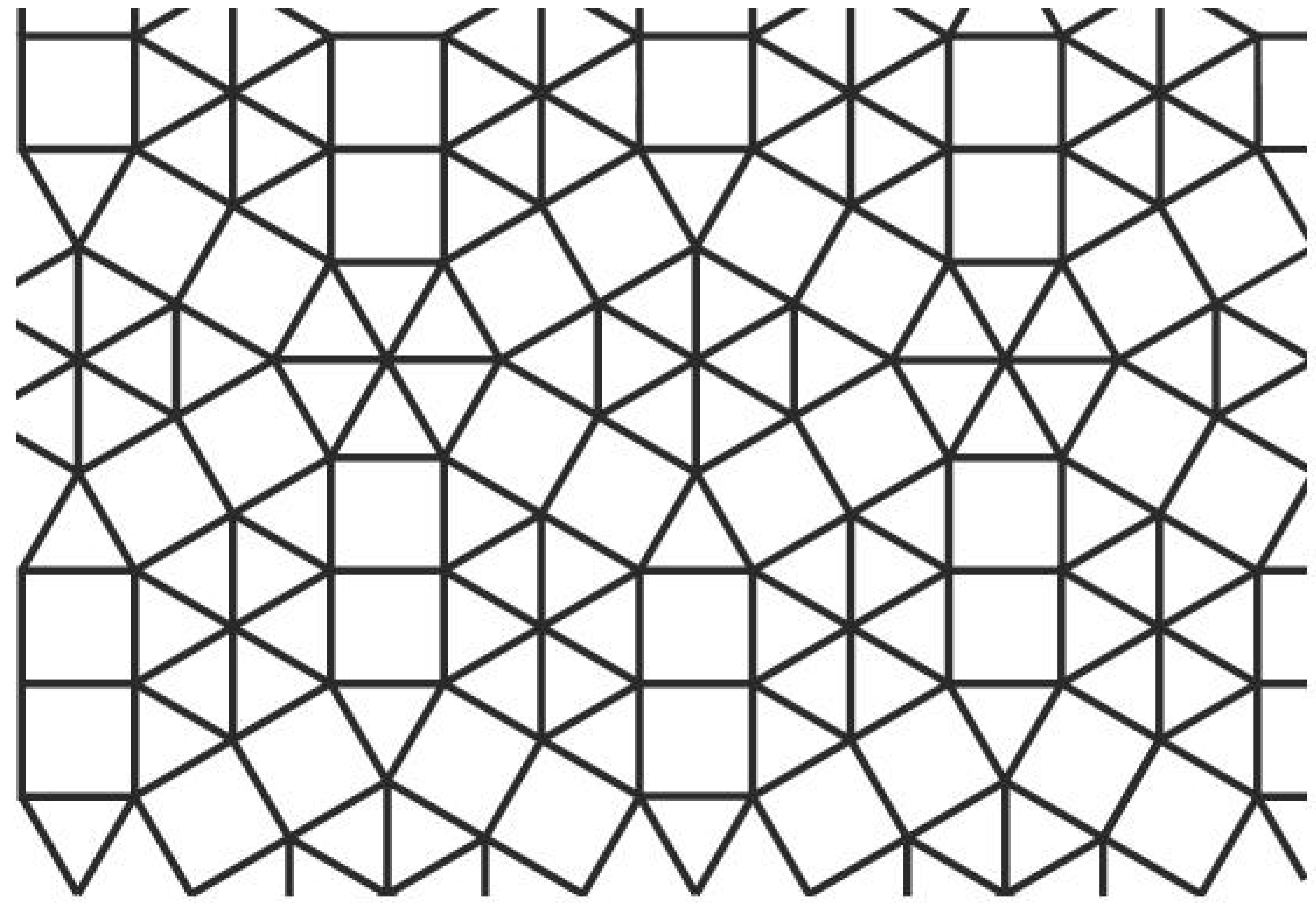
14 C

[▸ 🕮 WERKBOEK] Vul de tabel in. Zeg steeds *ja* of *nee*.

	twee zijden even lang	**diagonalen even lang**	**twee hoeken even groot**	**evenwijdige zijden**
vierkant				
ruit				
vlieger				
parallellogram				

Penrose

Roger Penrose is een Britse wiskundige. Hij is onder meer bekend door zijn tegelpatronen. Een van die tegelpatronen zie je in de afbeelding hiernaast.



15 C Hoeveel verschillende tegels zijn gebruikt in de afbeelding?

16 C Welke vormen hebben die tegels?

17 G Zijn die tegels lijnsymmetrisch? Zo ja, hoeveel symmetrieassen hebben ze elk?

18 G Zijn de tegels draaisymmetrisch? Zo ja, wat is de kleinste draaihoek van elk?

In het tegelpatroon van Penrose kun je allerlei vlakke figuren ontdekken door tegels met elkaar te combineren.

19 C [WERKBOEK] Kleur een gelijkzijdige driehoek, gemaakt van vier tegels, rood.

20 C [WERKBOEK] Kleur een rechthoek blauw.
Hoeveel tegels kun je maximaal gebruiken?

21 C [WERKBOEK] Kleur een parallellogram groen. Gebruik vier tegels.

22 C [WERKBOEK] Kleur een trapezium geel.
Hoeveel tegels heb je gebruikt?

23 C [WERKBOEK] Kleur een ruit bruin. Gebruik twee tegels.

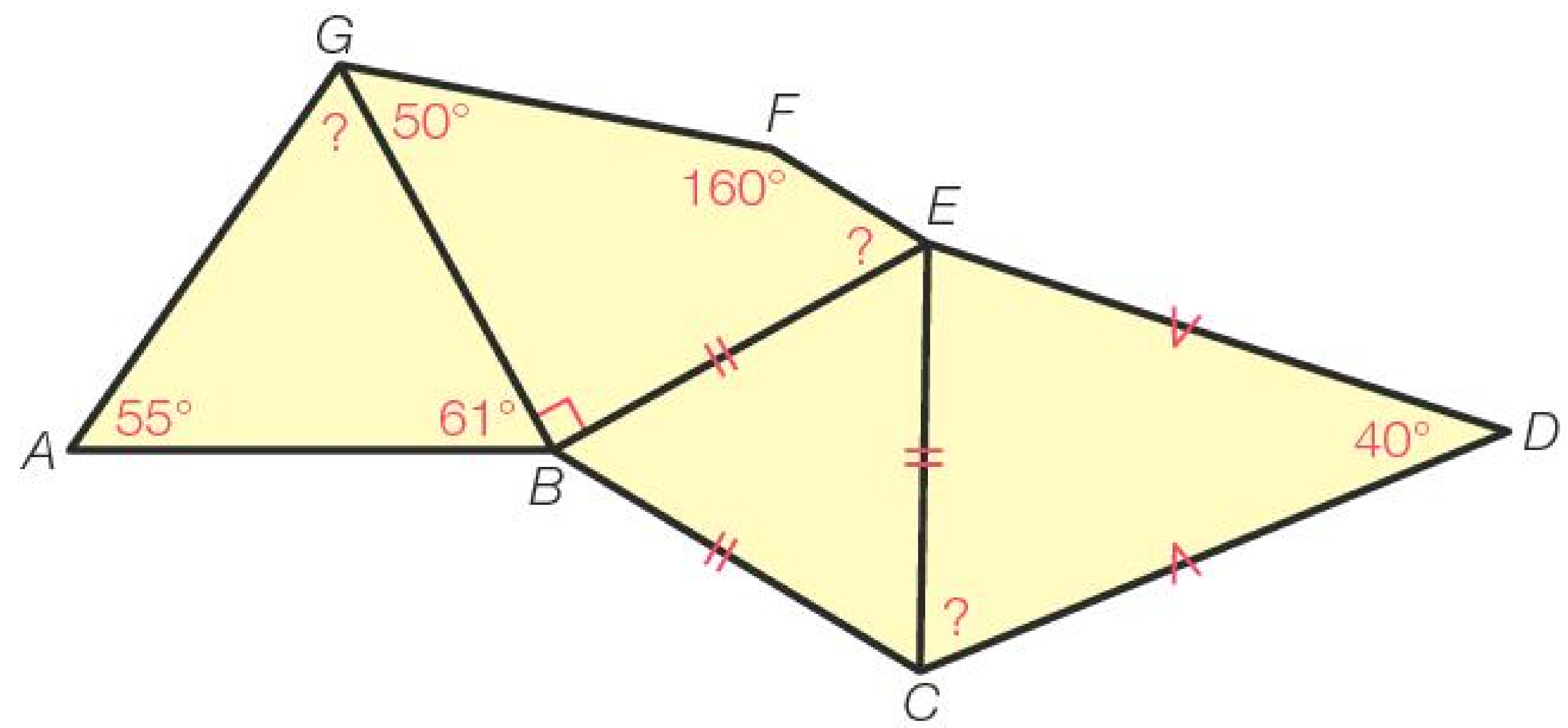
24 C [WERKBOEK] Kleur een andere ruit paars. Gebruik acht tegels.

25 C [WERKBOEK] Er zijn nog meer veelhoeken te ontdekken in dit Penrose patroon, zoals vijfhoeken, zeshoeken, zevenhoeken en twaalfhoeken. Kleur een aantal van deze veelhoeken en schrijf er de naam bij.

Gele figuur

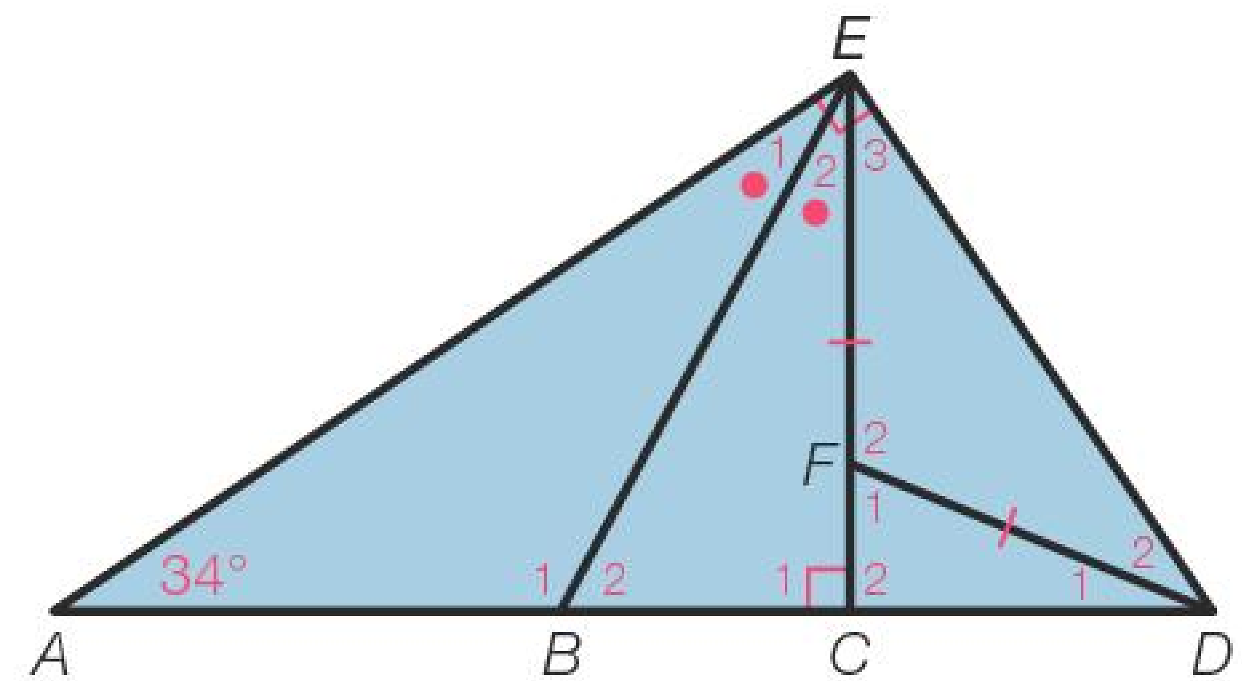
26 C,J
Bereken de hoeken met het vraagteken.

27 C
Welke vlakke figuur herken je in vierhoek *BCDE*?



Blauwe figuur

28 C,H,I,J
Bereken alle hoeken in de figuur hiernaast.



Driehoeken tekenen

29 C,G
Welke soorten symmetrie herken je in een gelijkzijdige driehoek?

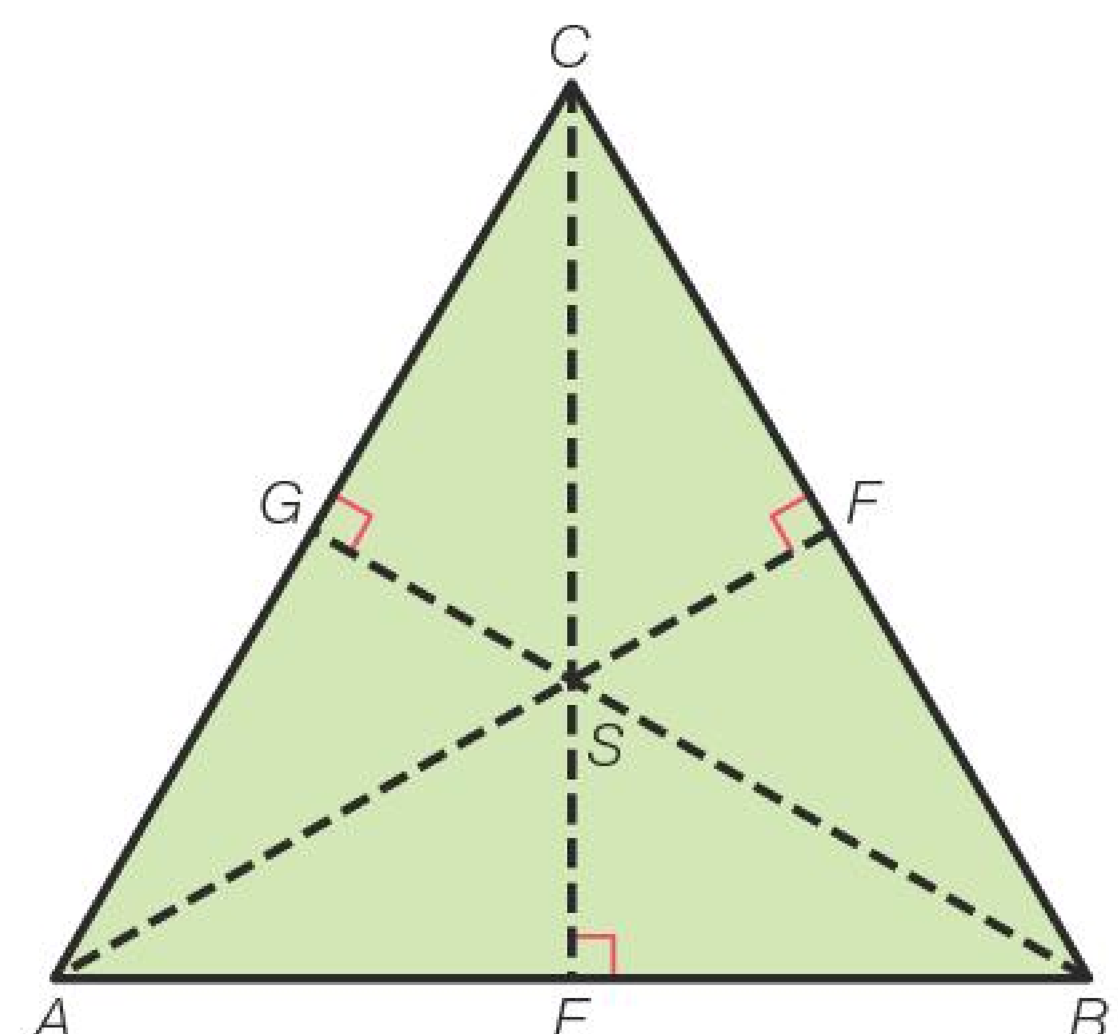
30 C,J
Hoe groot zijn de hoeken van een gelijkzijdige driehoek?

31 F,J
Teken een gelijkzijdige driehoek met zijden van 5 cm.

32 F,J
Teken een driehoek *DEF* met $DE = 6$ cm, $\angle E = 30°$ en $\angle F = 50°$.

Hoogtelijn

Gegeven is de gelijkzijdige driehoek *ABC* met zijden van 35 cm. In de driehoek zijn de hoogtelijnen getekend. Deze hoogtelijnen snijden elkaar in punt *S*.

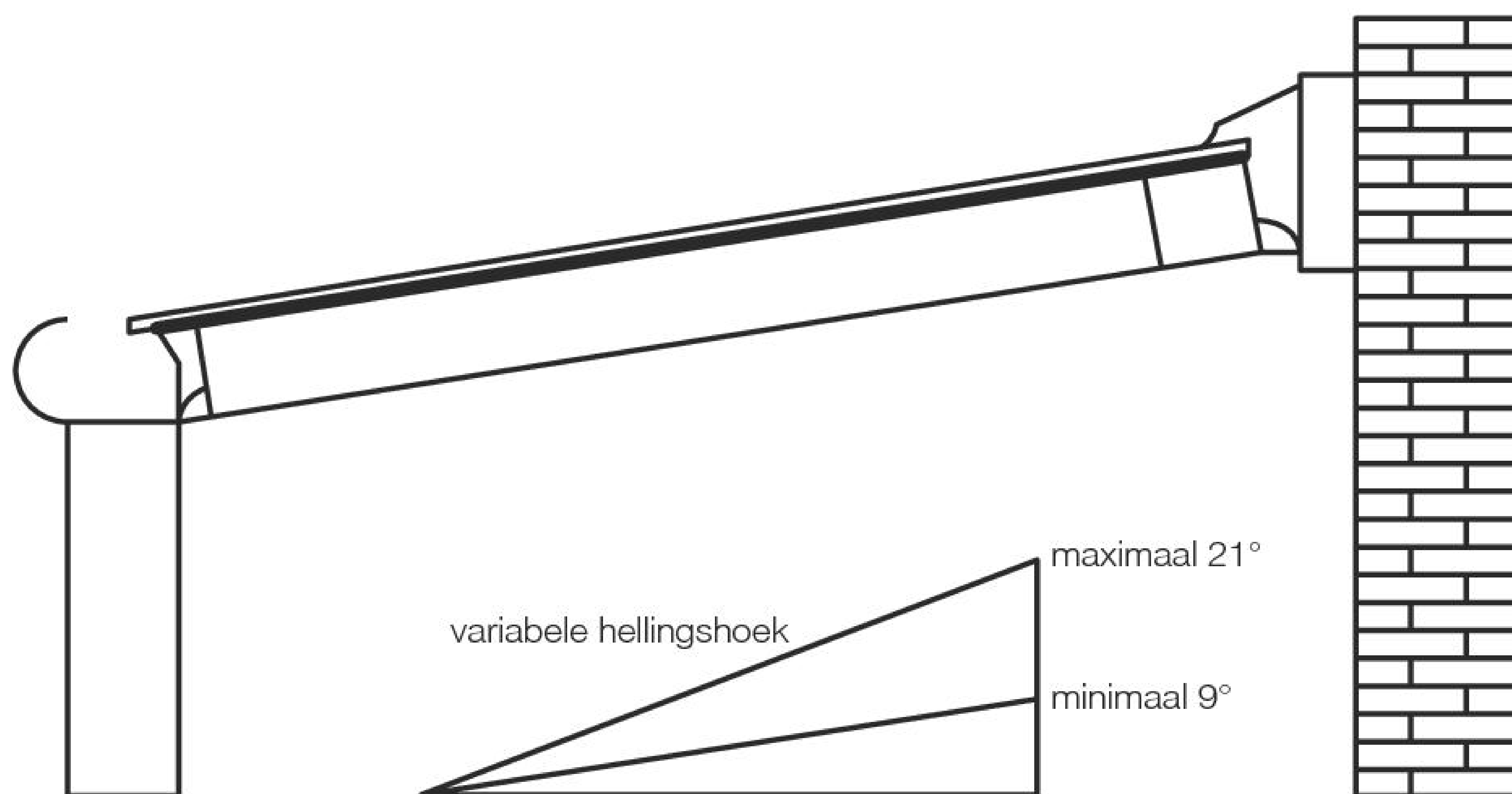


33 I,N,R
Bereken hoeveel vierkante centimeter de oppervlakte van driehoek *ABC* is. Rond af op één decimaal.

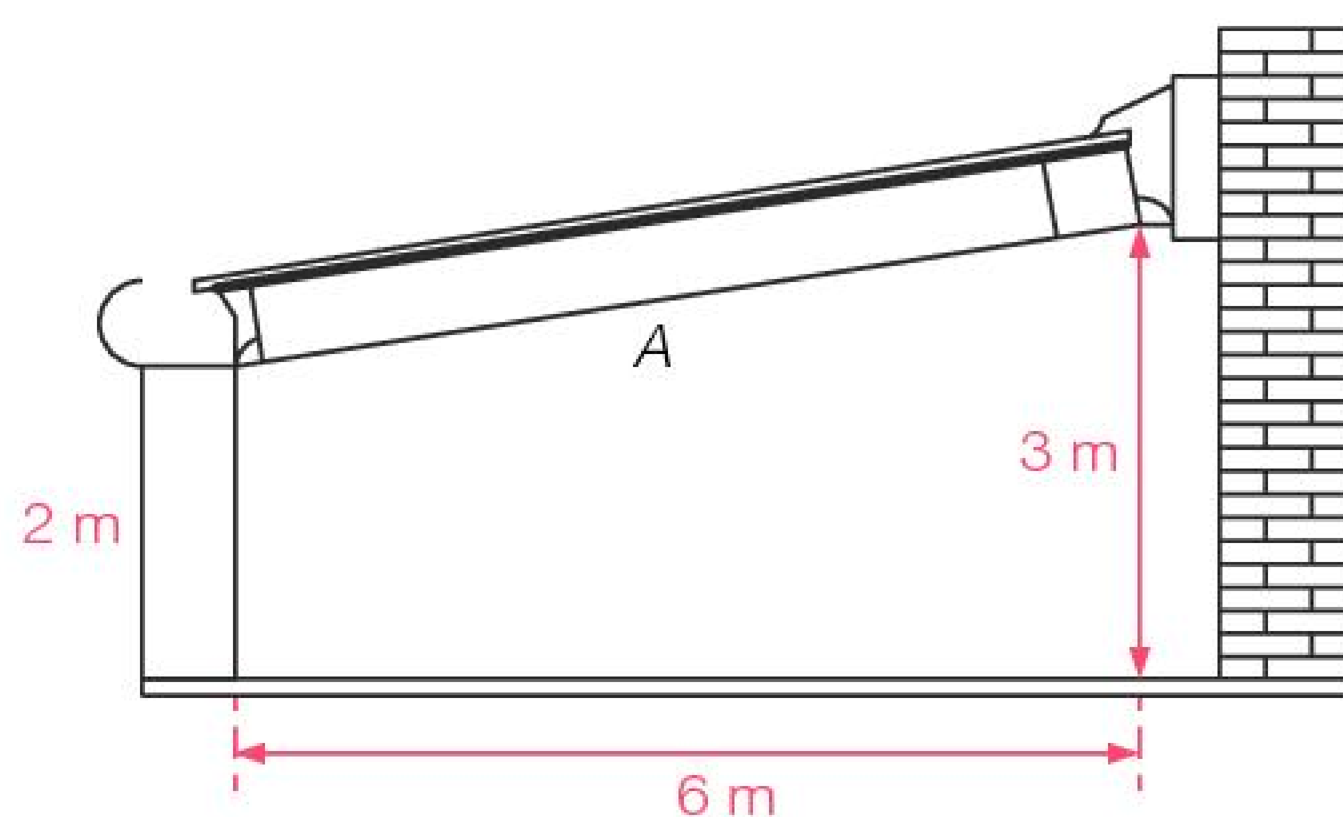
34 C,I,M
Bereken hoeveel centimeter de lengte van *AS* is. Rond je antwoord af op één decimaal.

Serre

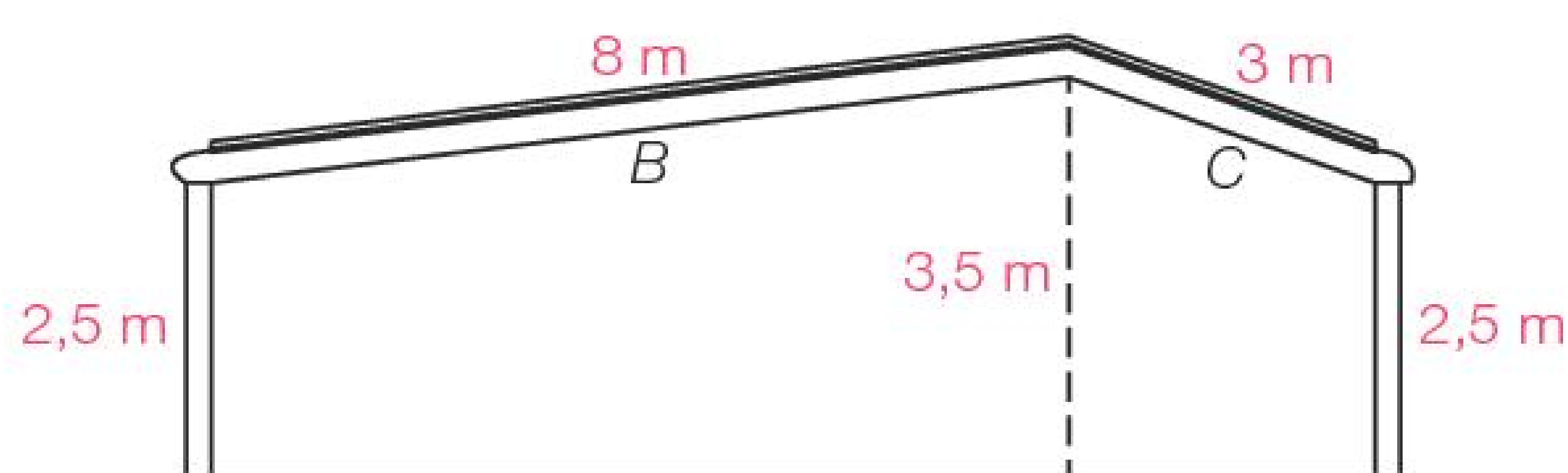
Een fabrikant geeft advies over de hellingshoek van de daken voor de serres die hij maakt.



35 L Voldoet de hellingshoek van dak *A* aan het advies van de fabrikant?



36 L Voldoen de hellingshoeken van de daken *B* en *C* aan het advies van de fabrikant?



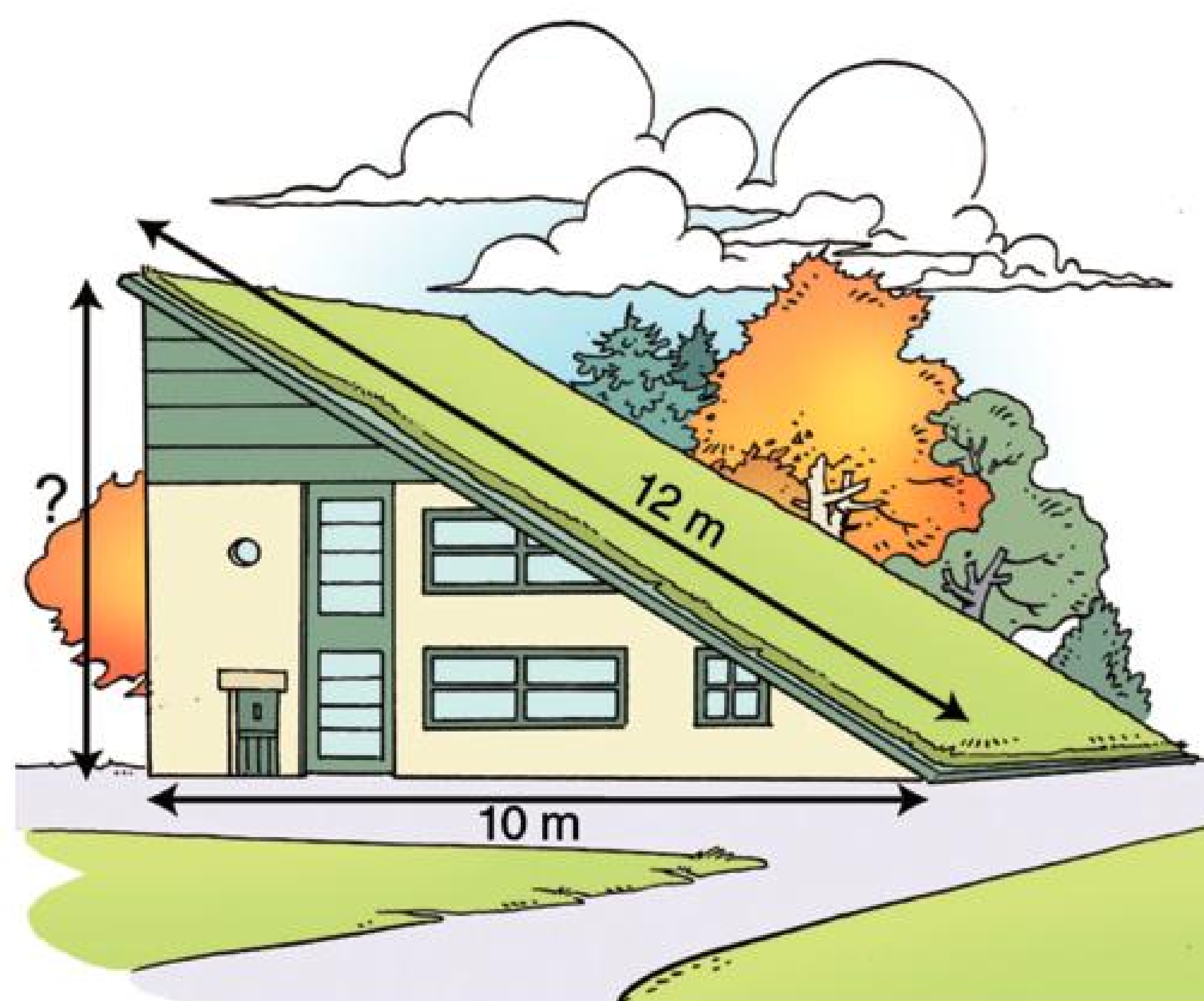
Pythagoras

37 N Bereken de afstand tussen de punten *A*(3, 2) en *B*(5, 8).

38 N Salik heeft een driehoekige schaal gekocht.
De zijden zijn 25 cm, 33 cm en 21 cm.
Heeft die schaal een rechte hoek?

Huis

Jan heeft een huis met een grasdak laten bouwen. Het grasdak is 12 m lang. De breedte van het huis is 10 m.



39 N Hoe hoog is het huis? Rond af op twee decimalen.

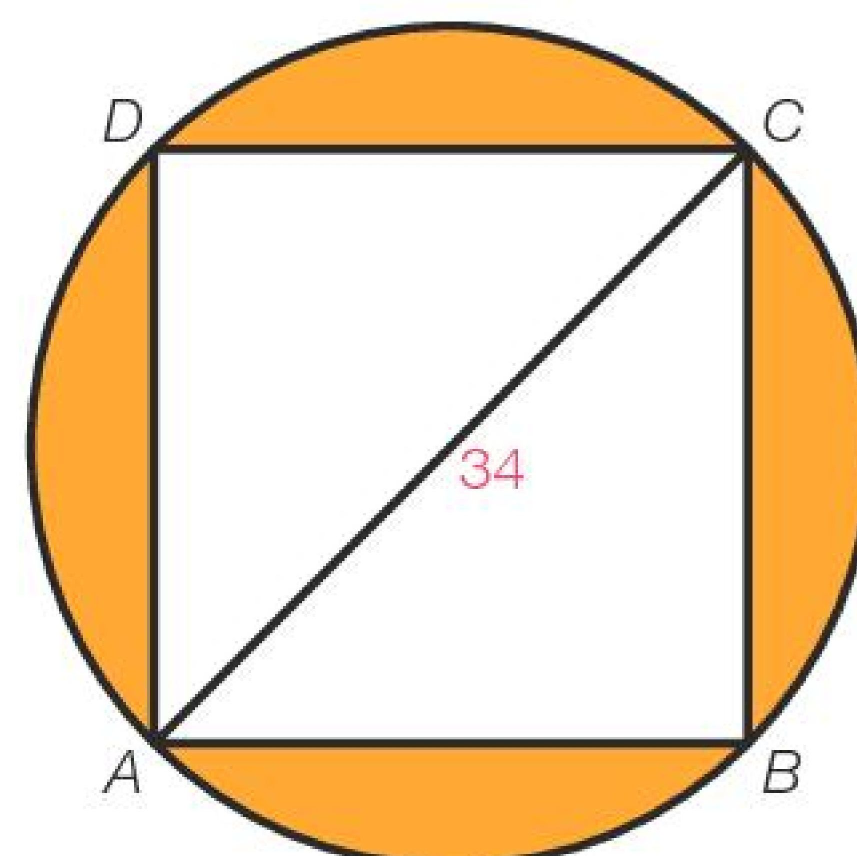
40 O Bereken het hellingspercentage van het grasdak.

Dennenhout

De eigenaar van een dennenbos laat een aantal bomen kappen. Ze worden verwerkt in de houtindustrie. De bomen worden na het kappen in even lange stukken gezaagd en op een stapel gelegd. De stukken boomstam op de stapel hebben verschillende diameters.
Ga er bij de volgende vraag vanuit dat de doorsnede van een boomstam een cirkel is met een diameter van 34 cm.



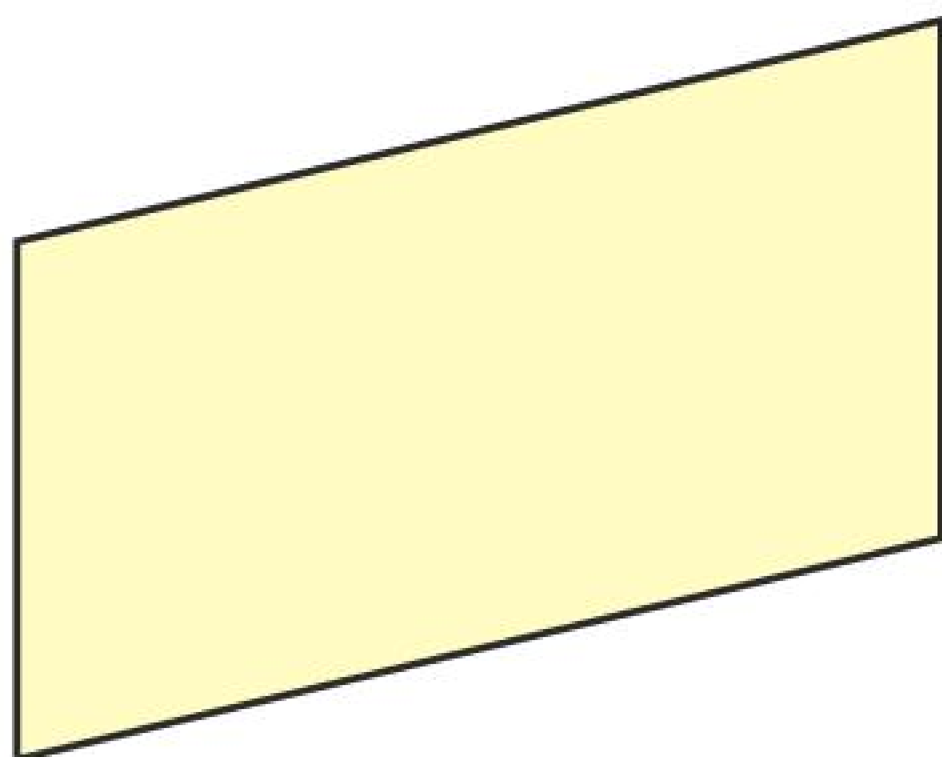
41 M,R Alleen het middelste stuk van de boomstam is bruikbaar voor het zagen van mooie rechte planken. Dit stuk is in de tekening hiernaast aangegeven met vierkant *ABCD*.
Bereken, zonder te meten, hoeveel vierkante centimeter de oppervlakte van vierkant *ABCD* is.

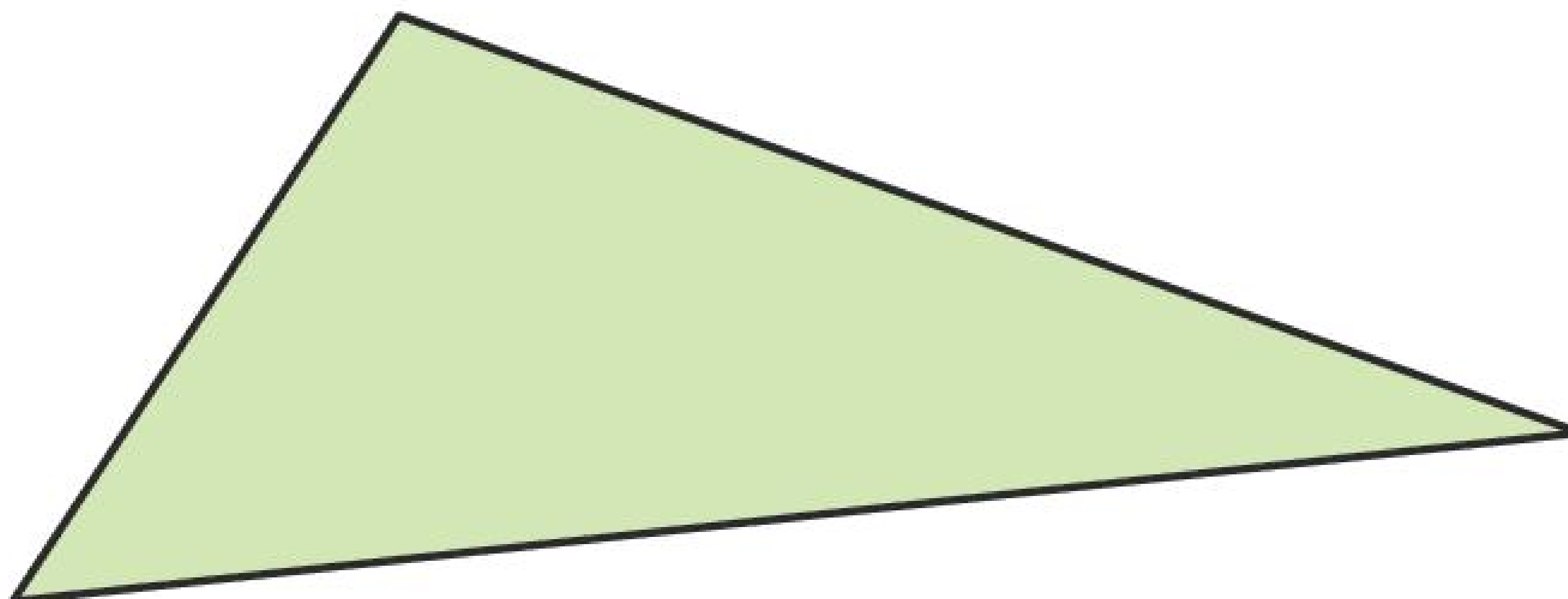


42 S De dunste boomstam van de stapel levert precies drie zakken houtsnippers op. Alle boomstammen zijn even lang. De dikste boomstam van de stapel heeft een diameter die twee keer zo groot is als de diameter van de dunste boomstam.
Hoeveel zakken houtsnippers levert de dikste boomstam op?

Oppervlakte

43 I,R [▸ WERKBOEK] Bereken in vierkante centimeters de oppervlakte van de figuren hieronder. Teken eerst een hoogte. Meet dan de hoogte en de bijbehorende zijde.

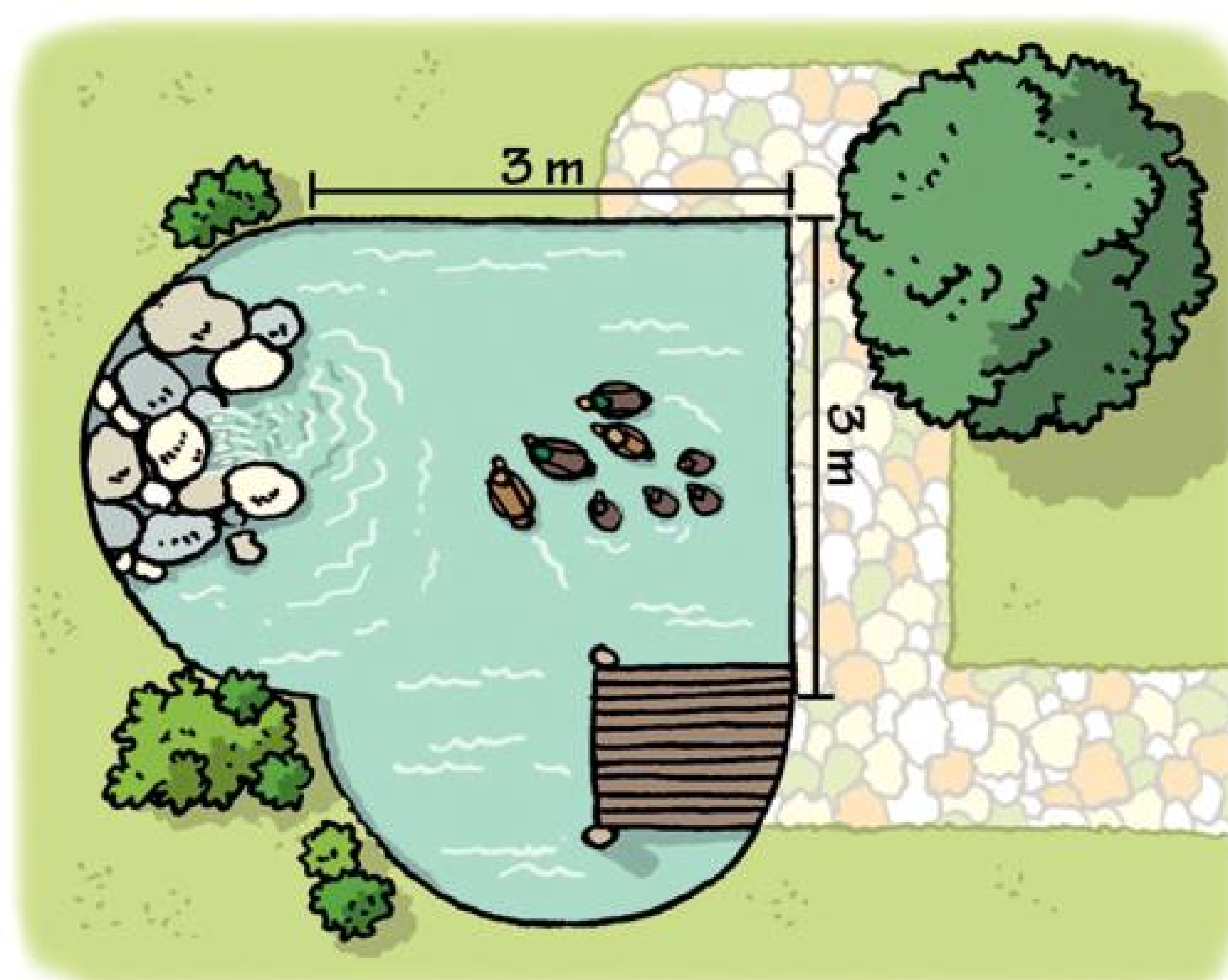




Vijver

44 R Bereken de oppervlakte van de hartvormige vijver. Rond af op één decimaal.

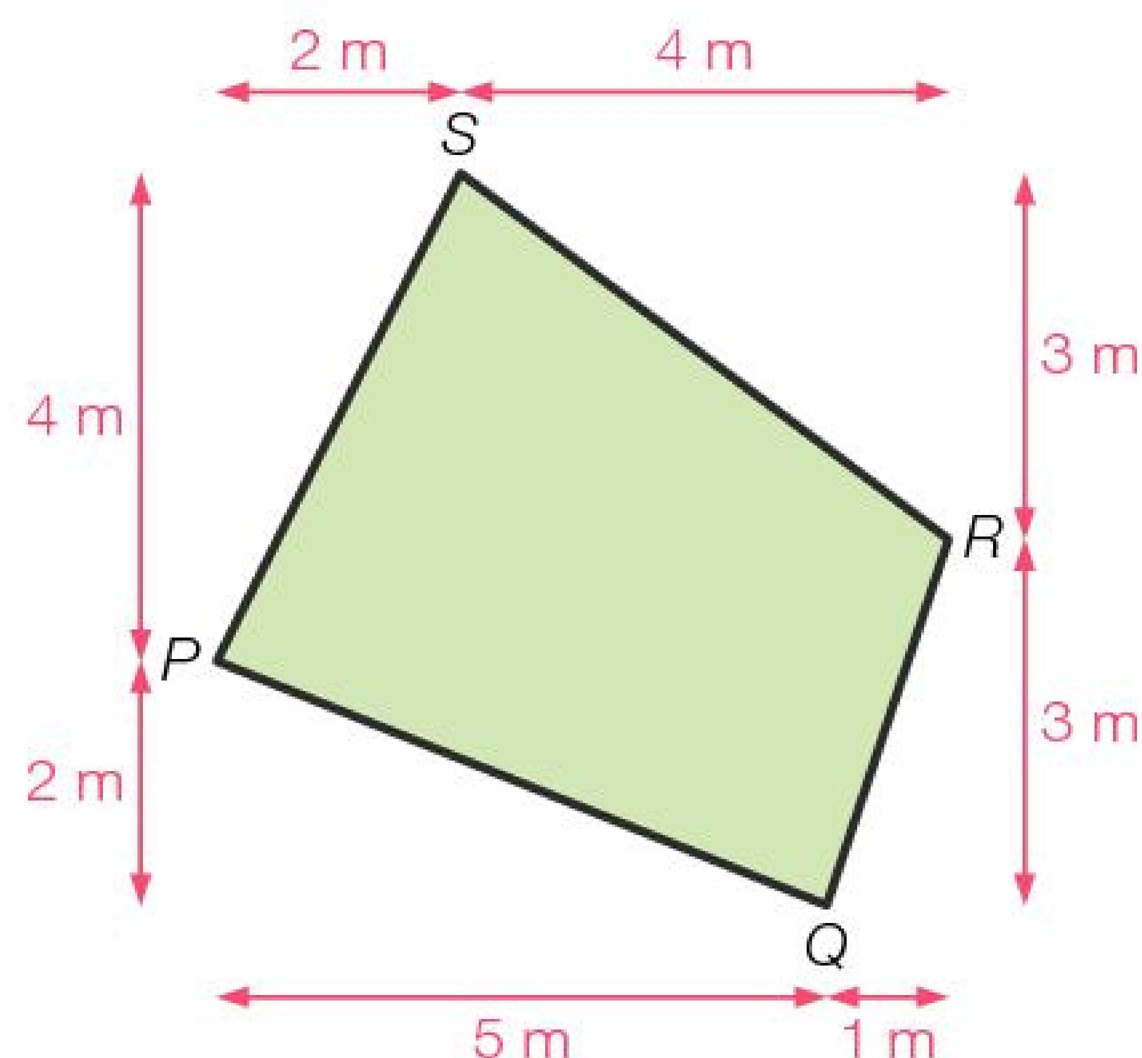
omtrek cirkel = $\pi \times$ diameter
oppervlakte cirkel = $\pi \times \text{straal}^2$



45 R Bereken de omtrek van de vijver. Rond af op één decimaal.

Vierhoek

46 R Bereken de oppervlakte van vierhoek *PQRS*.



Muurschildering

47 S,5R,5S

Klas 4C maakt het ontwerp van een muurschildering.
De lengte van het ontwerp is 29 cm.
De oppervlakte van het ontwerp is 625 cm^2.
De lengte van de grote muurschildering is 4,50 m.
Bereken de oppervlakte van de grote muurschildering in vierkante meters.
Rond af op helen.



GT

Vergroten

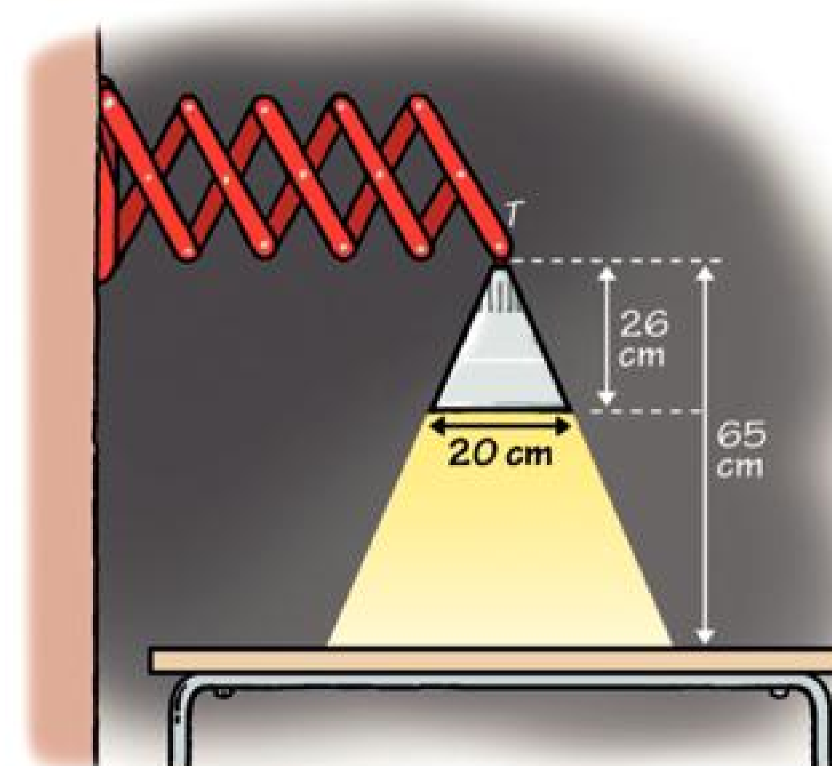
48 T

Een warenhuis verkoopt handdoeken in verschillende maten.
Handdoek B is een vergroting van handdoek A.
De oppervlakte van handdoek A is 1,2 m^2.
De oppervlakte van handdoek B is 1,6 m^2.
Bereken de vergrotingsfactor. Rond af op twee decimalen.

GT

Bureaulamp

De kap van de lamp is kegelvormig. De lichtbundel schijnt op een bureau van 100 bij 100 cm.
Het bureau staat precies midden onder de lamp.



49 D,Q,8C

Teken het bovenaanzicht van het bureau op schaal 1 : 10. Laat duidelijk zien welk deel van de tafel verlicht is.

50 R

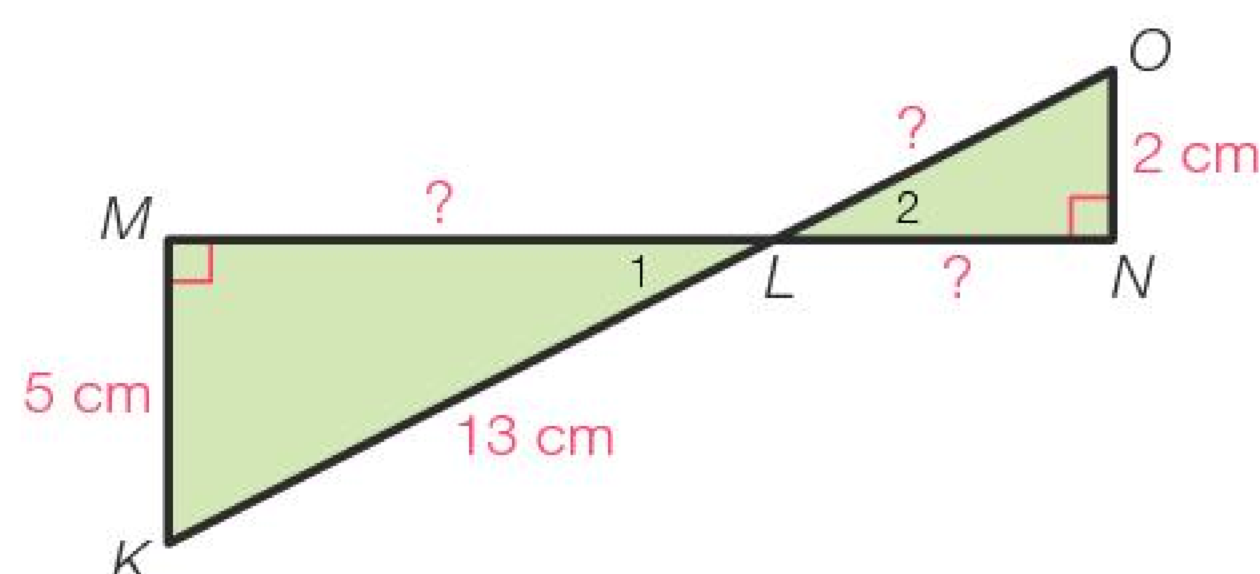
Hoeveel cm^2 van het bureau is niet verlicht?

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2

Gelijkvormige driehoeken

51 H,N,Q

Bereken de zijden met een vraagteken.
Gebruik een verhoudingstabel.

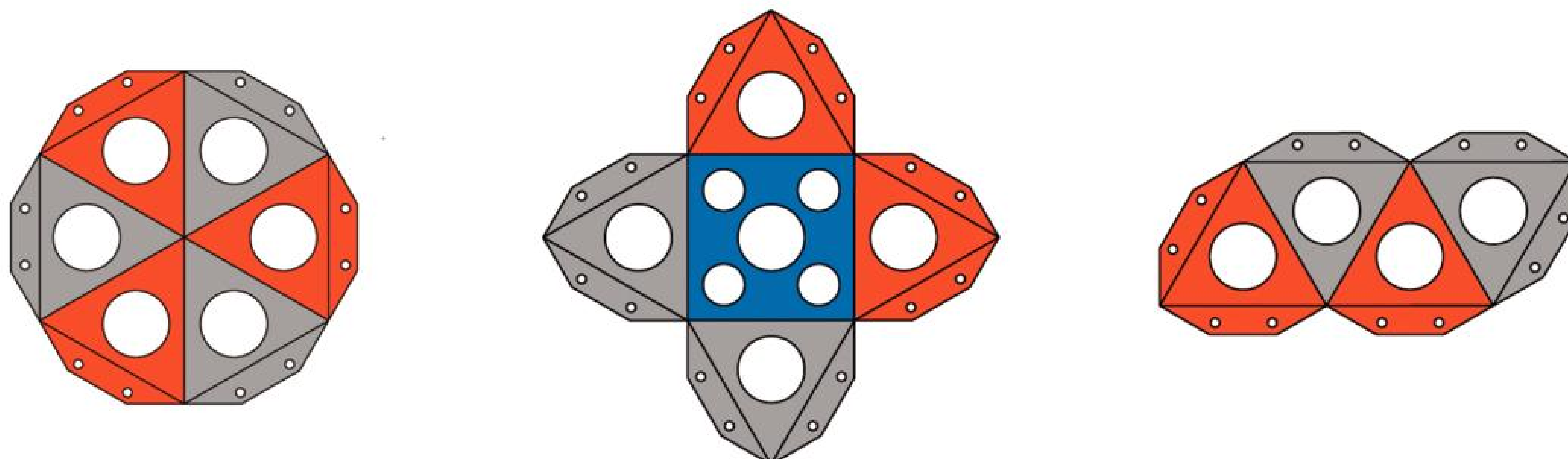


Trigo

Trigo is speelgoed dat bestaat uit losse driehoeken en vierkanten in verschillende kleuren, die je aan elkaar kunt klikken.

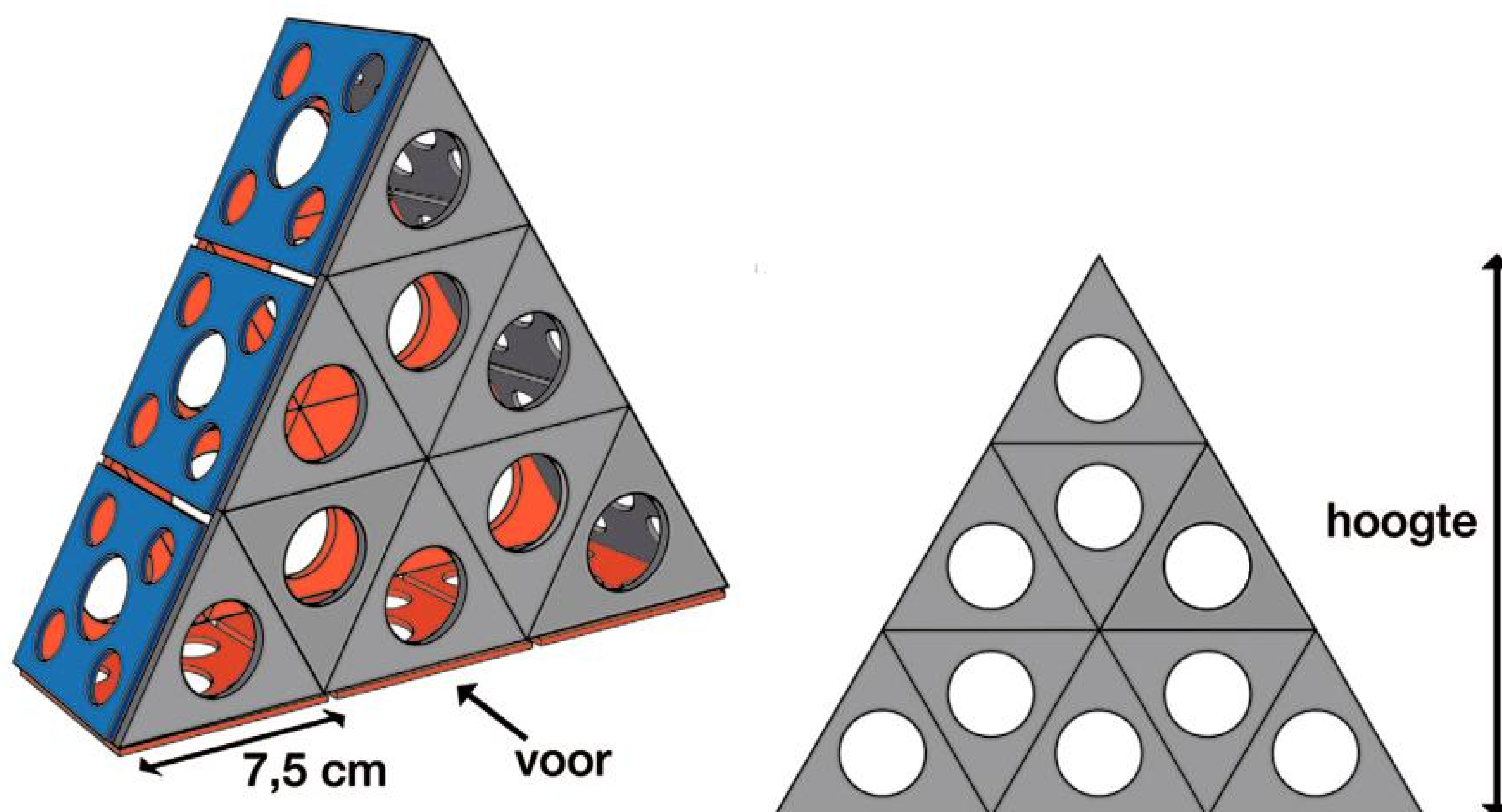
52 G

[▸ WERKBOEK] Geef bij elke figuur aan of die lijnsymmetrisch en/of draaisymmetrisch is.



53 I,N

Je ziet een prisma gemaakt van vierkanten en driehoeken. Ernaast staat een schets van het vooraanzicht.



De zijden van de gelijkzijdige driehoeken zijn 7,5 cm. Je hoeft geen rekening te houden met de ruimte tussen de vierkanten en driehoeken.
Bereken hoeveel centimeter de hoogte van het vooraanzicht is. Rond je antwoord af op één decimaal.

Brandtoren

Vera maakt twee foto's van de brandtoren op de Rozendaalse heide. De eerste foto maakt ze vanuit punt *A*. Ze heeft de zon in de rug. De zon staat dan in het zuiden. De tweede foto maakt ze vanuit punt *B*. Ze heeft dan de zuidoostenwind in de rug.

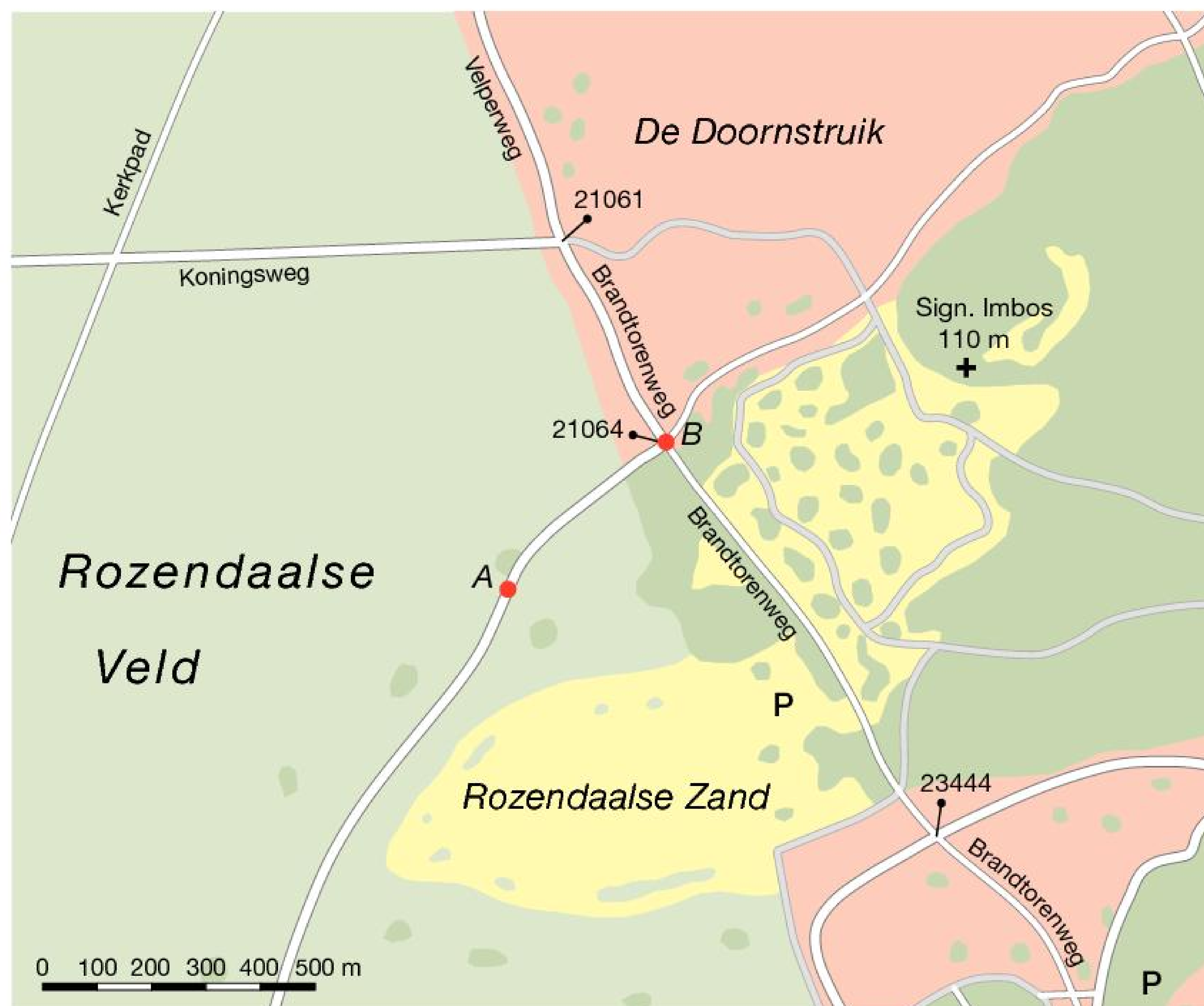


54 K [▸ WERKBOEK] Teken op de plattegrond de plaats van de brandtoren.

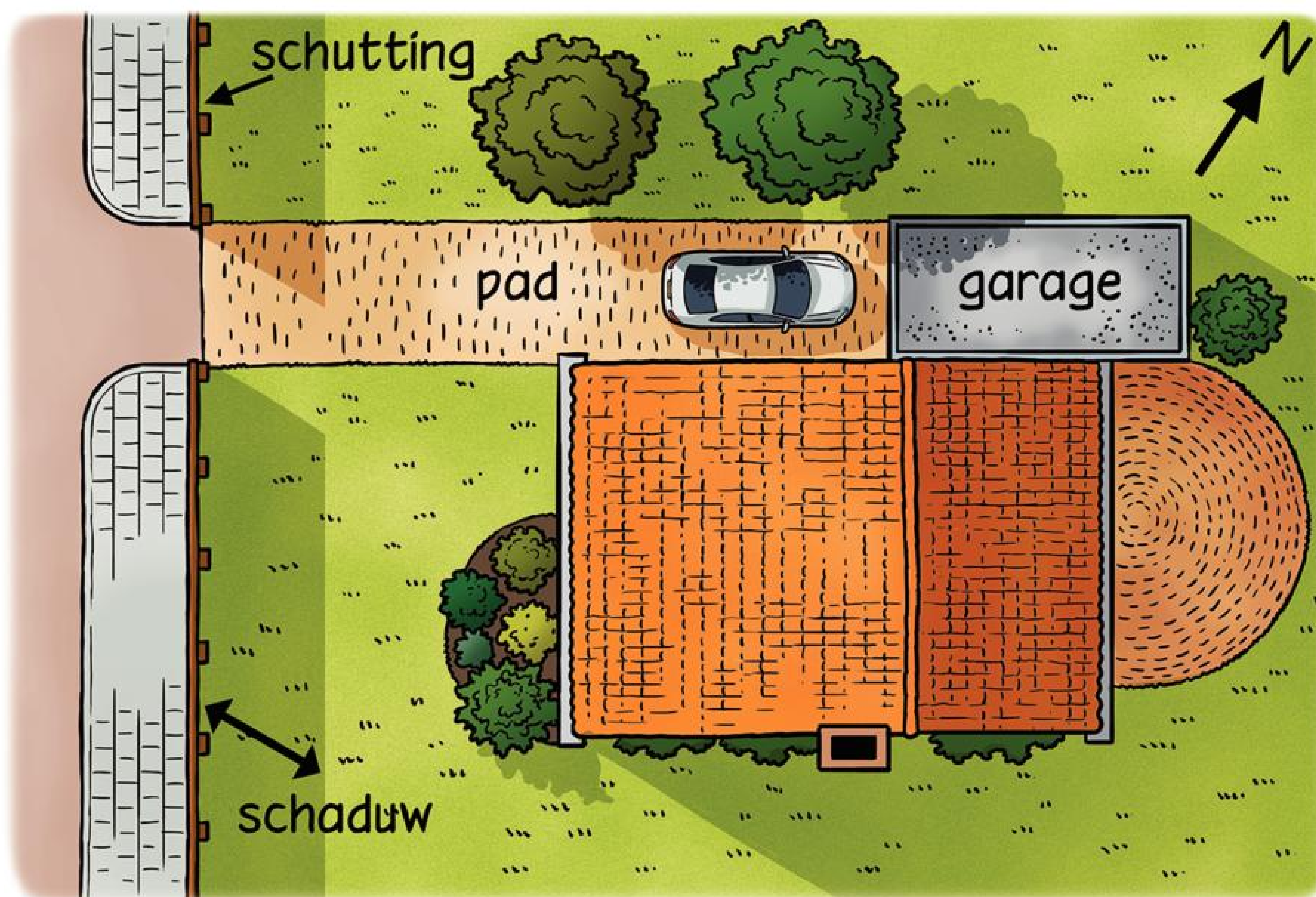
55 N,O Van punt *A* naar punt *B* is het 400 m lopen. Het hoogteverschil is 7 m.
Bereken het hellingspercentage van het stuk van *A* naar *B*.

56 K Vera is van *A* naar *B* gelopen.
Welke windrichting is dat?

57 K [▸ WERKBOEK] Welke koershoek is het van *B* naar de brandtoren?



Zon en schaduw



Het bovenaanzicht van het huis is getekend op schaal 1 : 200.
De schutting is 2 m hoog.
Je ziet de schaduw van de schutting.

58 K Waar staat de zon? Kies uit: *noord*, *noordwest* of *west*.

59 D,L Bereken de zonnehoek op dat moment van de dag.

60 F [▸ WERKBOEK] Van het huis is ook het zijaanzicht getekend.
Teken de schaduw van de schutting. Gebruik de zonnehoek van de vorige opgave.



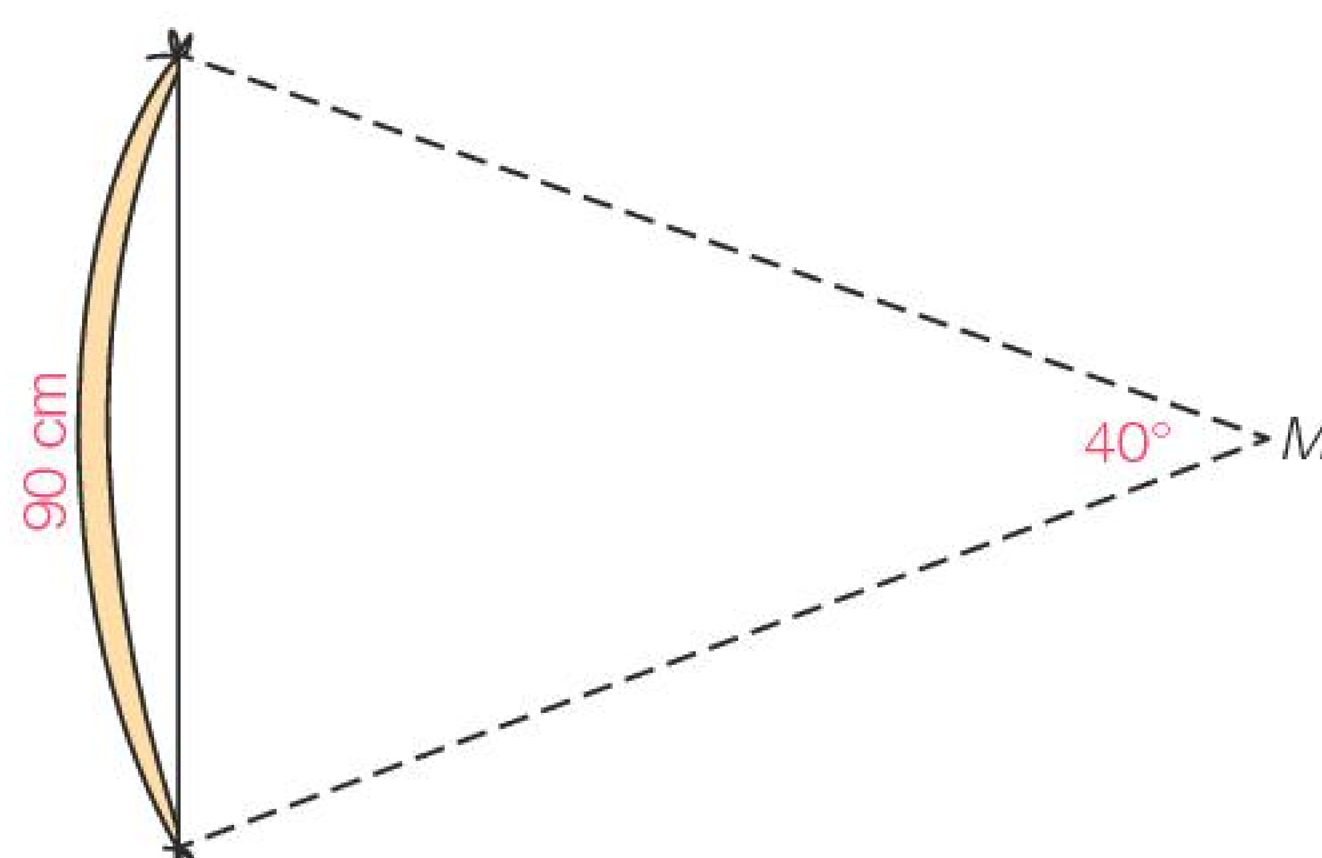
61 F [▸ WERKBOEK] Teken de schaduw van het huis.

62 B [▸ WERKBOEK] Aan de gevel van het huis hangt een sterke lamp.
Teken de schaduw van de schutting en van de man.



Pijl en boog

Een boog wordt gemaakt door een veerkrachtige tak te buigen en tussen de uiteinden touw te spannen. De gebogen tak is een deel van een cirkel. In de tekening zie je zo'n boog met M als middelpunt van de cirkel.

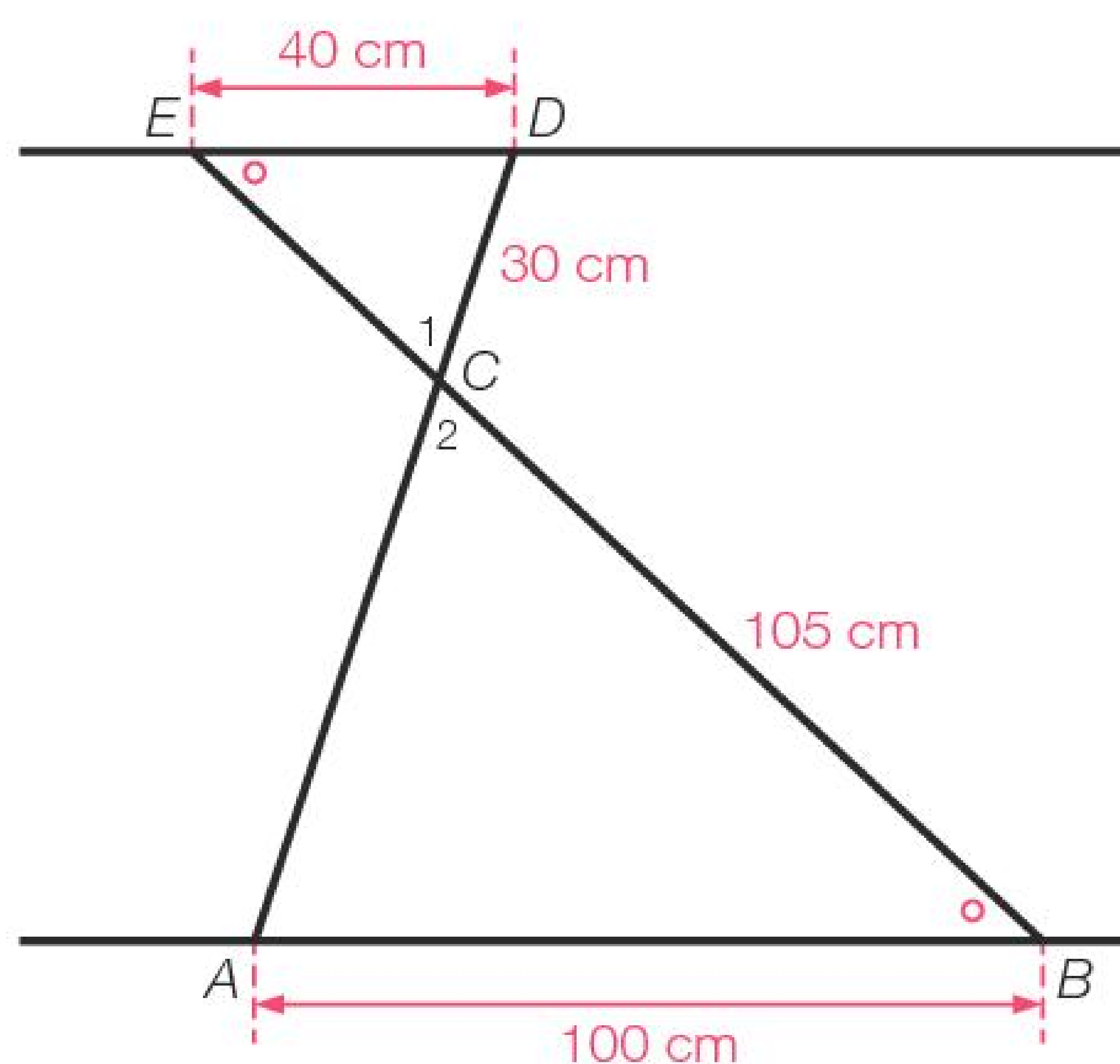


63 G,R Laat met een berekening zien dat de straal van de cirkel ongeveer 129 cm is.

64 M Het touw is korter dan de tak.
Bereken de lengte van het touw. Rond af op één decimaal.

Strijkplank

Hiernaast zie je een schets van het vooraanzicht van een strijkplank. AB en DE zijn evenwijdig.



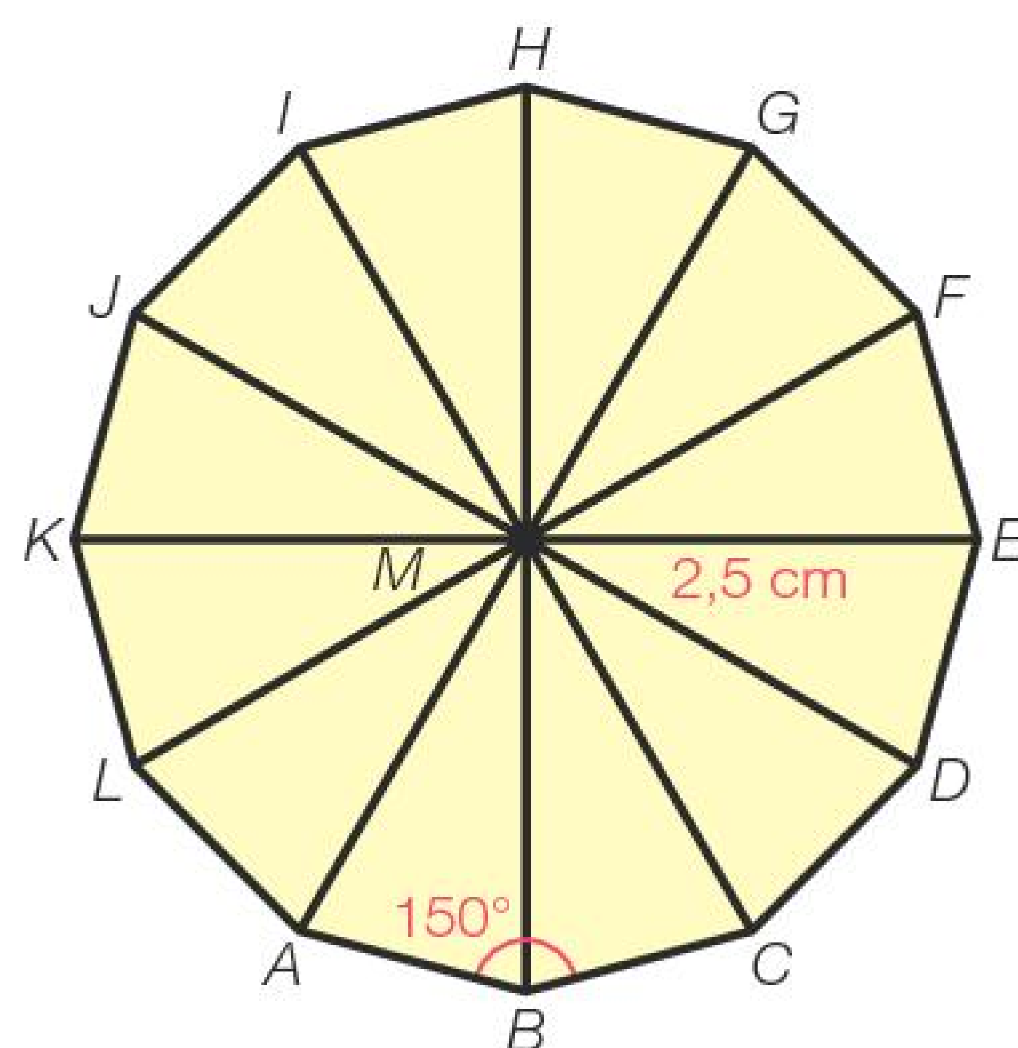
65 H,Q Bereken de lengte van CE.

66 H,Q Bereken de lengte van AD.



Mozaïek

De twaalfhoek is gemaakt van twaalf dezelfde mozaïekstenen die de vorm hebben van een gelijkbenige driehoek.



67 G Hoeveel symmetrieassen heeft de twaalfhoek?

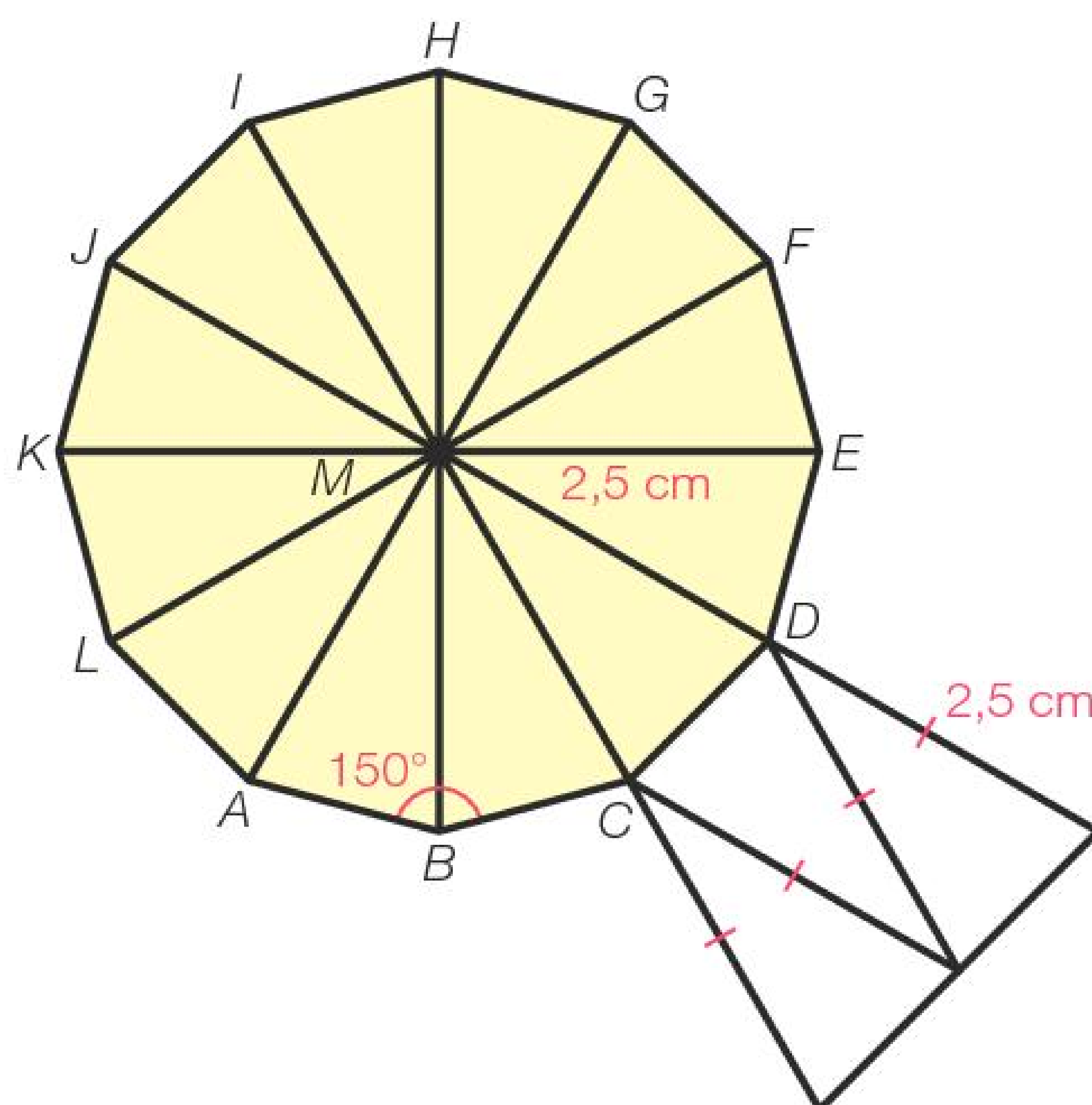
68 G,J De twaalfhoek is draaisymmetrisch. Hoe groot is de kleinste draaihoek?

69 A,G,J Hoe groot is $\angle EMI$?

70 G,J Laat met een berekening zien dat $\angle ABC = 150°$.

71 J,M,R Bereken de oppervlakte van de twaalfhoek in hele cm^2.

72 [▶ WERKBOEK] Om de twaalfhoek is het begin van een rand gemaakt. Maak de rand af.



73 S De grote figuur met rand is een vergroting van de twaalfhoek. Wat is de vergrotingsfactor?

74 S Bereken de oppervlakte van de grote figuur. Gebruik ook je antwoord van de vorige vraag.

Weiland

In de wei van Bart maakt een watersnip een nest. Een watersnip is een zeldzame vogel. Bart wil het nest beschermen tegen grazende koeien en schapen.
Hij koopt drie stalen hekken. Twee hekken zijn 2,5 m lang, het andere hek is 4 m lang. Bart zet ze in een driehoek in de wei om het nest van de watersnip.



75 D,5R,8C Teken het bovenaanzicht van de driehoek op schaal 1 : 100.

76 G,N,R Bereken de oppervlakte van het stukje weiland tussen de hekken.

77 C,R Bart koopt er een hek van 4 m bij. Hij kan nu met de vier hekken een rechthoek, een parallellogram of een vlieger maken.
Is de oppervlakte van het parallellogram groter, kleiner of even groot als die van de rechthoek?

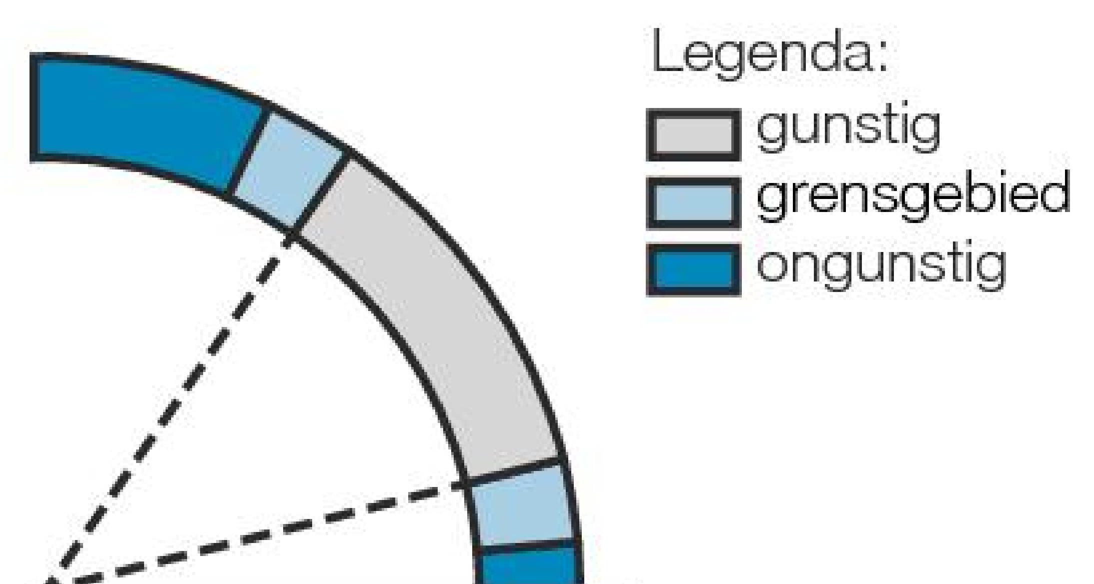
Zonnepanelen



Op de foto zie je een dak met zonnepanelen. Zonnepanelen zetten zonlicht om in elektriciteit.

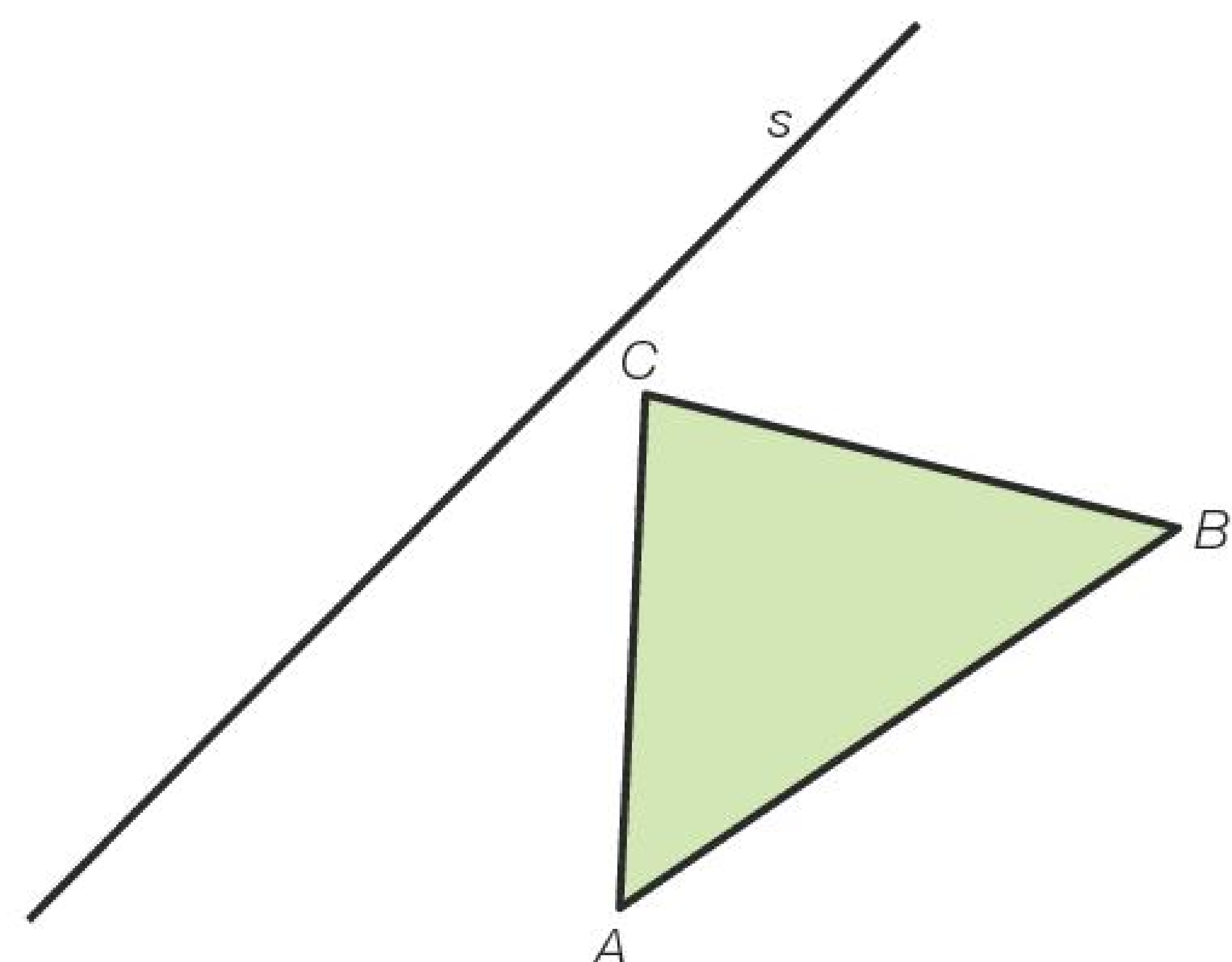
Om zoveel mogelijk zonlicht op te vangen, moeten de panelen naar het zuiden gericht zijn. Bij een schuin dak worden de zonnepanelen plat tegen het dak gemonteerd, zie de foto. De hellingshoek van het dak heeft invloed op de hoeveelheid elektriciteit die de zonnepanelen kunnen omzetten.

78 E In de tekening zie je welke hellingshoeken van het dak gunstig zijn, welke ongunstig en wat de grensgebieden zijn.
Meet in de tekening hiernaast tussen welke twee waarden een gunstige hellingshoek ligt.



Spiegelen

79 P [WERKBOEK] Spiegel $\triangle ABC$ in lijn s.
Noem het spiegelbeeld $\triangle A'B'C'$.

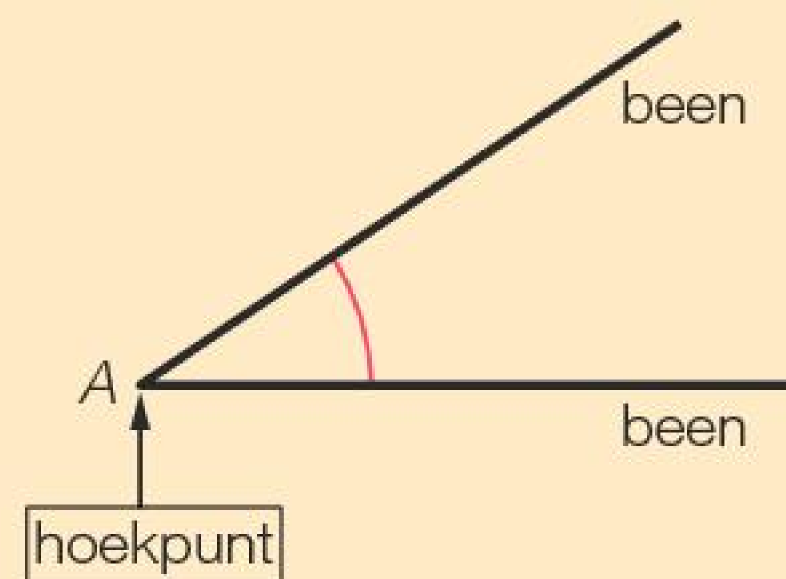


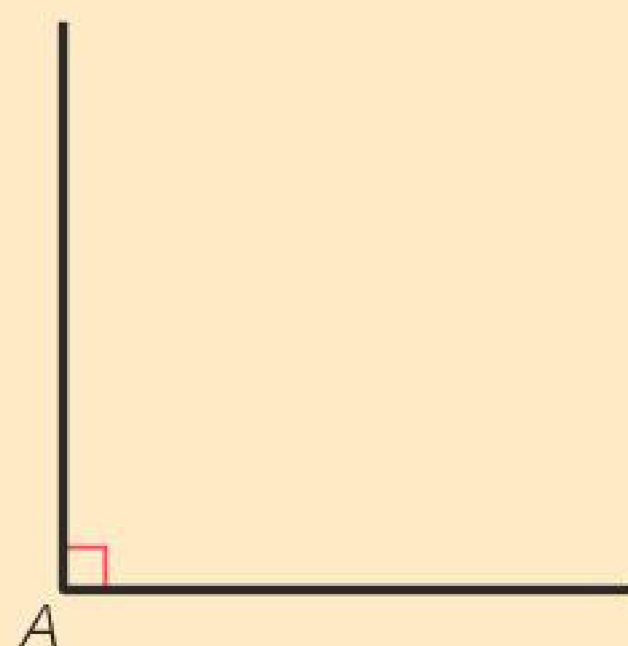
6.2 Theorie

Theorie 6A Hoeken

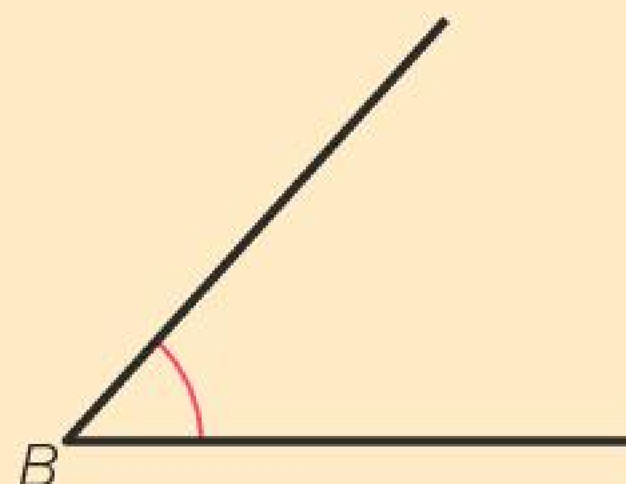
Opgaven 3, 4, 5, 69

Elke **hoek** heeft twee **benen**. De benen beginnen in het **hoekpunt**.

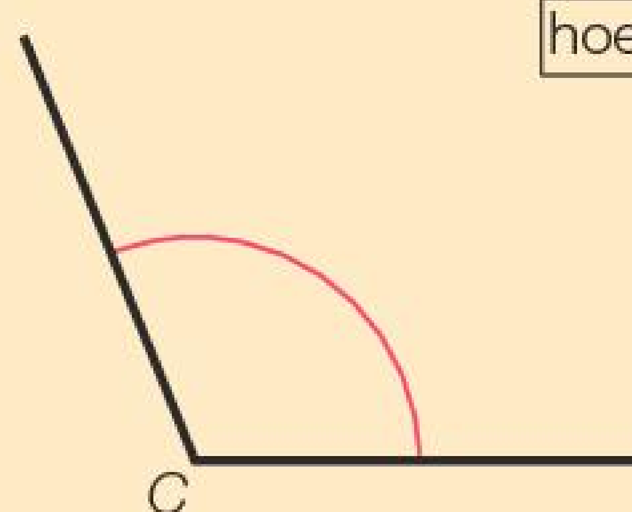




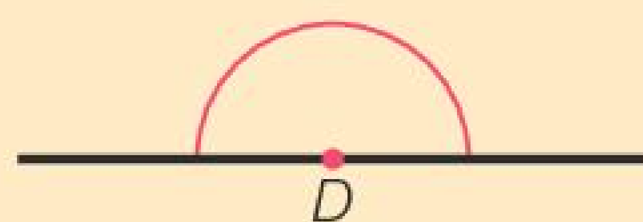
$\angle A = 90^\circ$
rechte hoek



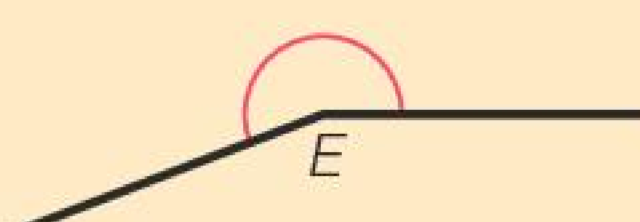
$\angle B < 90^\circ$
scherpe hoek



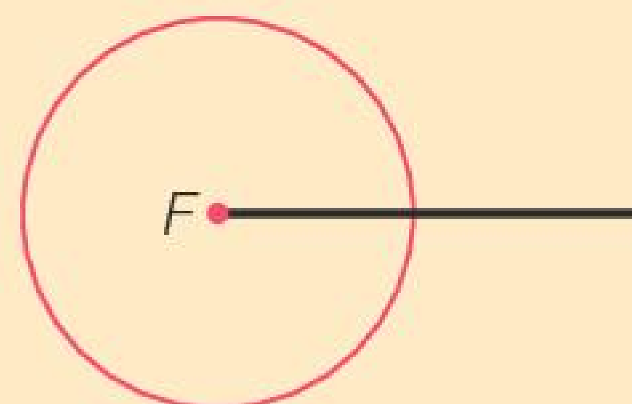
$\angle C > 90^\circ$
stompe hoek



$\angle D = 180^\circ$
gestrekte hoek



$\angle E > 180^\circ$
inspringende hoek

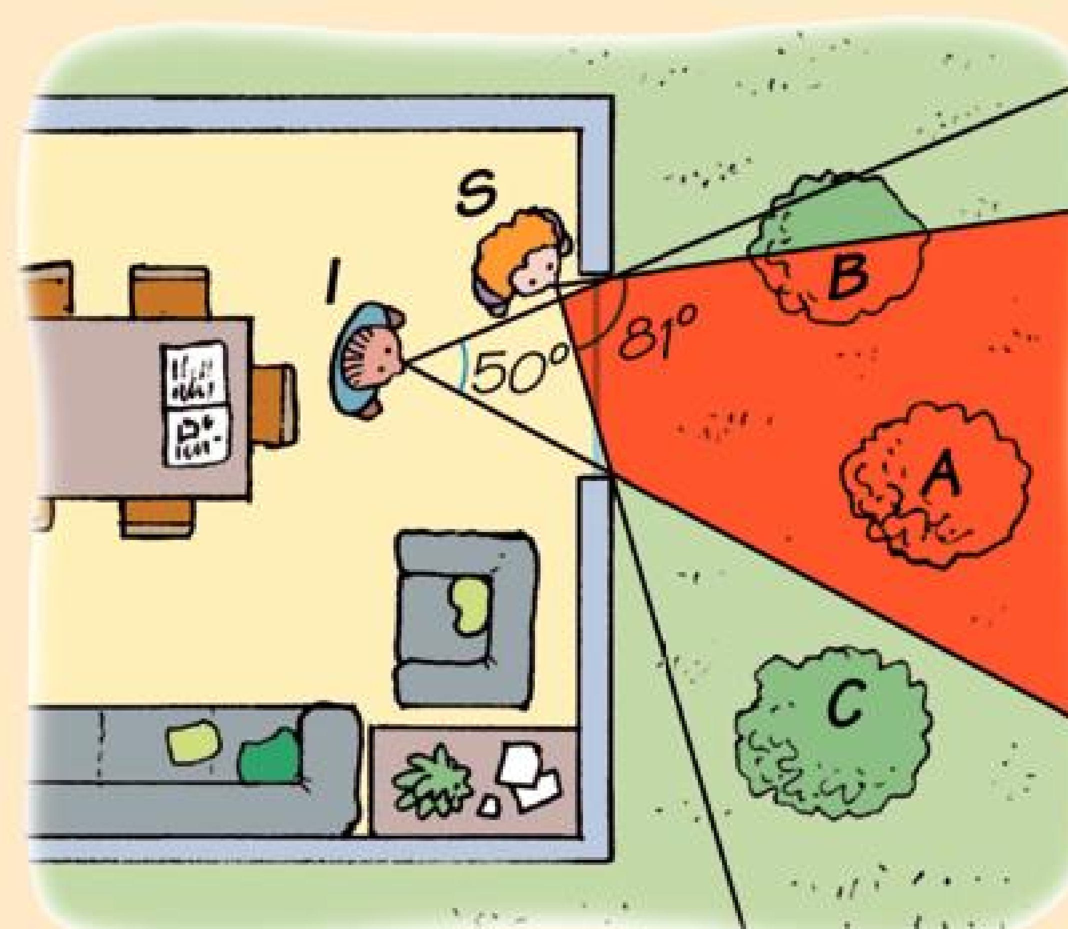


$\angle F = 360^\circ$
volle hoek

Theorie 6B Kijkhoek

Opgave 4, 62

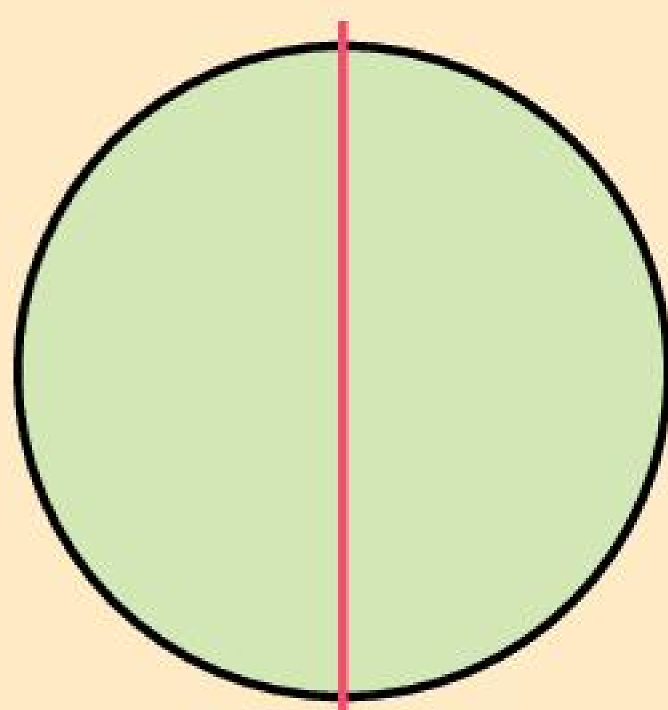
Op de plattegrond van de kamer zie je Ihab.
Hij kijkt door het raam naar buiten. De kijklijnen zijn de grenzen van het buitengebied dat Ihab kan zien.
De kijklijnen lopen precies langs de randen van het raam.
Ihab ziet boom *A* wel en boom *C* niet.
Van boom *B* ziet hij het grootste gedeelte.
De kijkhoek van Ihab naar buiten is 50°.
Sandra staat ook in de kamer. Haar kijkhoek is 81°.
Het gebied dat Sandra en Ihab allebei zien is rood gekleurd.



Theorie 6C Namen en eigenschappen van vlakke figuren

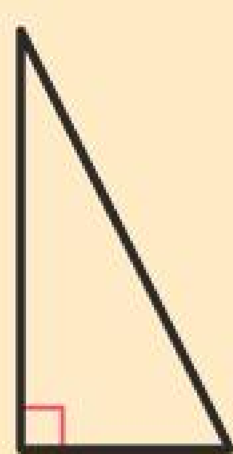
Opgaven 14-16, 19-30, 34, 77

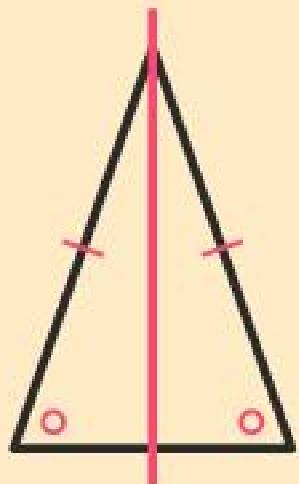
Geen hoeken

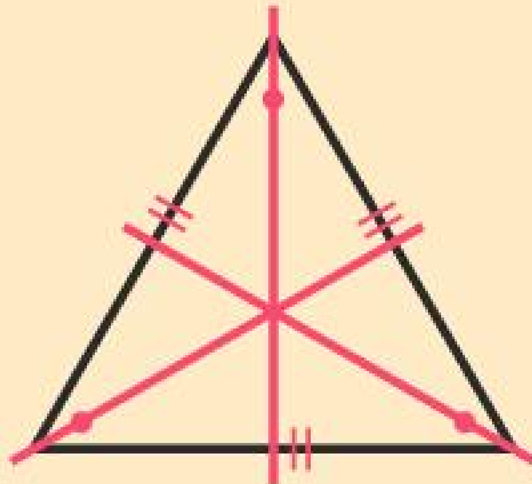

cirkel

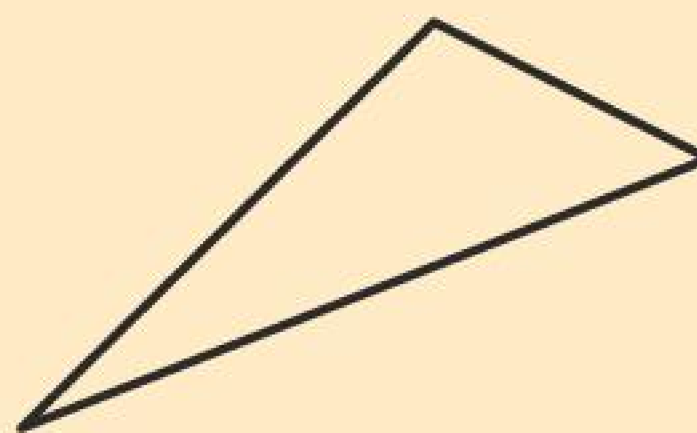


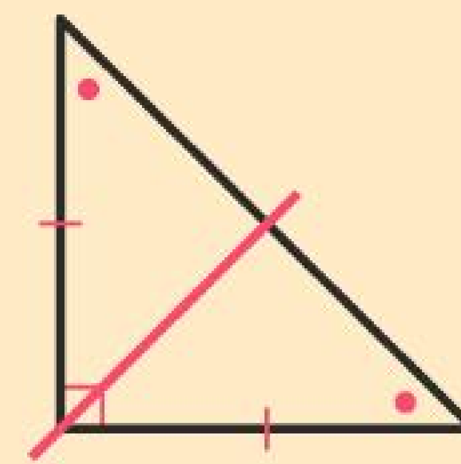
Driehoeken


rechthoekige driehoek

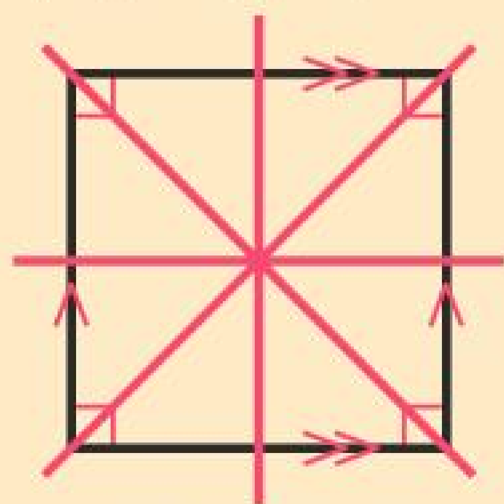

gelijkbenige driehoek

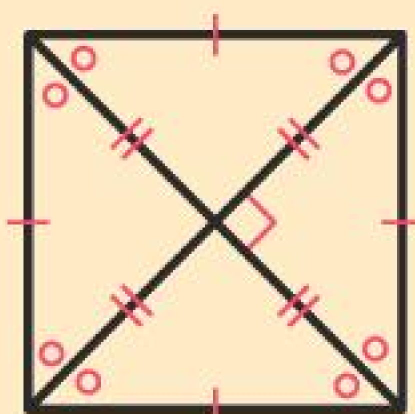

gelijkzijdige driehoek


gewone driehoek

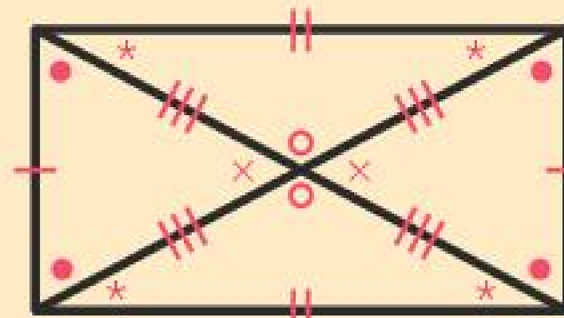

gelijkbenige rechthoekige driehoek

Vierhoeken


vierkant met symmetrieassen


vierkant met diagonalen

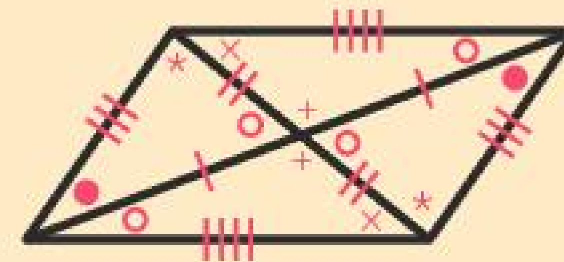

rechthoek met symmetrieassen

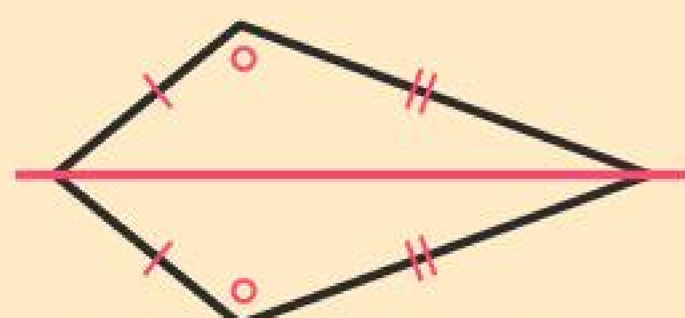

rechthoek met diagonalen

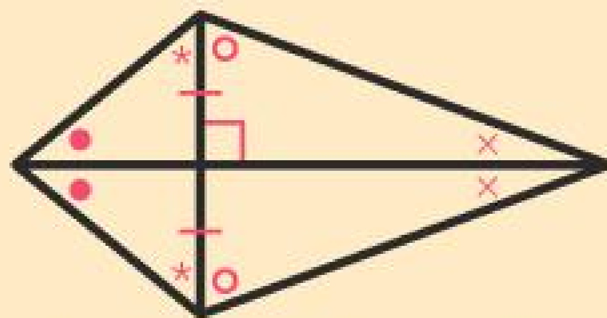

ruit met symmetrieassen

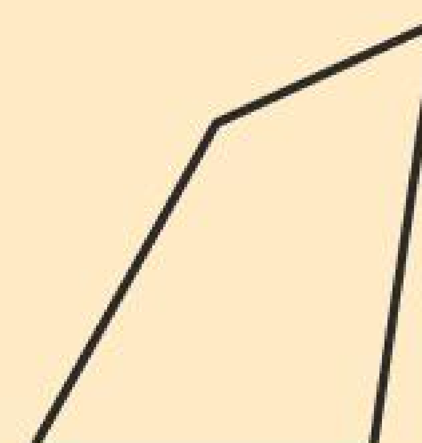

ruit met diagonalen

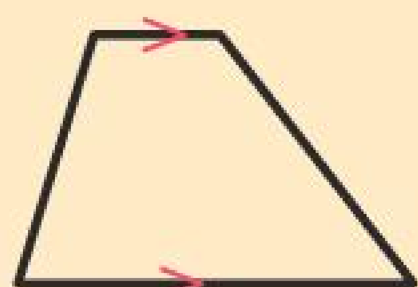

parallellogram

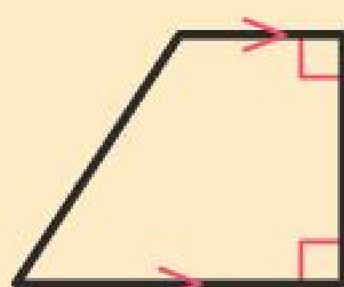

parallellogram met diagonalen

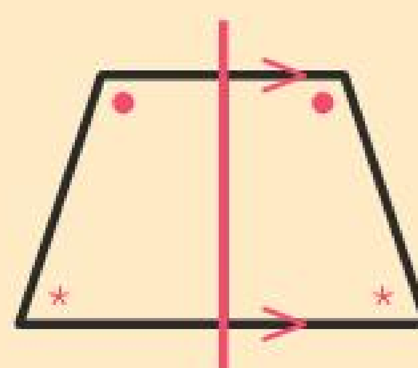

vlieger met symmetrieas

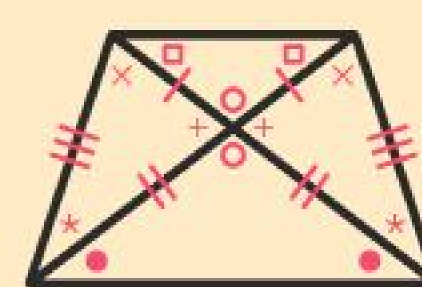

vlieger met diagonalen


gewone vierhoek


trapezium


rechthoekig trapezium


gelijkbenig trapezium met symmetrieas


gelijkbenig trapezium met diagonalen

Theorie 6D Schaal en kaart

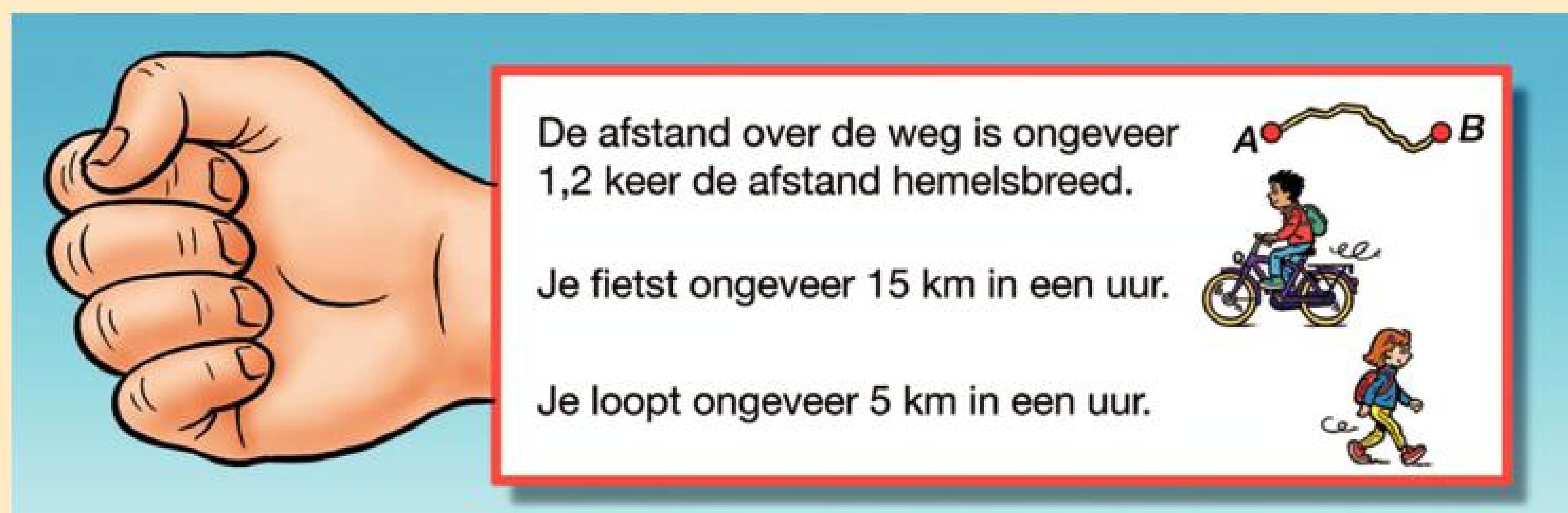
Opgaven 10, 12, 49, 59, 75

Schaal 1 : 400 000 betekent 1 cm op de kaart is in werkelijkheid 400 000 cm.
400 000 cm = 400 000 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10 = 4 km
Dus 5,5 cm op de kaart is 5,5 × 4 = 22 km in werkelijkheid.
Bij een schaal kun je een **schaallijn** tekenen.

0 4 8 12 16 20 24 km



Met een schaallijn kun je snel afstanden op kaarten schatten.
Je meet op de kaart de afstand **hemelsbreed**.
Voor een boot op zee of een vliegtuig is dat prima. Die gaan rechtstreeks van het ene punt naar het andere.
Over de weg moet je vaak een eindje omrijden. Er bestaat een **vuistregel** om dan de reisafstand te berekenen. Als je de afstand over de weg weet bestaan er vuistregels om de reistijd te berekenen.
Deze vuistregels moet je uit je hoofd kennen.



Voorbeeld Schaal

Opgave
Carl fietst van Amersfoort naar Apeldoorn.
Hoelang doet hij daar ongeveer over?



Aanpak
De schaal is 1 : 800 000.
800 000 cm = 800 000 : 10 : 10 : 10 : 10 : 10 = 8 km
Gebruik 1 cm op de kaart is 8 km in werkelijkheid.
Meet de afstand op de kaart.
Bereken de afstand hemelsbreed in kilometers.
Bereken met de vuistregel de afstand over de weg.
Bereken met de vuistregel hoelang hij erover fietst.

Uitwerking

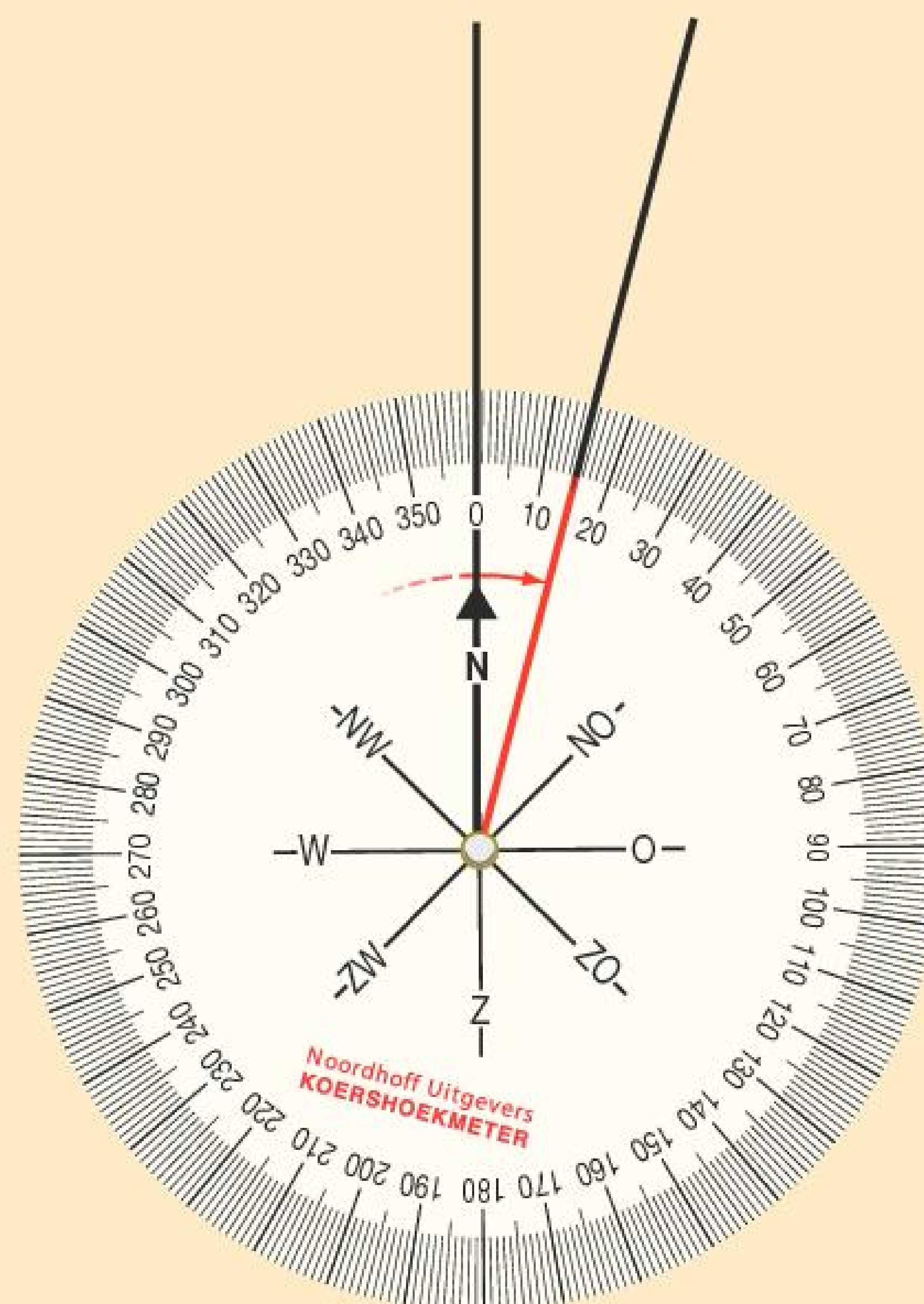
Amersfoort - Apeldoorn is 5 cm op de kaart.
Amersfoort - Apeldoorn = 5 × 8 = 40 km hemelsbreed.
De afstand over de weg is ongeveer 1,2 × afstand hemelsbreed.
1,2 × 40 = 48 km
Je fietst ongeveer 15 km/uur.
48 : 15 = 3,2 uur
Carl doet er ruim 3 uur over.

Theorie 6E Hoeken meten

Opgaven 3, 5, 78

Met de **koershoekmeter** kun je een **hoek meten**.
Dat gaat zo:
– Leg het midden van je koershoekmeter op het hoekpunt.
– Leg de noordpijl op een been van het hoekpunt.
– Draai de bovenste schijf naar rechts. Stop bij het andere been.
– Lees af hoeveel graden de hoek is.

De hoek hiernaast is 15°.



Theorie 6F Hoeken tekenen

Opgaven 6, 7, 31, 32, 60, 61

Met de **koershoekmeter** kun je een **hoek tekenen**.
Dat gaat zo:

- Teken het hoekpunt en één been.
- Zet de koershoekmeter op het juiste aantal graden.
- Leg het midden van de koershoekmeter op het hoekpunt.
- Leg de zwarte of rode lijn op het getekende been.
- Zet een stip op papier bij de andere lijn van de koershoekmeter.
- Haal je koershoekmeter weg en teken het andere been.

Theorie 6G Symmetrie

Opgaven 17, 18, 29, 52, 63, 67-70, 76

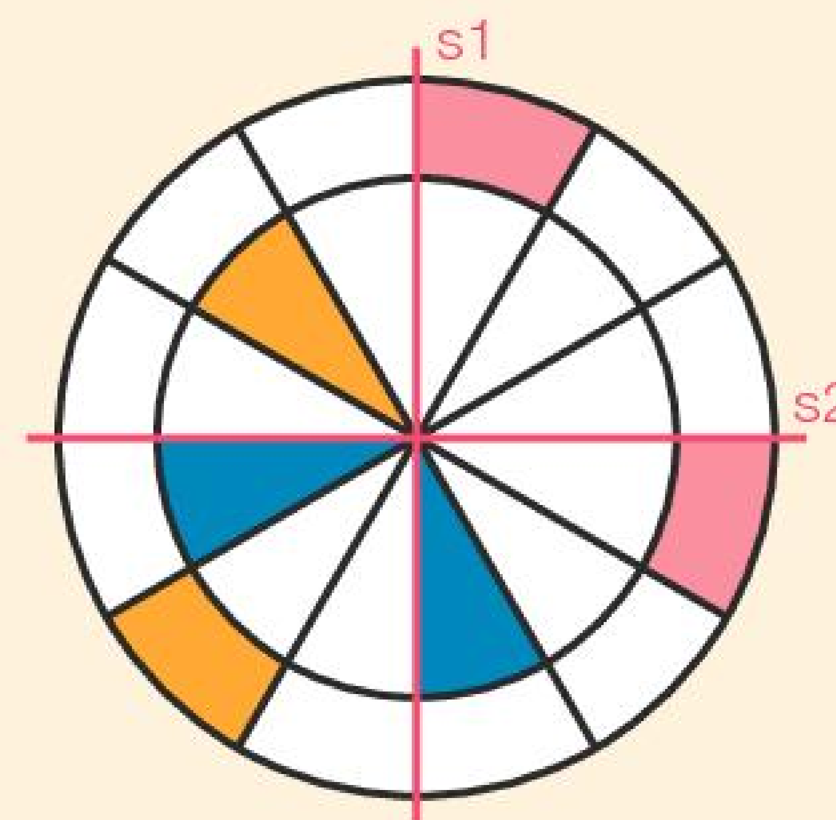
Je kent drie soorten symmetrie:

1 **Lijnsymmetrie**: de figuur past na dubbelvouwen op zichzelf.
2 **Draaisymmetrie**: bij een draaiing van minder dan 360° past de figuur op zichzelf.
3 **Schuifsymmetrie**: de figuur past na verschuiving op zichzelf.

Voorbeeld Lijnsymmetrie

Opgave

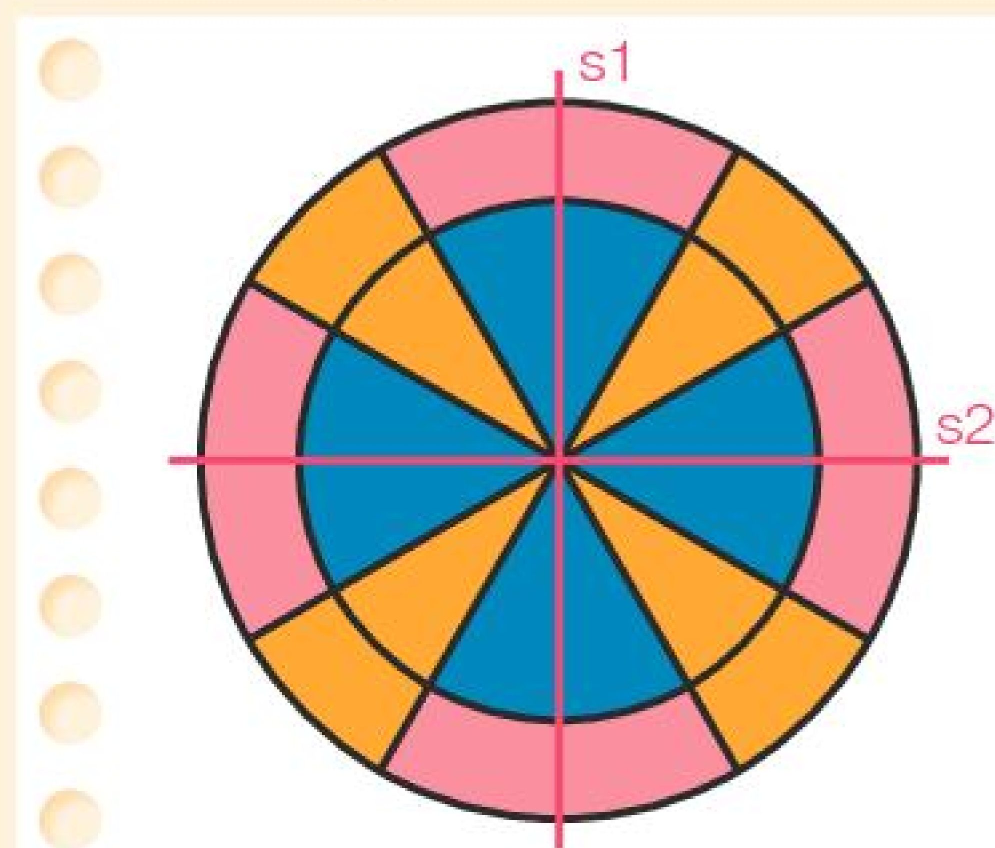
Kleur de figuur hiernaast zo dat s1 en s2 de **symmetrieassen** worden.



Aanpak

- Kleur de figuur zo dat s1 de symmetrieas wordt. Doe het kleur voor kleur.
- Kleur de figuur nu zo dat ook s2 een symmetrieas wordt. Doe het kleur voor kleur.

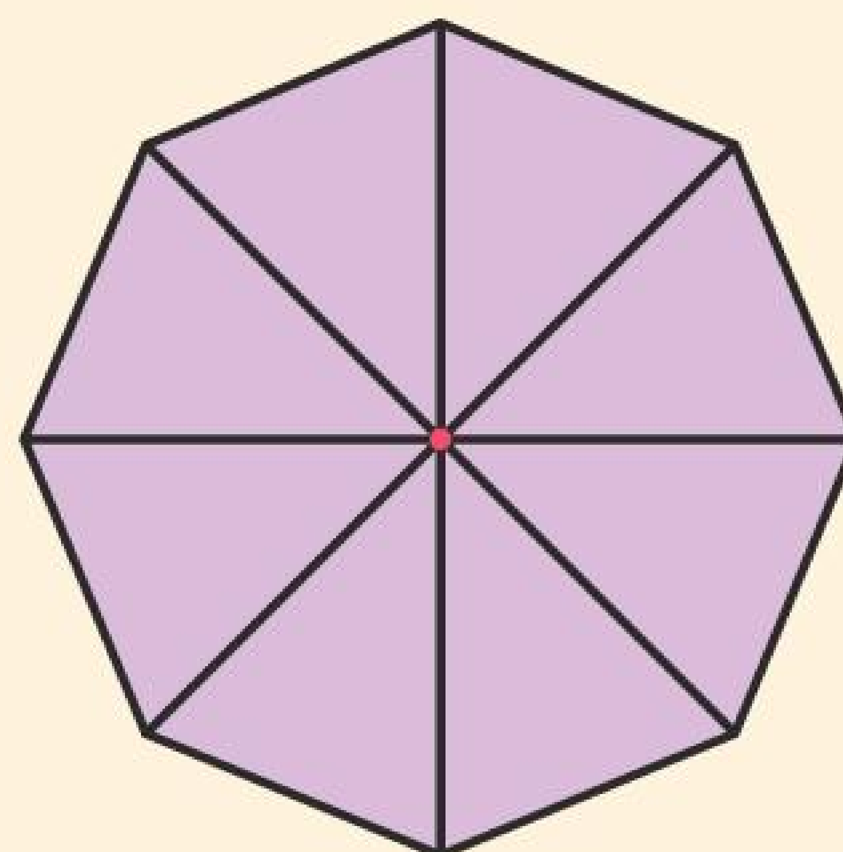
Uitwerking



Voorbeeld Draaisymmetrie

Opgave

Bereken de **kleinste draaihoek** in de figuur hiernaast.



Aanpak

De achthoek is draaisymmetrisch.
In 8 stappen ben je helemaal rond.
Helemaal rond is 360°.

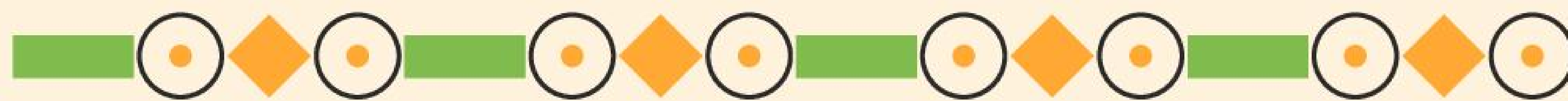
Uitwerking

De kleinste draaihoek is 360° : 8 = 45°.

Voorbeeld Schuifsymmetrie

Opgave

Geef vier motieven van het **patroon** hieronder.



patroon

Aanpak

Zoek in het patroon een stukje op dat zich steeds herhaalt.
Dat is het **motief**.

Uitwerking

1

2

3

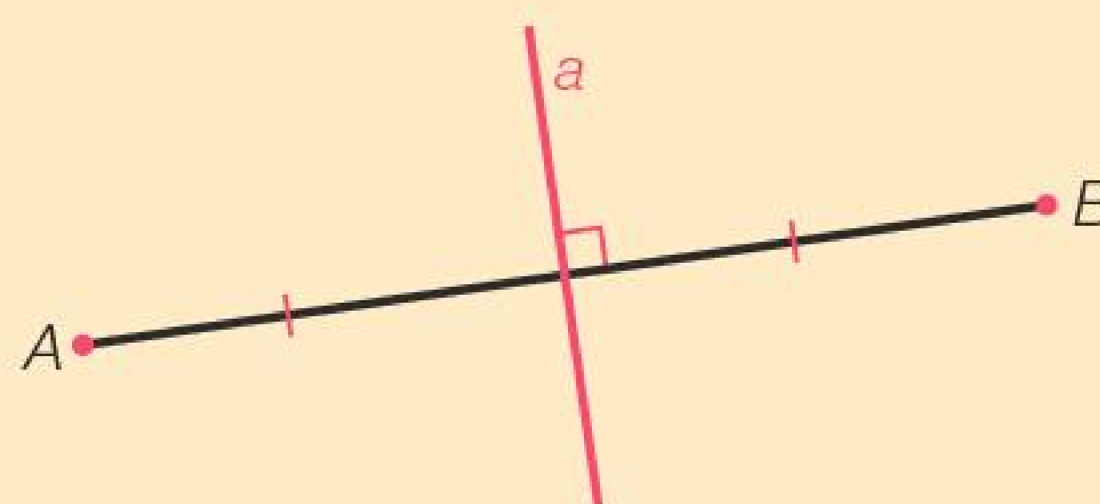
4

Theorie 6H Symmetrie bij lijnen en hoeken

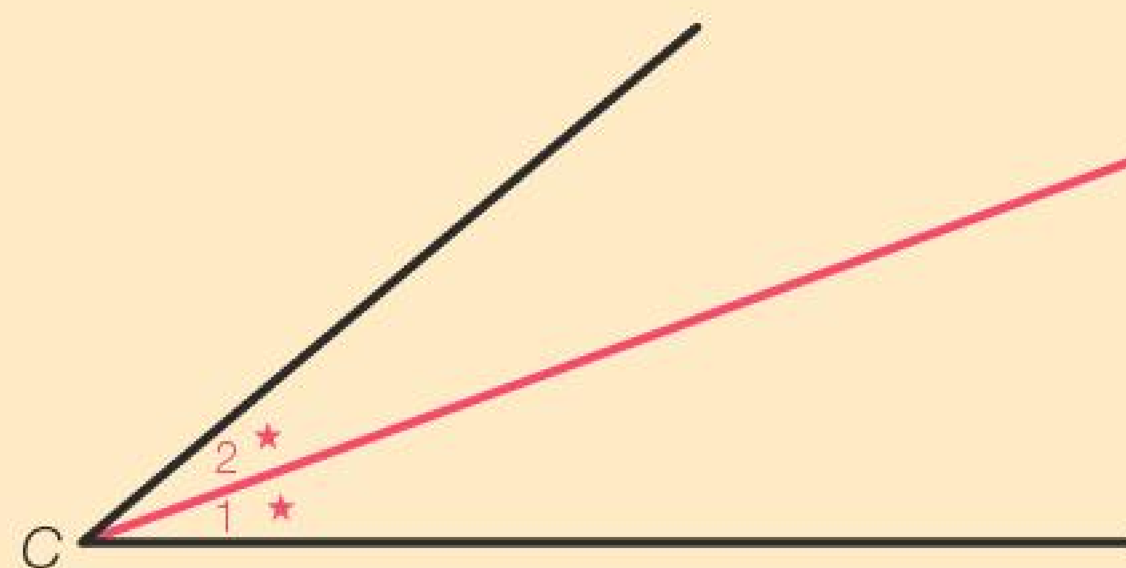
Opgaven 1, 28, 51, 65, 66

Lijnsymmetrie en hoeken

Lijn a is de symmetrieas van lijnstuk AB. Het deelt lijnstuk AB middendoor. Lijn a staat loodrecht op AB. Het is de **middelloodlijn** van AB.



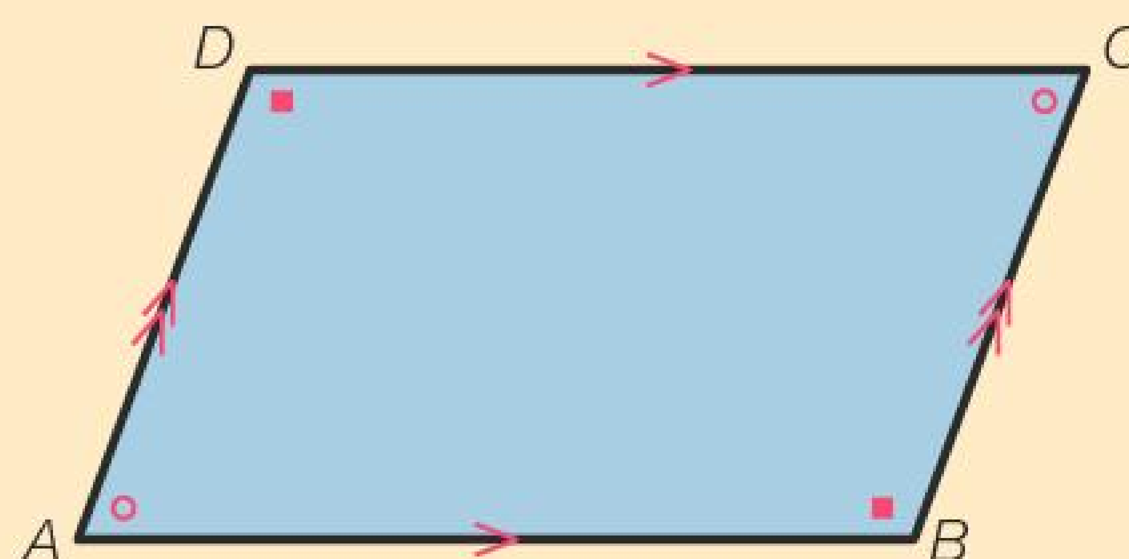
De rode lijn is de symmetrieas van hoek C. De symmetrieas deelt de hoek middendoor. De symmetrieas is de **deellijn** van de hoek. $\angle C_1 = \angle C_2$.



Draaisymmetrie en hoeken

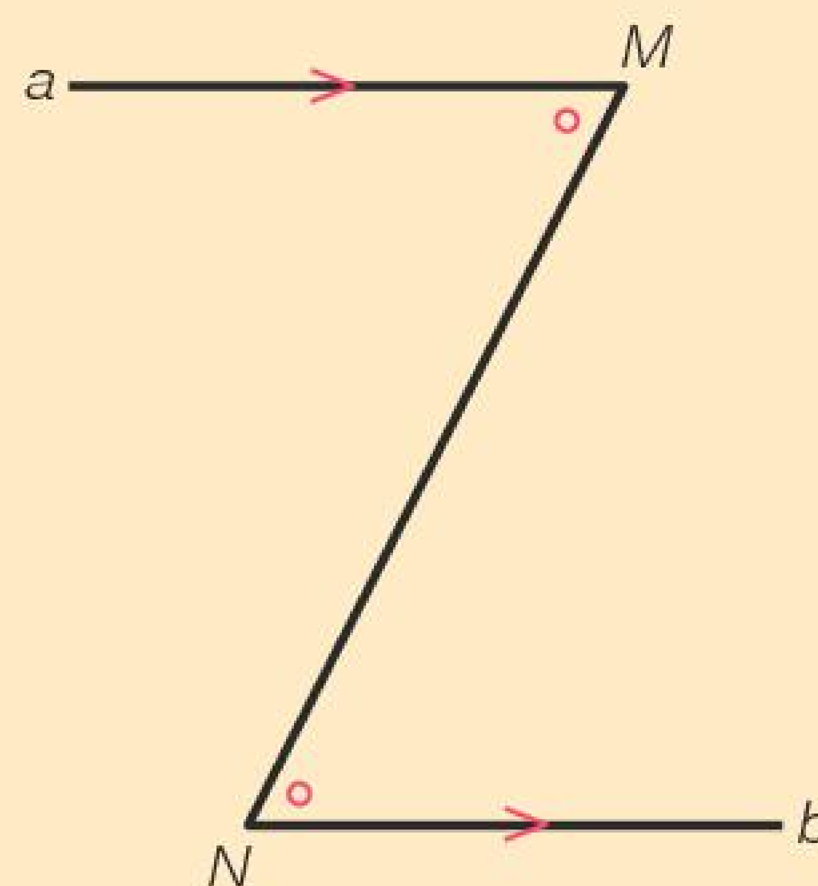
Bij evenwijdige lijnen is er vaak sprake van draaisymmetrie. Het parallellogram past na 180° draaien weer op zichzelf.

$\angle A = \angle C$ en $\angle B = \angle D$

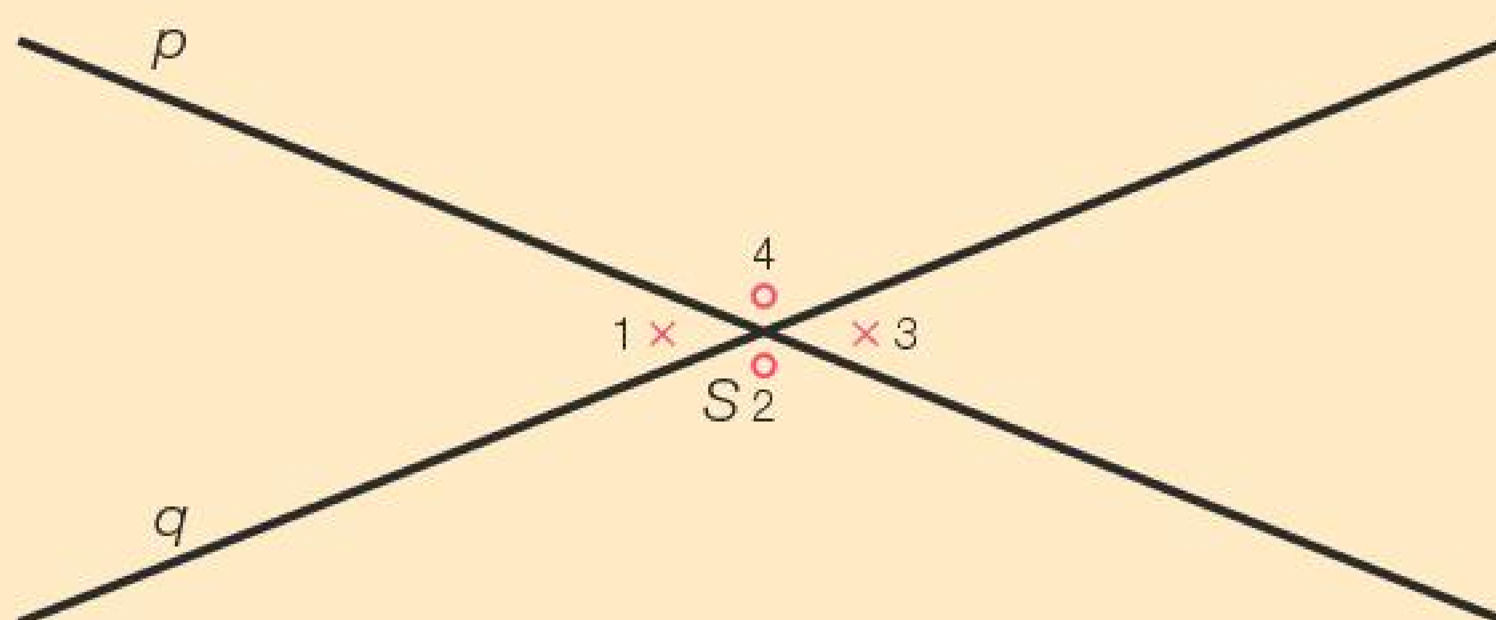


In de tekening hiernaast is a // b. Bij 180° draaien past hoek M op hoek N.

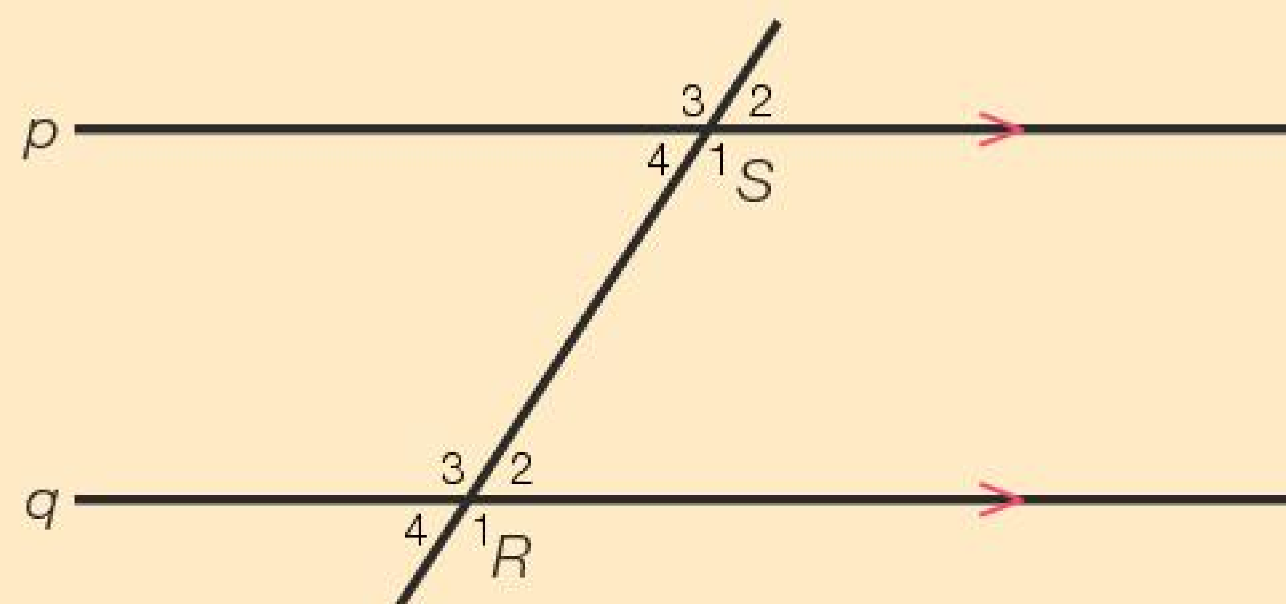
$\angle M = \angle N$



De lijnen p en q snijden elkaar in punt S. Bij 180° draaien past $\angle S_1$ precies op $\angle S_3$. $\angle S_1$ en $\angle S_3$ zijn overstaande hoeken. Ook $\angle S_2$ en $\angle S_4$ zijn overstaande hoeken.



Schuifsymmetrie en hoeken
In de tekening hiernaast is lijn p // lijn q.
Bij schuiven passen de hoeken bij R op de hoeken bij S.
Bijvoorbeeld $\angle R_1 = \angle S_1$ en $\angle R_2 = \angle S_2$.

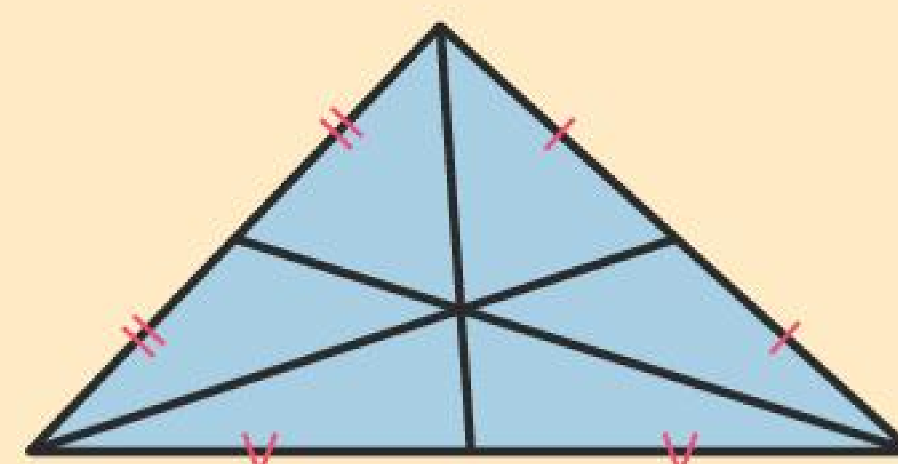


Theorie 6I Driehoeken en bijzondere lijnen

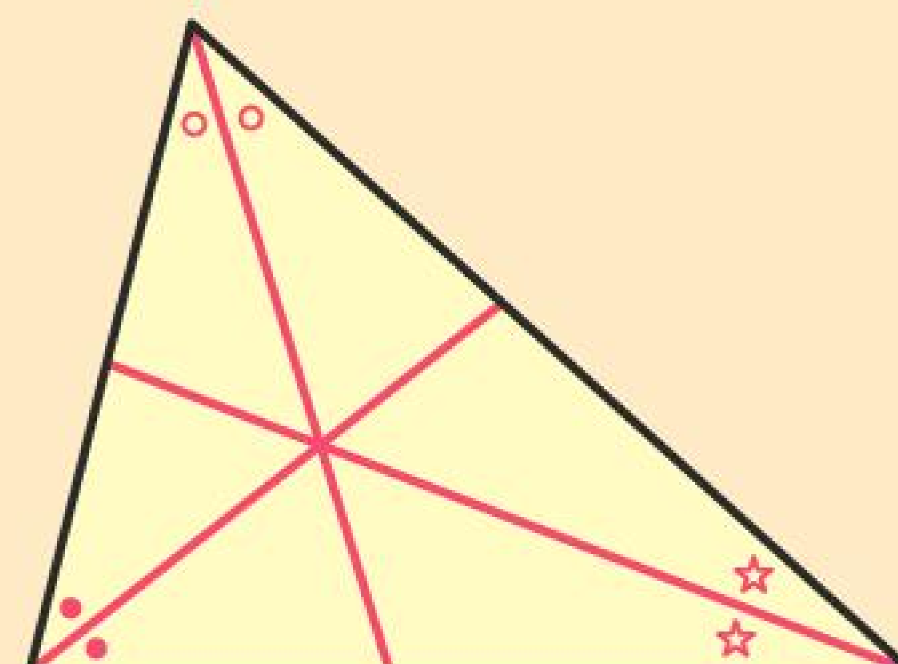
Opgaven 2, 28, 33, 34, 43, 53

In driehoeken kun je een aantal lijnen tekenen.

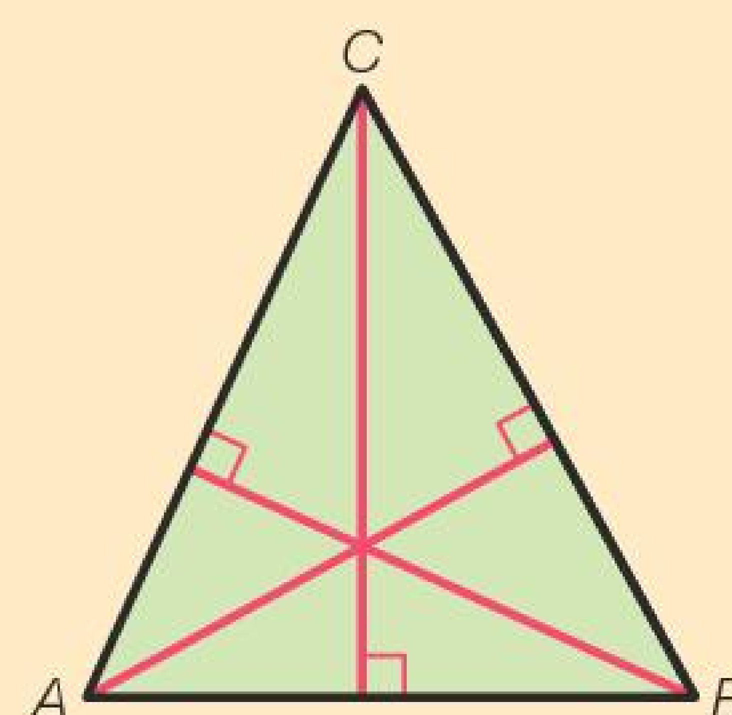
- **Zwaartelijnen**
  Een zwaartelijn gaat van een hoekpunt naar het midden van de overstaande zijde.
  De drie zwaartelijnen van een driehoek gaan door één punt, het zwaartepunt.



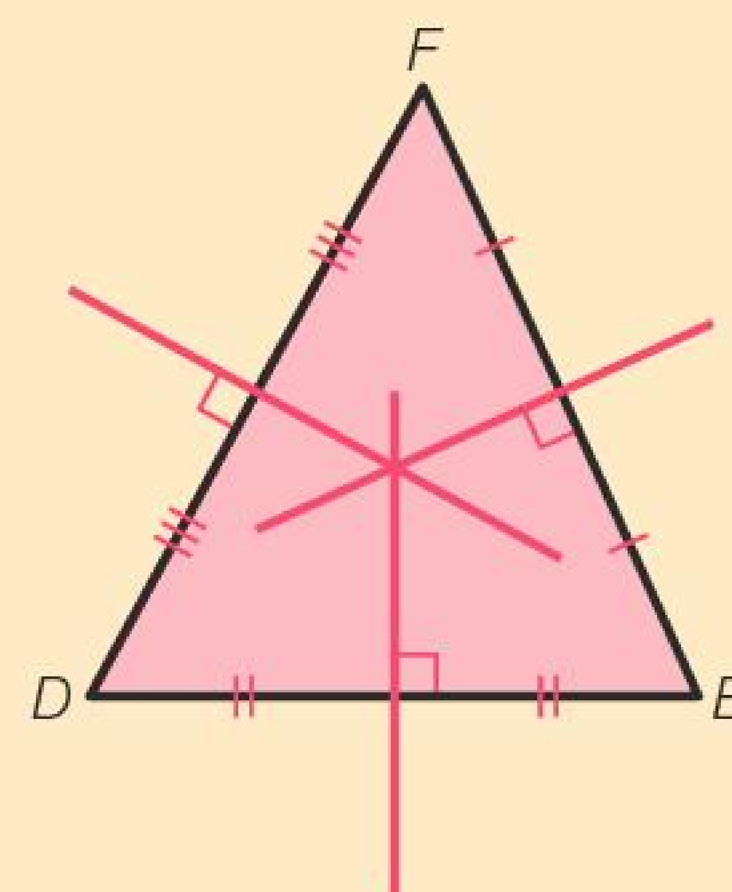
- **Deellijnen**
  Een deellijn deelt een hoek middendoor. De drie deellijnen van een driehoek gaan door één punt.



- **Hoogtelijnen**
  Een hoogtelijn is de afstand van een hoekpunt naar de overstaande zijde. De hoogtelijn staat loodrecht op die zijde. De drie hoogtelijnen van een driehoek gaan door één punt.
  Je gebruikt een hoogtelijn bij het berekenen van de oppervlakte van een driehoek.



- **Middelloodlijn**
  De middelloodlijn deelt een lijnstuk middendoor en staat er loodrecht op.
  De drie middelloodlijnen van een driehoek gaan door één punt.



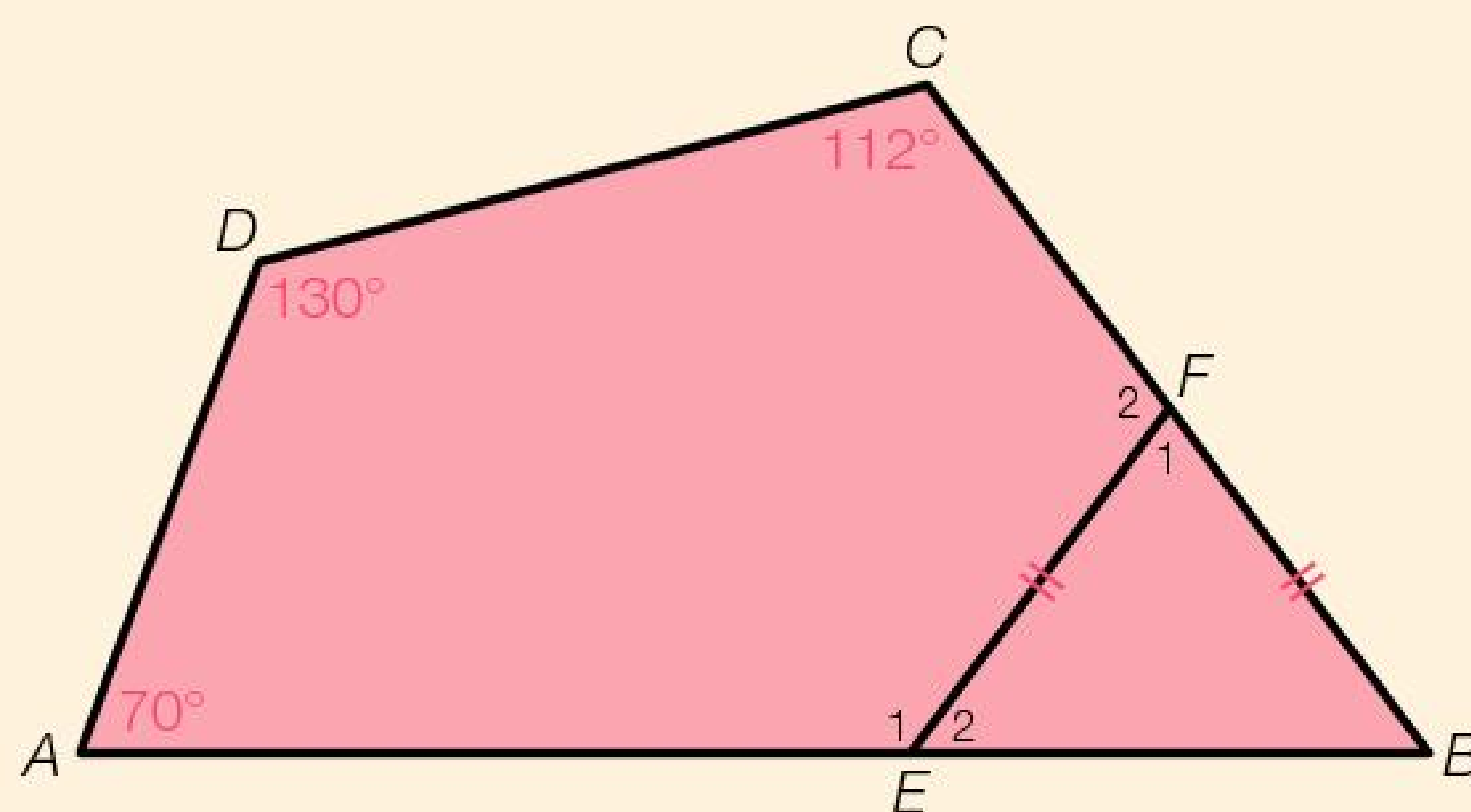
Theorie 6J Hoeken berekenen

Opgaven 1, 26, 28, 30-32, 68-71

In vlakke figuren kun je hoeken berekenen.
In de aanpak maak je gebruik van:
– helemaal rond is 360°
– een gestrekte hoek is 180°
– een rechte hoek is 90°
– de hoeken van een driehoek zijn samen 180°
– de hoeken van een vierhoek zijn samen 360°
– lijnsymmetrie, draaisymmetrie en schuifsymmetrie

Voorbeeld Hoeken berekenen

Opgave
Hiernaast zie je dat $EF = BF$.
a Bereken $\angle F_1$.
b Bereken $\angle F_2$.



Aanpak
a Bereken $\angle B$. Gebruik dat de hoeken van vierhoek $ABCD$ samen 360° zijn.
Bereken $\angle E_2$ in de gelijkbenige driehoek EBF.
Bereken $\angle F_1$. Gebruik dat de hoeken van driehoek EBF 180° zijn.
b Gebruik dat een gestrekte hoek 180° is.

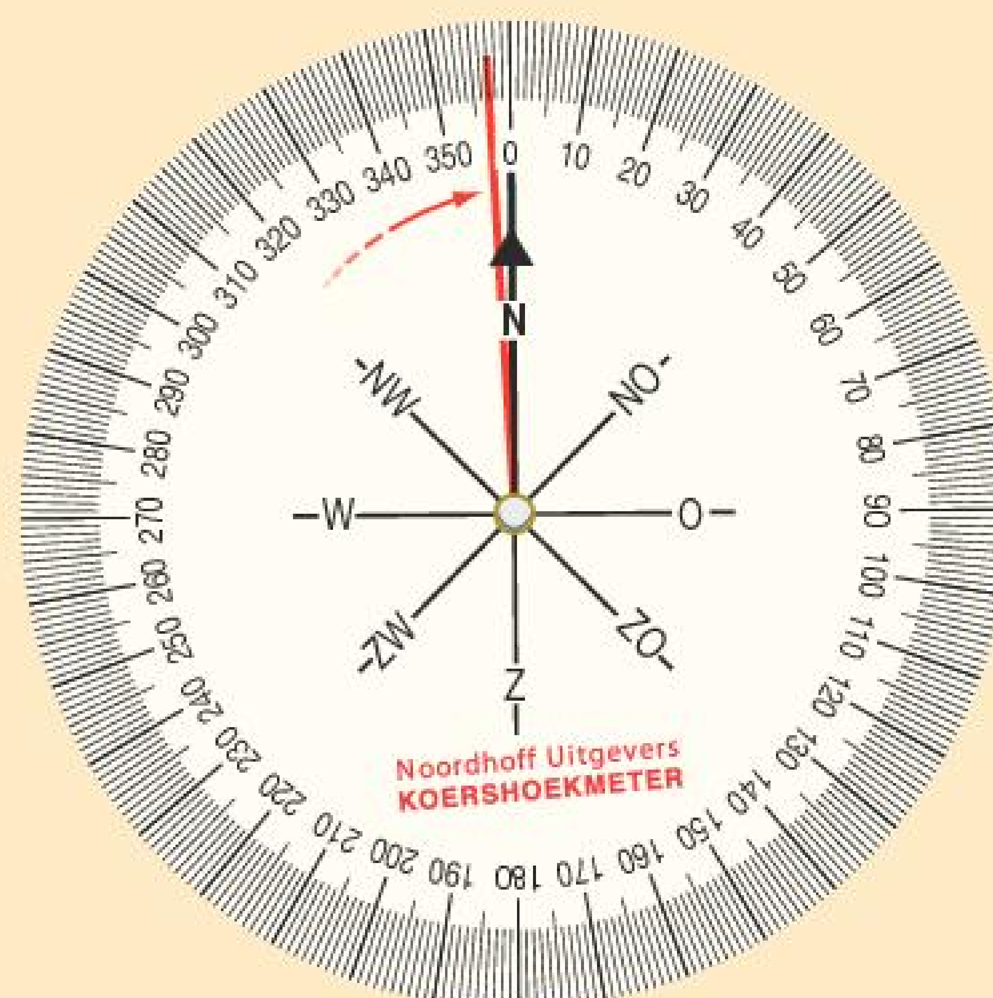
Uitwerking

a $\angle B = 360 - 70 - 130 - 112 = 48°$
$\angle E_2 = \angle B = 48°$
$\angle F_1 = 180 - 48 - 48 = 84°$
b $\angle F_2 = 180 - 84 = 96°$

Theorie 6K Koers

Opgaven 54, 56-58

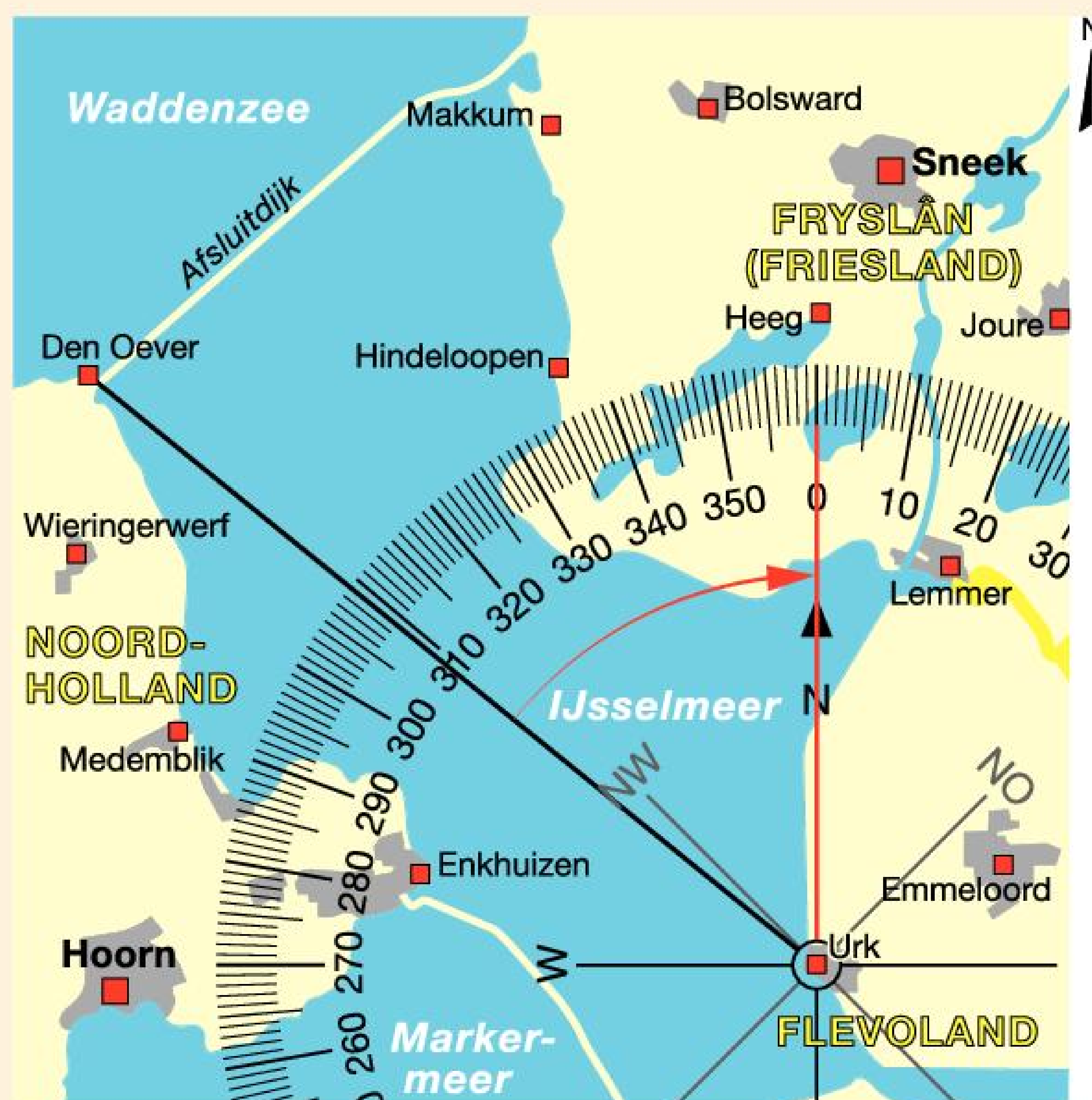
Een windroos heeft 16 windrichtingen. Dat is niet voldoende om heel nauwkeurig te zijn. Daarom bestaat er een onderverdeling in graden, net zoals op de koershoekmeter. De telling begint in noord bij 0°.
Helemaal rond is 360°. Je eindigt dan ook weer in noord.
De richting oost is 90°, west is 270° en ZW is 225°.
Met een koershoekmeter kun je een koers uitzetten of aflezen.



Voorbeeld Koershoek aflezen

Opgave
Een vissersboot vaart van Urk naar Den Oever.
Welke koershoek vaart de boot?

Aanpak
Teken een lijn van Urk naar Den Oever.
De boot vertrekt vanaf Urk.
Leg daarom de koershoekmeter met het midden op Urk.
Zorg dat de noordpijl van je koershoekmeter naar het noorden wijst.
Draai de rode lijn op de lijn Urk – Den Oever.
Lees de koershoek af.



Uitwerking

De boot vaart met een koershoek van 309°.

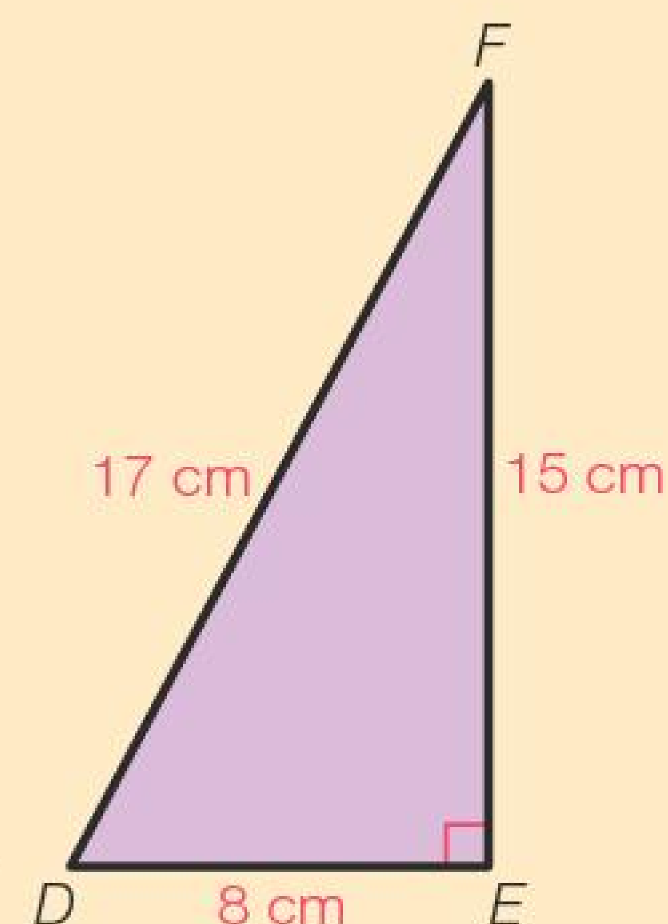
Theorie 6L Hoeken berekenen met goniometrie

Opgaven 35, 36, 59

Weet je van een rechthoekige driehoek twee zijden, dan kun je de hoeken berekenen. Je gebruikt daarvoor de goniometrische verhoudingen sinus, cosinus of tangens.
Welke van de drie je gebruikt hangt af van welke zijde je weet.

Bij de rechthoekige driehoek *DEF* horen bij $\angle D$ drie verhoudingen.

- $\sin \angle D = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{EF}{DF} = \frac{15}{17}$ **SOS**
- $\cos \angle D = \frac{\text{aanliggende rechthoekszijde}}{\text{schuine zijde}} = \frac{DE}{DF} = \frac{8}{17}$ **CAS**
- $\tan \angle D = \frac{\text{overstaande rechthoekszijde}}{\text{aanliggende rechthoekszijde}} = \frac{EF}{DE} = \frac{15}{8}$ **TOA**



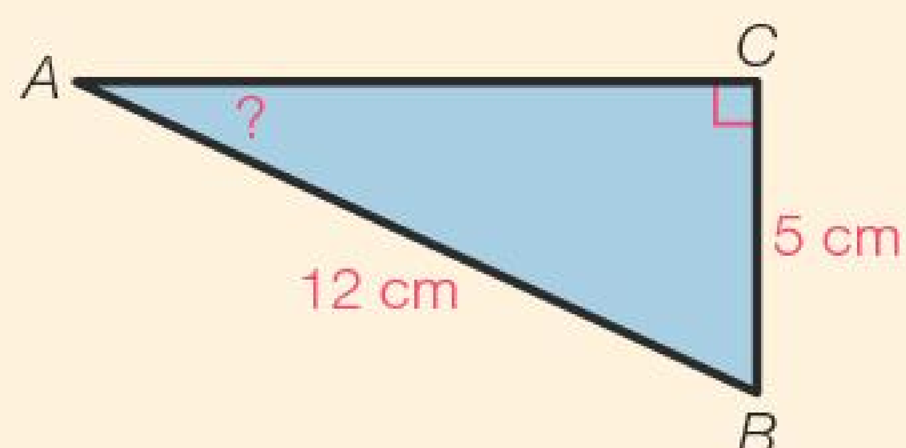
Dit kun je onthouden met het ezelsbruggetje **SOSCASTOA**.

Afspraak:
Hoeken rond je af op hele graden.



Voorbeelden Hoeken berekenen met goniometrie

Opgave
Bereken $\angle A$ in $\triangle ABC$.



Aanpak
Van $\angle A$ weet je de overstaande rechthoekszijde (O) en de schuine zijde (S).
Gebruik dus **SOS**

$\sin \angle A = \frac{BC}{AB}$.

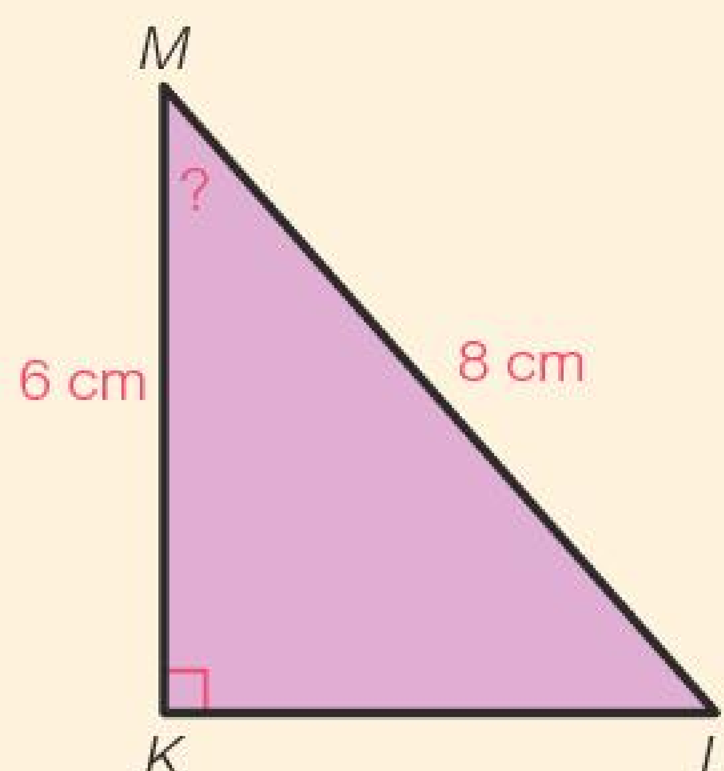
Uitwerking

$\sin \angle A = \frac{5}{12}$

$\angle A = 25°$

SIN⁻¹(5/12)
24.62431835

Opgave
Bereken $\angle M$ in $\triangle KLM$.



Aanpak
Van $\angle M$ weet je de aanliggende rechthoekszijde (A) en de schuine zijde (S).
Gebruik dus **CAS**

$\cos \angle M = \frac{KM}{LM}$.

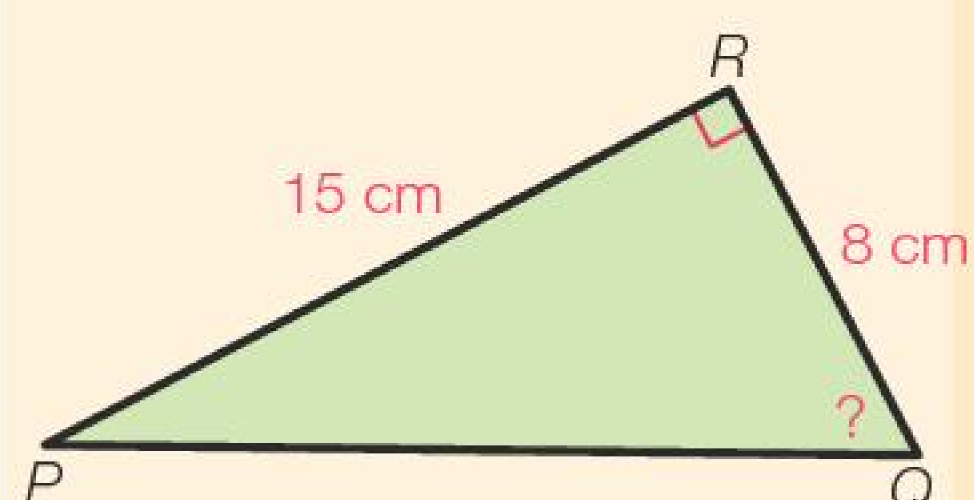
Uitwerking

$\cos \angle M = \frac{6}{8}$

$\angle M = 41°$

COS⁻¹(6/8)
41.40962211

Opgave
Bereken $\angle Q$ in $\triangle PQR$.



Aanpak
Van $\angle Q$ weet je de overstaande rechthoekszijde (O) en de aanliggende rechthoekszijde (A).
Gebruik dus **TOA**

$\tan \angle Q = \frac{PR}{QR}$.

Uitwerking

$\tan \angle Q = \frac{15}{8}$

$\angle Q = 62°$

TAN⁻¹(15/8)
61.92751306

Theorie 6M Zijden berekenen met goniometrie

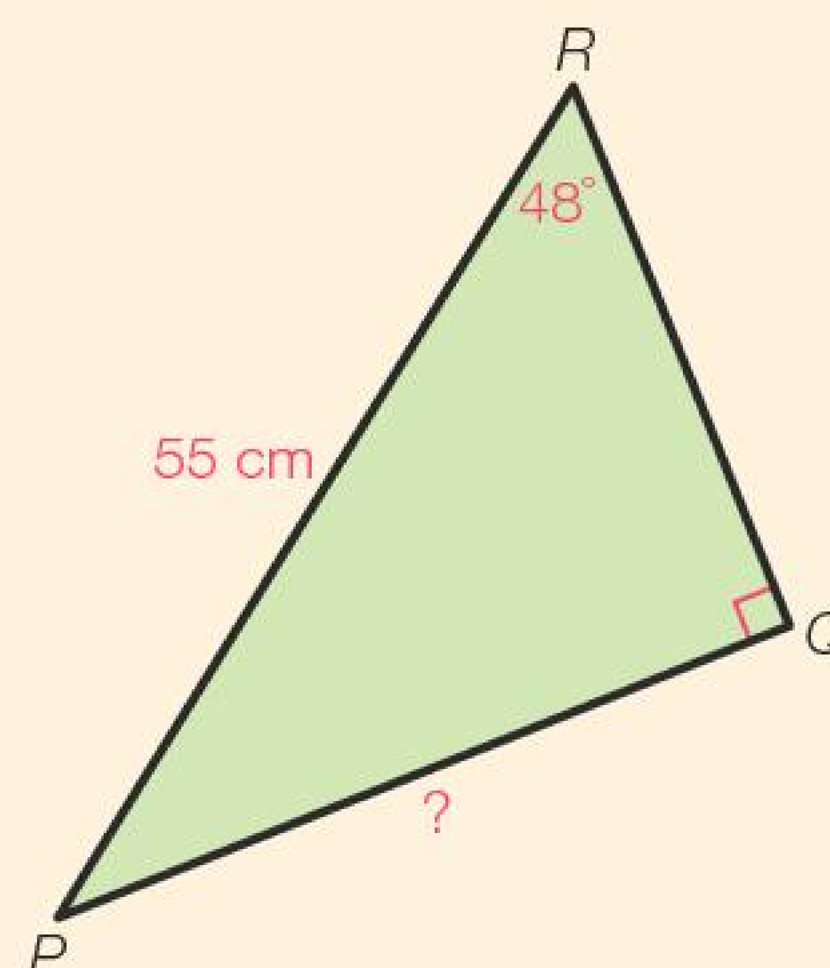
Opgaven 2, 8, 9, 34, 41, 64, 71

Weet je van een rechthoekige driehoek een scherpe hoek en één zijde, dan kun je een andere zijde berekenen. Daarbij gebruik je de goniometrische verhoudingen sinus, cosinus of tangens.

Voorbeeld Zijde berekenen met sinus

Opgave

Bereken PQ. Rond af op één decimaal.



Aanpak

- Je weet $\angle R = 48°$.
  Bekijk daarom de driehoek vanuit $\angle R$.
- Je weet $PR = 55$ cm. Dat is de **S**chuine zijde.
- Gevraagd is PQ, dat is vanuit hoek R de **O**verstaande rechthoekszijde.
- Je werkt met de O en de S. Je gebruikt dus SOS, dat is de sinus.
- Gebruik het ezelsbruggetje $3 = \frac{6}{2}$.

> $3 = \frac{\quad}{2}$
>
> Je weet 6 niet, je doet dus 2 × 3 om 6 te vinden.

Uitwerking

$\sin 48° = \frac{PQ}{55}$

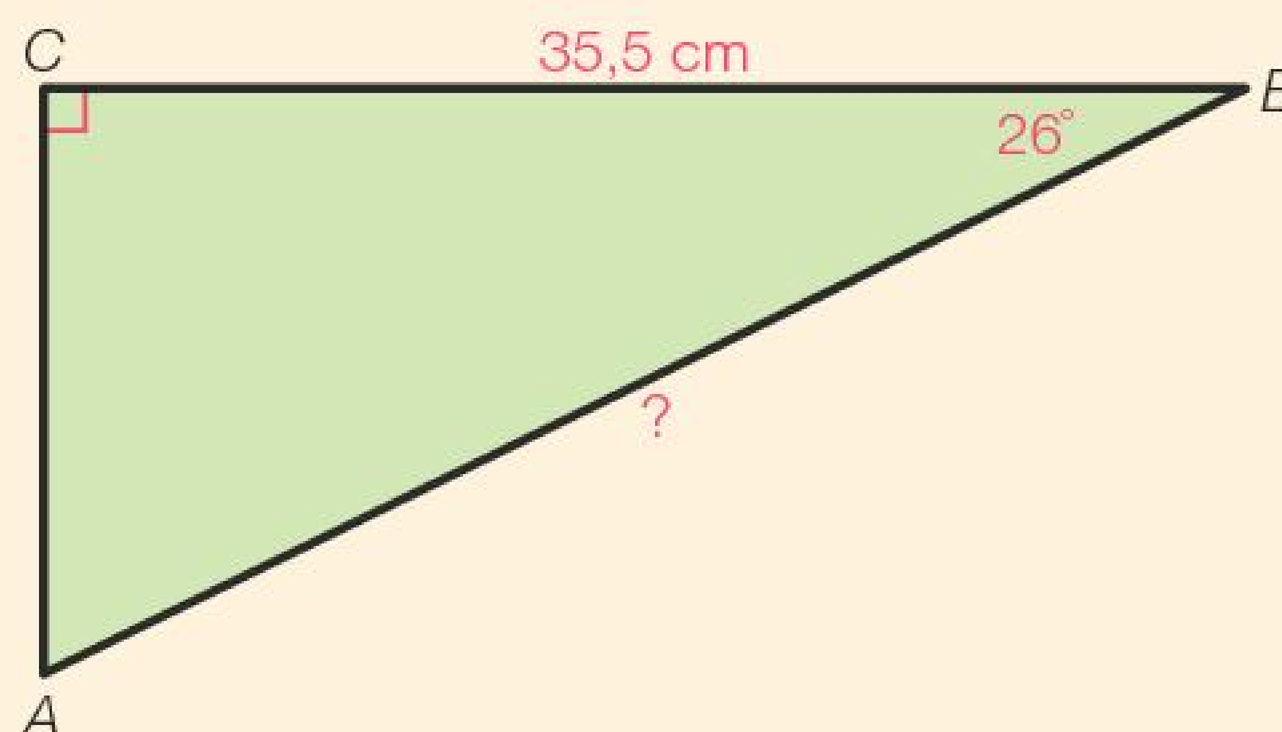
$55 \times \sin 48° = 40{,}872...$

$PQ = 40{,}9$ cm

Voorbeeld Zijde berekenen met cosinus.

Opgave

Bereken zijde *AB*. Rond af op één decimaal.



Aanpak

- Je weet $\angle B = 26°$.
  Bekijk daarom de driehoek vanuit $\angle B$.
- Je weet $BC = 35{,}5$ cm. Dat is de **A**anliggende rechthoekszijde van $\angle B$.
- Gevraagd is *AB*, dat is de **S**chuine zijde.
- Je werkt met de A en de S. Je gebruikt dus CAS, dat is de cosinus.
- Gebruik het ezelsbruggetje $3 = \frac{6}{2}$.

$3 = \frac{6}{\ }$

Je weet 2 niet, je doet 6 : 3 om 2 te vinden.

Uitwerking

$\cos 26° = \frac{35{,}5}{AB}$

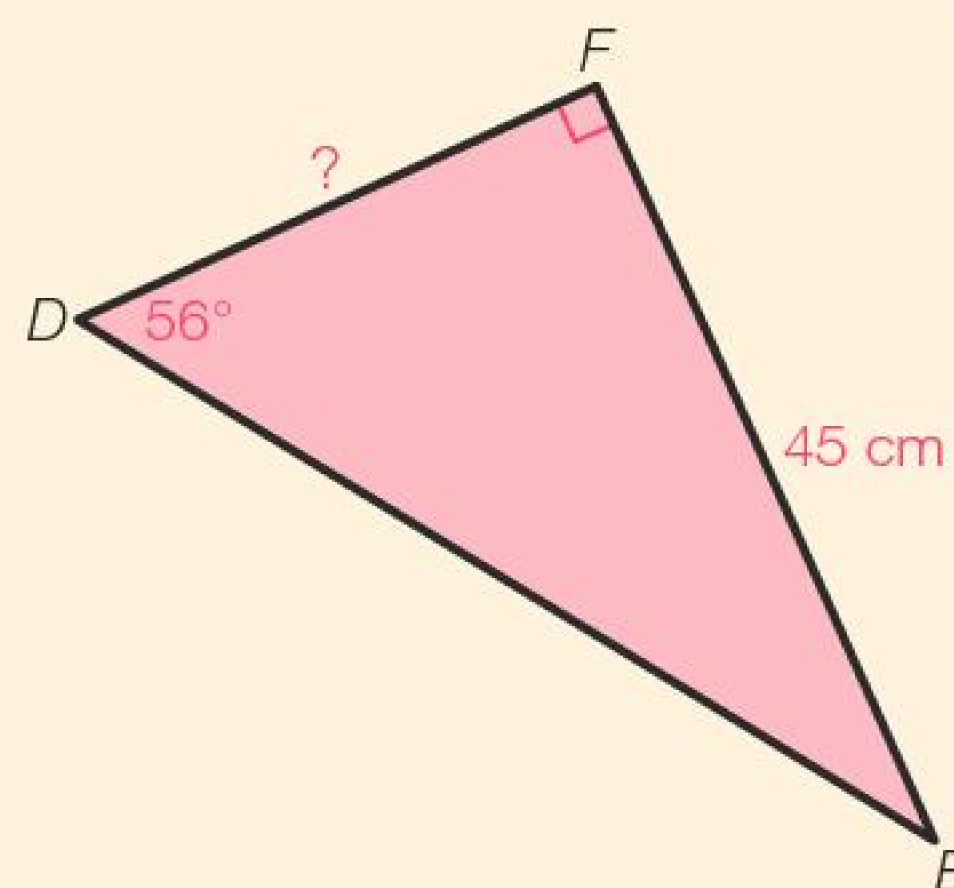
$35{,}5 : \cos 26° = 39{,}497...$

$AB = 39{,}5$ cm

Voorbeeld Zijde berekenen met tangens

Opgave

Bereken *DF*. Rond af op een decimaal.



Aanpak

- Je weet $\angle D = 56°$.
  Bekijk daarom de driehoek vanuit $\angle D$.
- Je weet $EF = 45$ cm. Dat is de **O**verstaande rechthoekszijde van $\angle D$.
- Gevraagd is *DF*, dat is de **A**anliggende rechthoekszijde.
- Je werkt met de O en de A. Je gebruikt dus TOA, dat is de tangens.
- Gebruik het ezelsbruggetje $3 = \frac{6}{2}$.

$3 = \frac{6}{\ }$

Uitwerking

$\tan 56° = \frac{45}{DF}$

$45 : \tan 56° = 30{,}352...$

$DF = 30{,}4$ cm

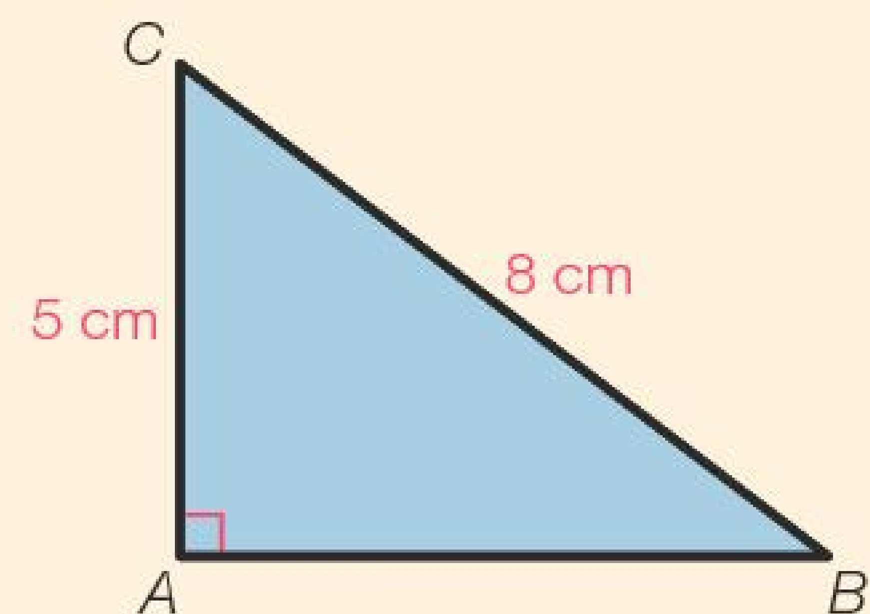
Theorie 6N Zijden berekenen met de stelling van Pythagoras

Opgaven 33, 37-39, 51, 53, 55, 76

Voor elke rechthoekige driehoek geldt de stelling van Pythagoras. Met die stelling kun je een zijde berekenen als je de andere twee zijden weet. Weet je drie zijden van een driehoek, dan kun je de stelling van Pythagoras gebruiken om te kijken of de driehoek rechthoekig is.

Voorbeeld Rechthoekszijde berekenen

Opgave
Bereken de lengte van AB in één decimaal.



Uitwerking

$$\begin{array}{ll} & rhz^2 = 25 \\ ? & rhz^2 = 39 \\ \hline & sz^2 = 64 \end{array} +$$

$rhz = \sqrt{39} = 6{,}244...$
$AB = 6{,}2$ cm

Voorbeeld Schuine zijde berekenen

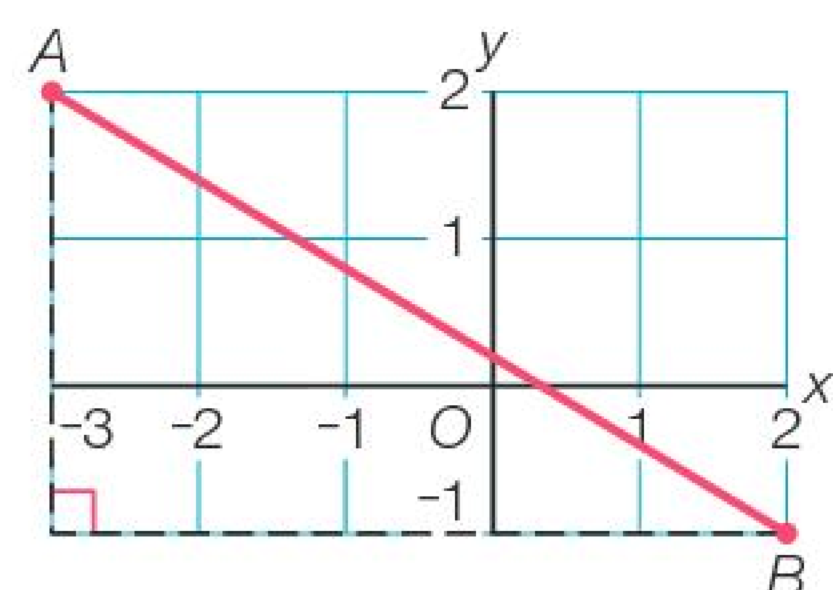
Opgave
Bereken in één decimaal de afstand tussen de punten $A(-3, 2)$ en $B(2, -1)$.

Aanpak
Teken de punten in een assenstelsel. Teken een rechthoekige driehoek met AB als langste zijde.
Bereken AB met de stelling van Pythagoras.

Uitwerking

$$\begin{array}{ll} & rhz^2 = 25 \\ & rhz^2 = 9 \\ \hline ? & sz^2 = 34 \end{array} +$$

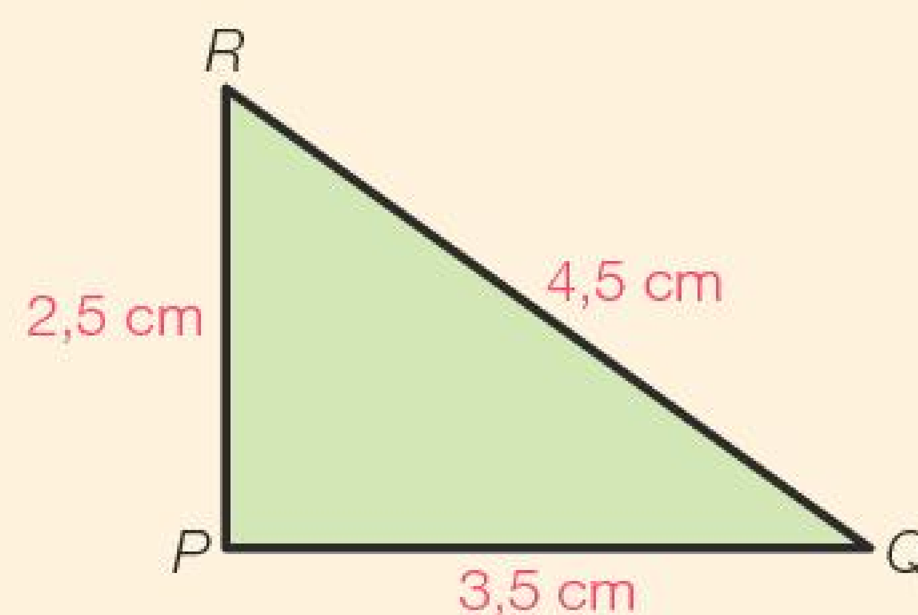
$sz = \sqrt{34} = 5{,}830...$
$AB = 5{,}8$ cm



Voorbeeld Rechthoekig of niet

Opgave

Is $\triangle PQR$ een rechthoekige driehoek?



Aanpak

1 Als de driehoek rechthoekig is, dan is de langste zijde de schuine zijde.
2 Maak het schema van Pythagoras.
3 Zet het vraagteken achter de plus.
4 Bereken de kwadraten van de drie zijden. Zet ze in het schema.
5 Controleer de optelling. Als het klopt is de driehoek rechthoekig.

Uitwerking

$\text{rhz}^2 = 12{,}25$
$\text{rhz}^2 = \ \ 6{,}25$
———————— + ?
$\text{sz}^2 = 20{,}25$
12,25 + 6,25 = 18,50 en geen 20,25.
De driehoek is niet rechthoekig.

Theorie 60 Hellingspercentage

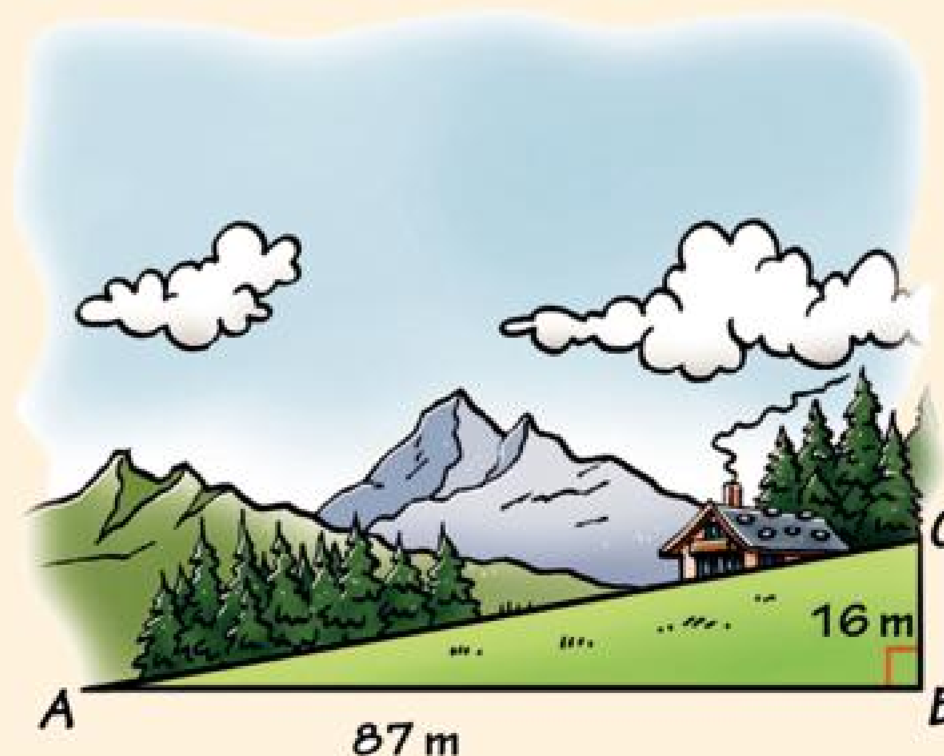
Opgaven 40, 55

Bij hellingen gebruik je hellingshoeken en hellingspercentages.
hellingspercentage = tan hellingshoek × 100
Hellingspercentages rond je af op een geheel getal.

Voorbeeld Hellingspercentage berekenen

Opgave

Bereken het hellingspercentage van de helling.



Aanpak

- tan hellingshoek $= \dfrac{BC}{AB}$
- hellingspercentage = tan hellingshoek × 100

Uitwerking

hellingspercentage $= \dfrac{16}{87} \times 100 = 18\%$

Voorbeeld Lengte berekenen met hellingspercentage

Opgave

Een weg heeft een hellingspercentage van 12%. Het hoogteverschil is 256 m. Bereken de lengte van de helling. Rond af op hele meters.

Aanpak

- Maak een schets van de situatie. Zet er de gegevens in. Zet een vraagteken bij de helling.
- Bereken de tangens van de hellingshoek met **tan hellingshoek = hellingspercentage : 100**.
- Bereken de hellingshoek met tan⁻¹ (0,12) =.
- Je weet de overstaande rechthoekszijde van de hellingshoek. De schuine zijde wordt gevraagd. Gebruik $\sin \text{hellingshoek} = \frac{\text{hoogteverschil}}{\text{helling}}$.

Uitwerking

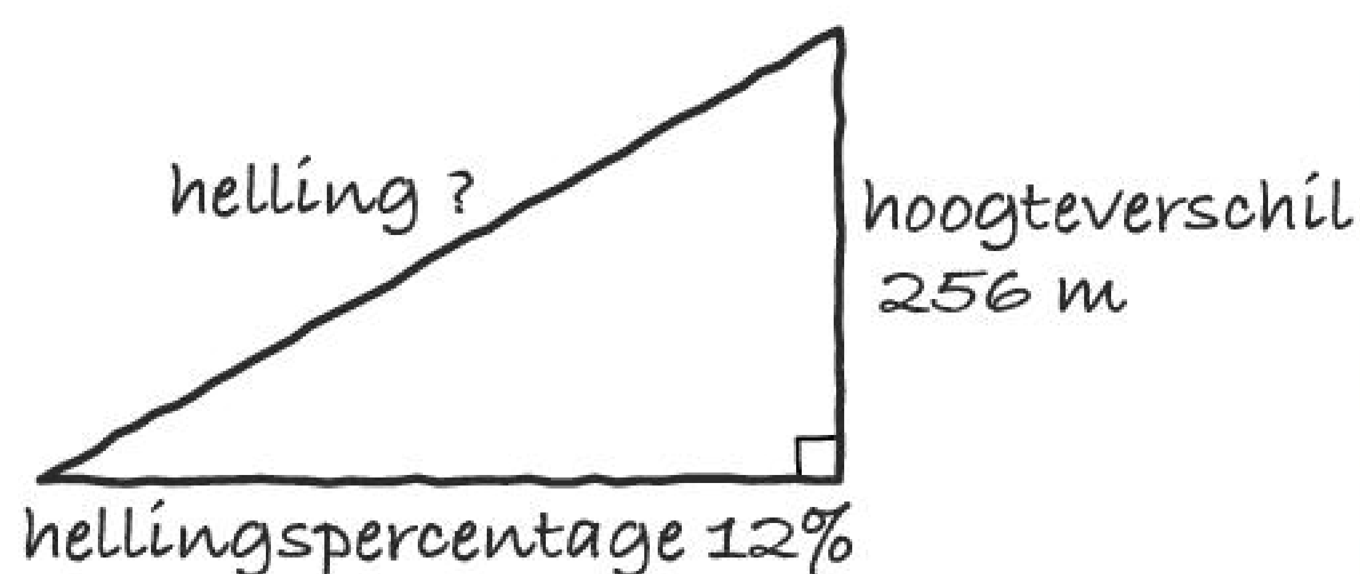
tan hellingshoek = 12 : 100 = 0,12

hellingshoek = 7°

$\sin 7° = \frac{256}{\text{helling}}$

helling = 256 : sin 7° = 2100,610...

De helling is 2101 m.

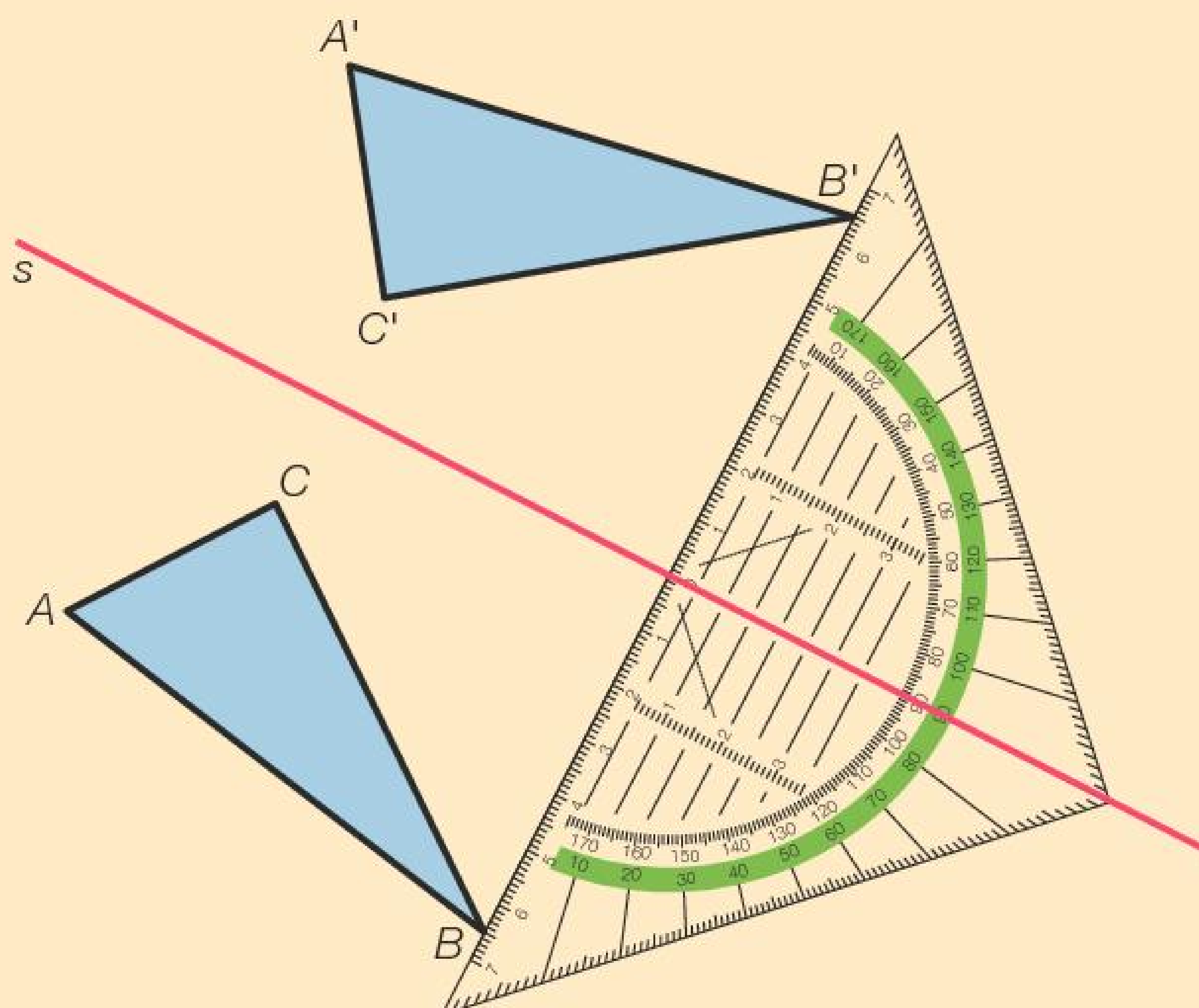


Theorie 6P Spiegelen

Opgave 79

$\triangle ABC$ is gespiegeld in de lijn s.

Gebruik bij het tekenen van het spiegelbeeld de symmetrieas van je geodriehoek.
Die leg je op de **spiegelas**.
De nieuwe figuur is $\triangle A'B'C'$.
$\triangle ABC$ is het **origineel**,
$\triangle A'B'C'$ is het **beeld**.



Theorie 6Q Berekeningen met gelijkvormige driehoeken

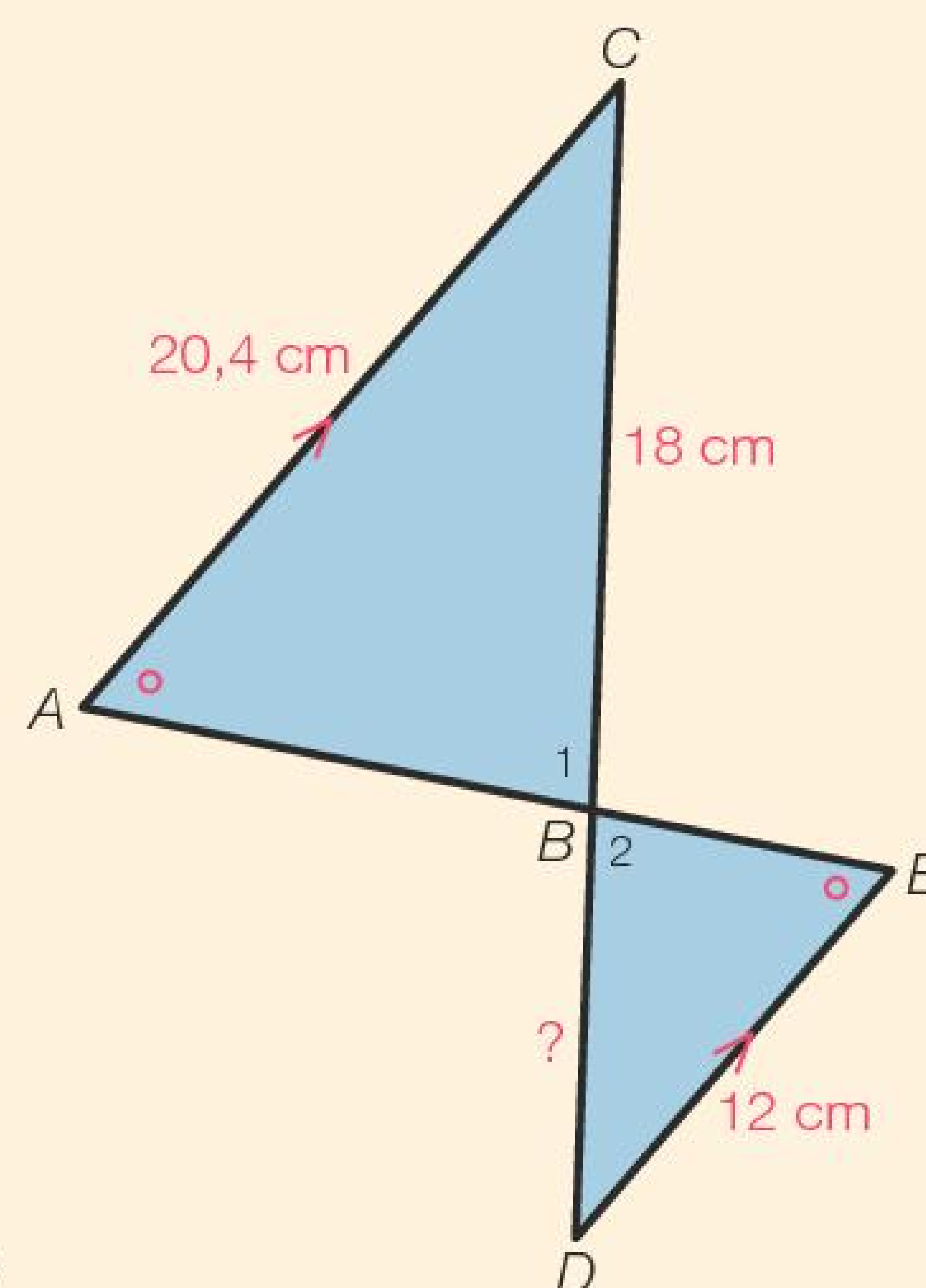
Opgaven 49, 51, 65, 66

In gelijkvormige driehoeken kun je de lengtes van zijden berekenen. De zijden van de driehoeken hebben dezelfde verhouding. Daarom kun je een **verhoudingstabel** gebruiken. Je gebruikt ook de **vergrotingsfactor**.

Voorbeeld Zijden berekenen in gelijkvormige driehoeken

Opgave

Bereken *BD*. Rond af op één decimaal.



Aanpak

1. Onderzoek of de driehoeken gelijkvormig zijn. Zoek uit welke hoeken overeenkomstig zijn.
2. Schrijf de driehoeken in een verhoudingstabel met de letters in de juiste volgorde. Zet de kleinste driehoek boven in de tabel.
3. Vul de zijden in. Zet de overeenkomstige zijden onder elkaar. Vul de maten in die je weet. Zet bij de zijden die je gaat berekenen een vraagteken
4. Bereken de vergrotingsfactor. Gebruik daarbij de twee zijden onder elkaar waarvan je de lengtes weet.
5. Bereken de gevraagde zijde.

Uitwerking

$\angle A = \angle E$
$\angle B_1 = \angle B_2$
$\angle C = \angle D$
dus $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

: 1,7 (omhoog) / × 1,7 (omlaag)

$\triangle EBD$	EB	$BD = ?$	$ED = 12$
$\triangle ABC$	AB	$BC = 18$	$AC = 20{,}4$

vergrotingsfactor = 20,4 : 12 = 1,7
18 : 1,7 = 10,588...
BD = 10,6 cm

Overeenkomstige zijden staan onder elkaar in de tabel.



Theorie 6R Omtrek en oppervlakte

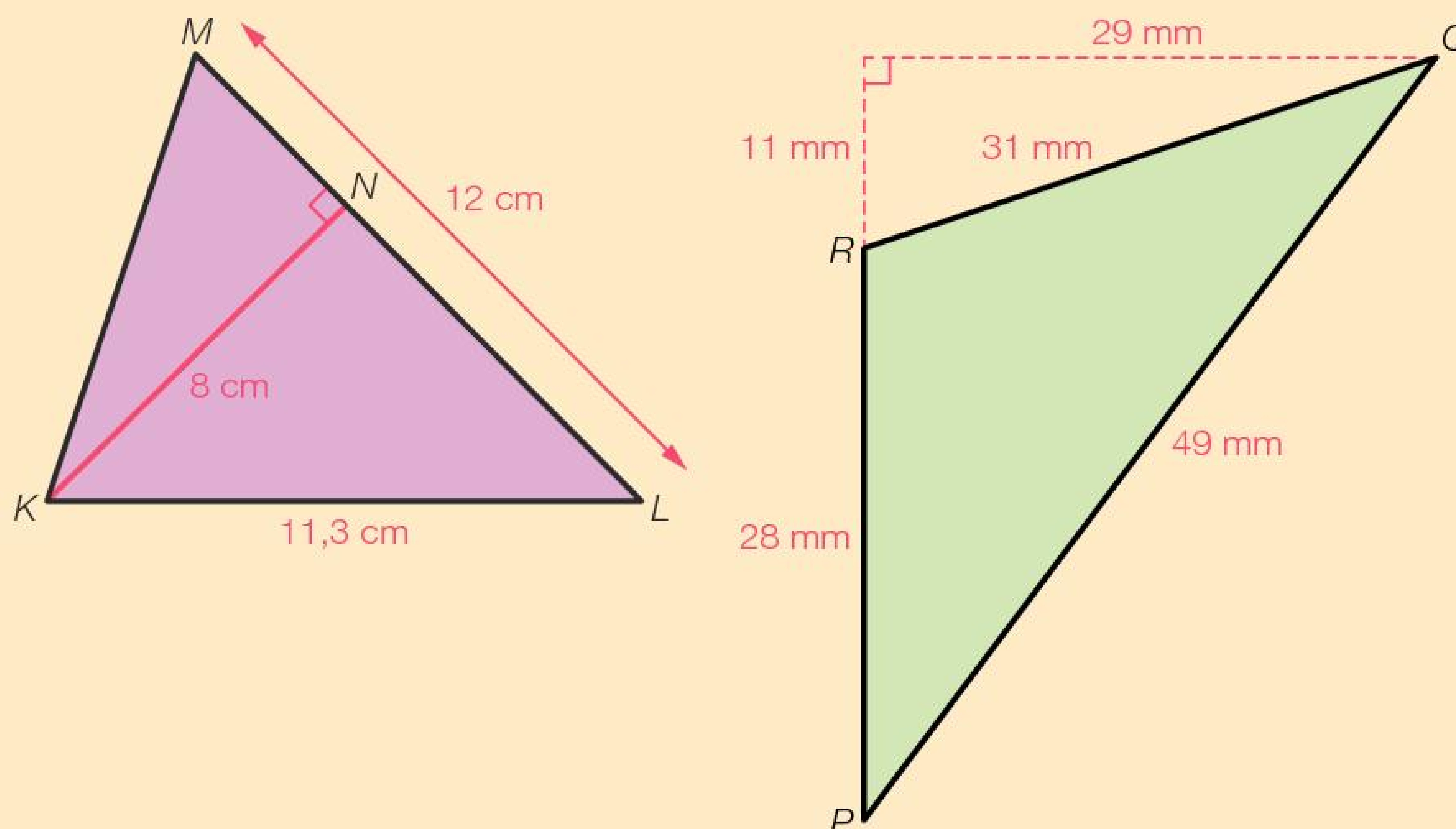
Opgaven 12, 13, 33, 41, 43-46, 50, 63, 71, 76, 77

Er zijn formules om de oppervlakte en omtrek van vlakke figuren te berekenen.
De volgende formules moet je uit je hoofd kennen.
oppervlakte rechthoek = lengte × breedte
oppervlakte vierkant = lengte × breedte
oppervlakte driehoek = 0,5 × zijde × bijbehorende hoogte
oppervlakte parallellogram = zijde × bijbehorende hoogte

omtrek vlakke figuren = alle zijden bij elkaar opgeteld

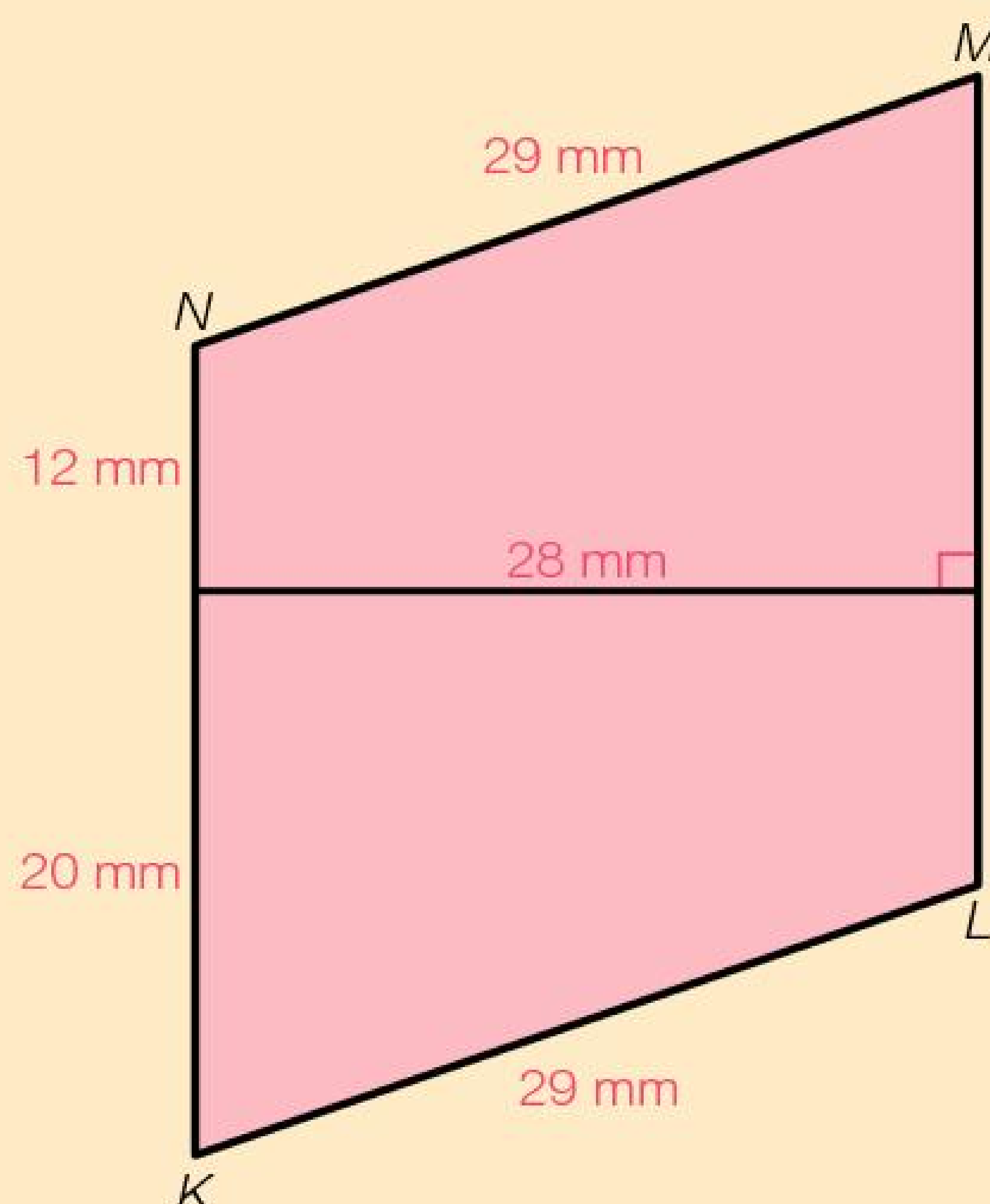
De formules van de cirkel hoef je niet uit je hoofd te kennen. Bij het proefwerk en het examen krijg je ze erbij.
oppervlakte cirkel = π × straal^2
omtrek cirkel = π × diameter

Oppervlakte driehoek



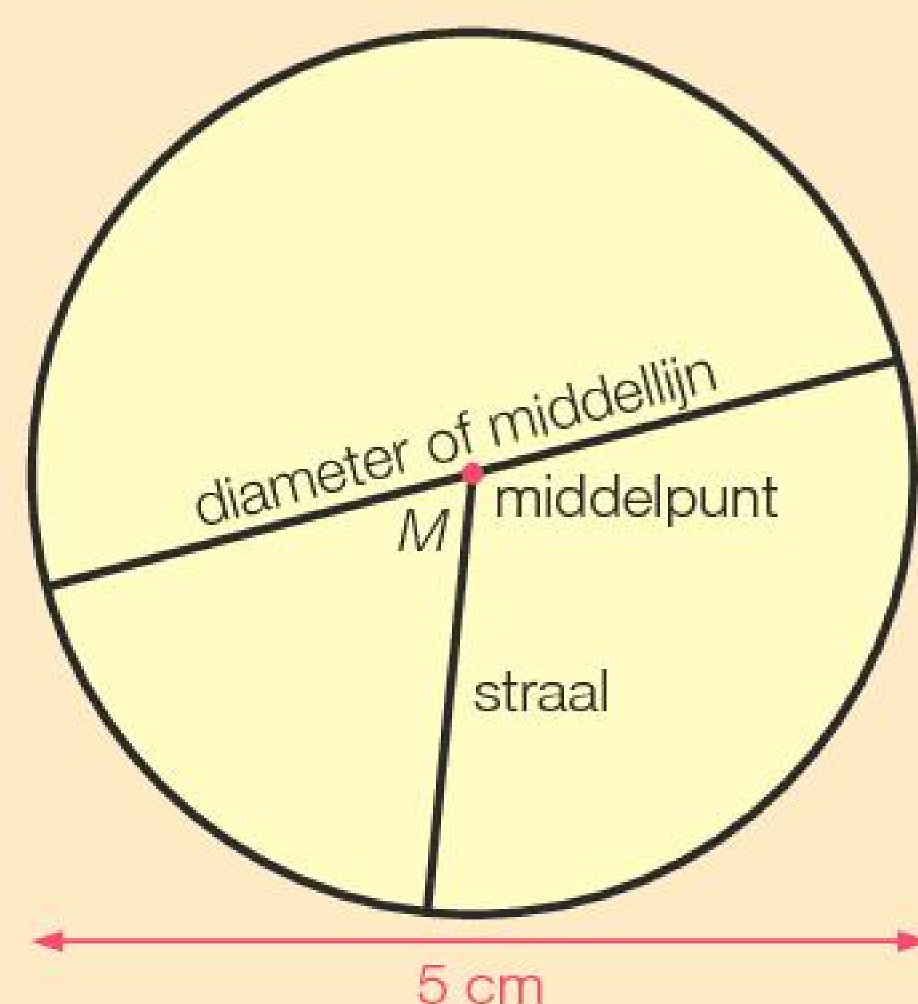
oppervlakte $\triangle KLM = 0{,}5 \times 12 \times 8 = 48$ cm^2
oppervlakte $\triangle PQR = 0{,}5 \times 28 \times 29 = 406$ mm^2

Oppervlakte parallellogram
zijde *KN* = 20 + 12 = 32 mm
oppervlakte *KLMN* = 32 × 28 = 896 mm^2

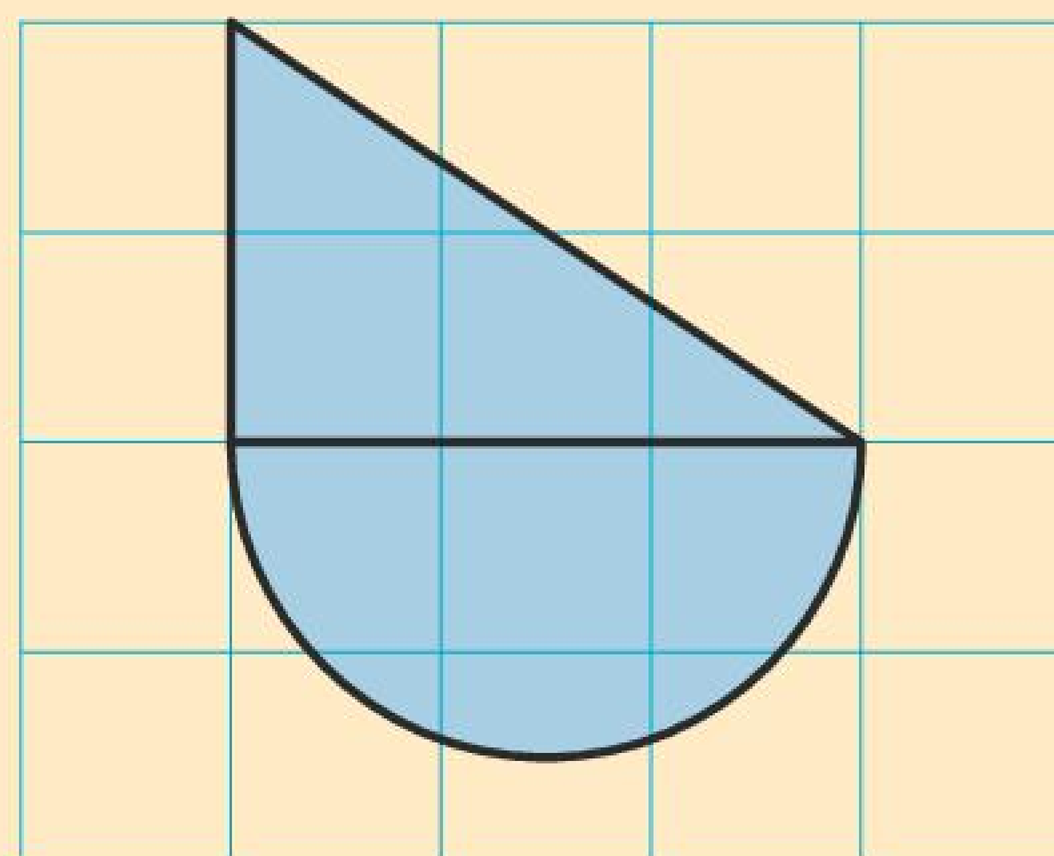


Omtrek en oppervlakte cirkel
Bij berekeningen bij cirkels gebruik je het getal π (pi).
π is ongeveer 3,14.
omtrek cirkel = π × diameter
omtrek cirkel = π × 5 = 15,707... cm

oppervlakte cirkel = π × straal^2
oppervlakte cirkel = π × 2,5^2 = 19,634... cm^2



Oppervlakte samengestelde figuren
De blauwe figuur is een samengestelde figuur.
Hij bestaat uit een driehoek en een halve cirkel.
opp driehoek = 0,5 × 3 × 2 = 3
opp halve cirkel = π × 1,5^2 : 2 = 3,534...
3,534... + 3 = 6,534...
De oppervlakte van de blauwe figuur is 6,5 cm^2.

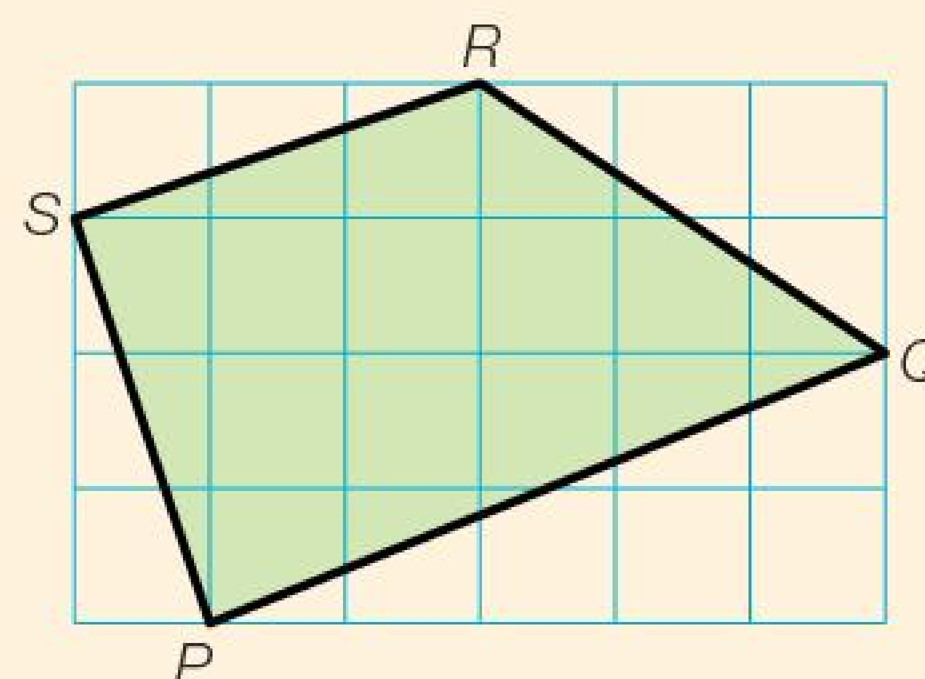


Oppervlakte met inlijsten
Van sommige vlakke figuren bereken je de oppervlakte door ze in te lijsten.

Op de volgende bladzijde zie je een voorbeeld.

Voorbeeld Inlijsten

Opgave
Bereken de oppervlakte van vierhoek *PQRS*.
Elk hokje stelt 1 cm^2 voor.



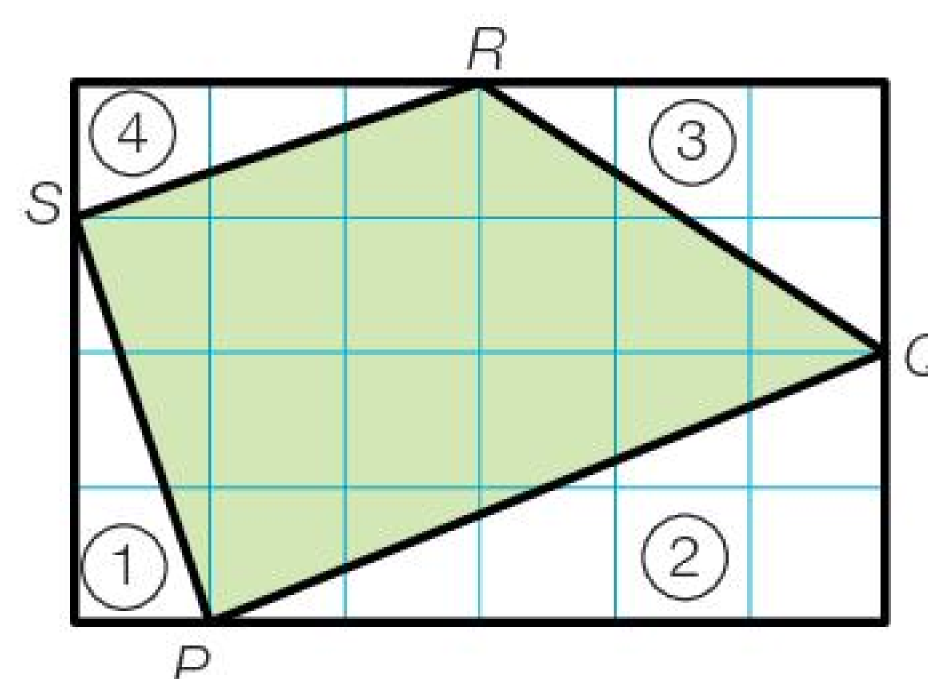
Aanpak
Teken een rechthoek om vierhoek *PQRS*. Dat noemen we **inlijsten**.
Bereken de oppervlakte van de rechthoek.
opp vierhoek *PQRS* = opp rechthoek – opp stukjes die te veel zijn
Bereken de oppervlakte van de driehoeken die te veel zijn.

Uitwerking

opp rechthoek = $6 \times 4 = 24$ cm^2

opp driehoek ① = $0{,}5 \times 1 \times 3 = 1{,}5$ cm^2
opp driehoek ② = $0{,}5 \times 5 \times 2 = 5$ cm^2
opp driehoek ③ = $0{,}5 \times 2 \times 3 = 3$ cm^2
opp driehoek ④ = $0{,}5 \times 1 \times 3 = 1{,}5$ cm^2

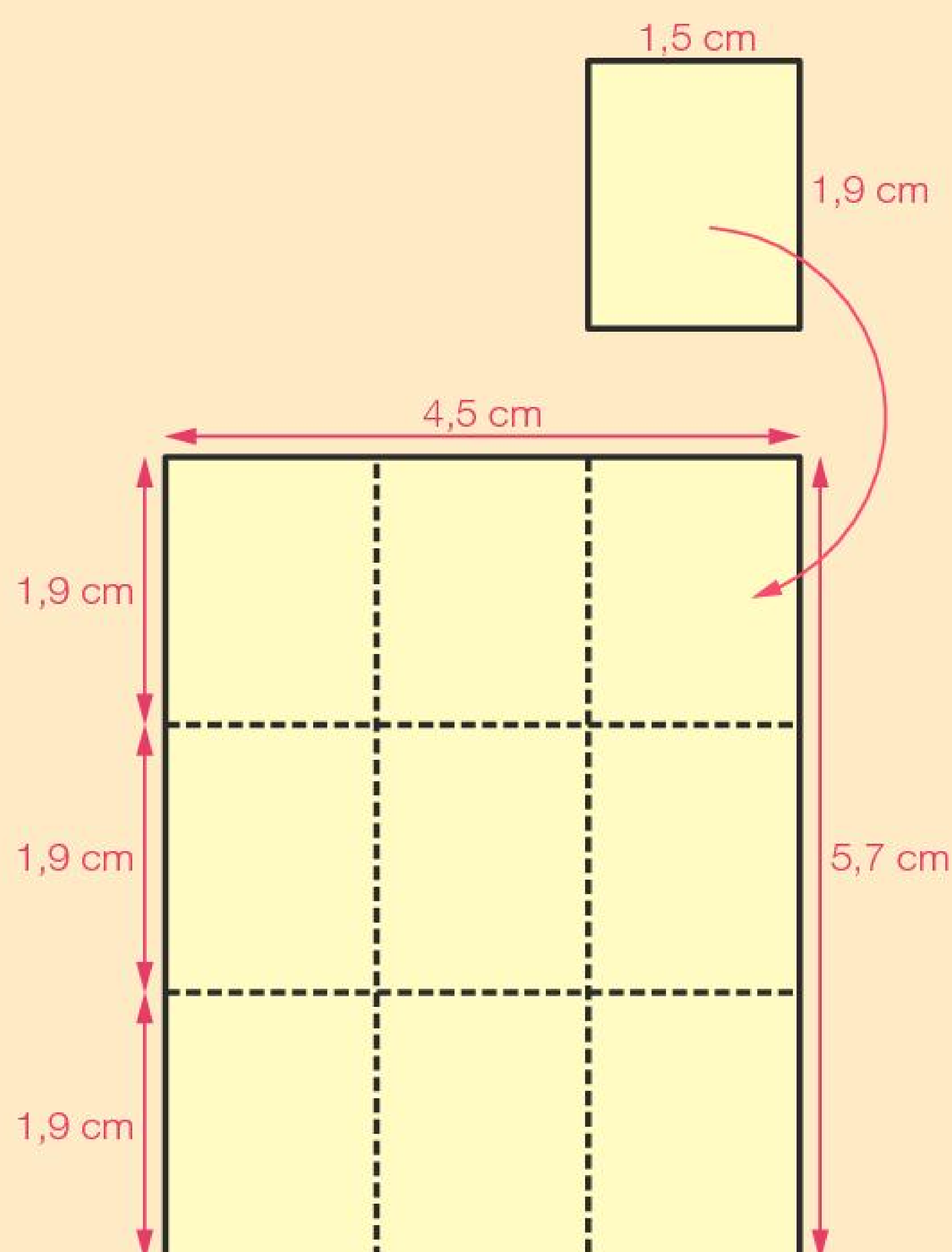
opp vierhoek *PQRS* = $24 - 1{,}5 - 5 - 3 - 1{,}5 = 13$ cm^2



Theorie 6S Van vergrotingsfactor naar oppervlakte

Opgaven 42, 47, 73, 74

De grote rechthoek is een vergroting van de kleine rechthoek.
De rechthoeken zijn **gelijkvormig**.
De kleine rechthoek is het **origineel**.
De grote rechthoek is het **beeld**.



De **vergrotingsfactor** is 4,5 : 1,5 = 3.

lengte 3 × zo groot
breedte 3 × zo groot } oppervlakte $3 \times 3 = 3^2$ keer zo groot

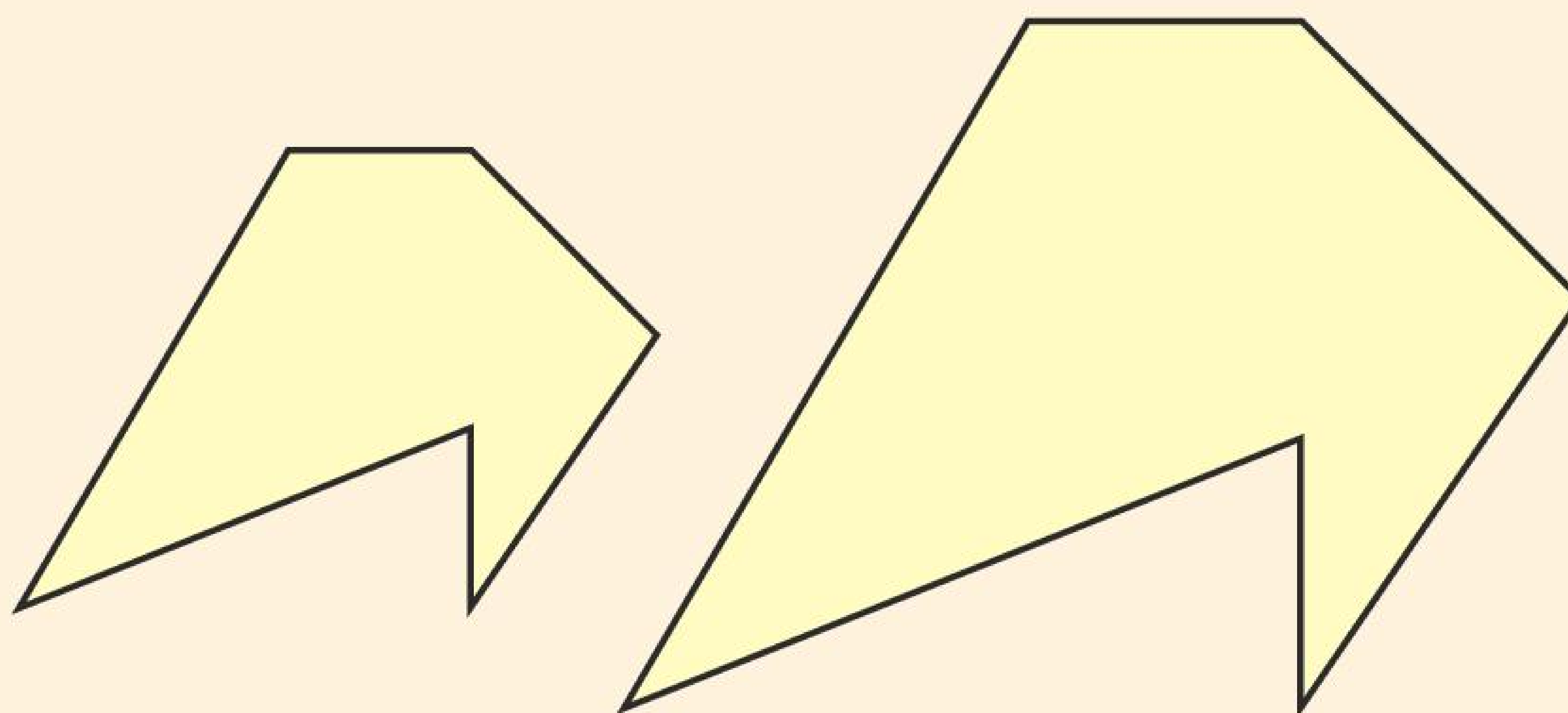
De oppervlakte van de kleine rechthoek is 2,85 cm^2.
De oppervlakte van de grote rechthoek is $3^2 \times 2{,}85 = 25{,}65$ cm^2.
Bij het vergroten van een vlakke figuur kun je de formule hieronder gebruiken.

oppervlakte beeld = vergrotingsfactor^2 × oppervlakte origineel

Voorbeeld Van vergrotingsfactor naar oppervlakte

Opgave

De zeshoeken hieronder zijn gelijkvormig. De vergrotingsfactor is 1,5.



De oppervlakte van de linker figuur is 4,5 cm^2.
Bereken de oppervlakte van de rechter figuur. Rond af op één decimaal.

Aanpak

Gebruik de formule
oppervlakte beeld = vergrotingsfactor^2 × oppervlakte origineel.

Uitwerking

$1{,}5^2 \times 4{,}5 = 10{,}125$
oppervlakte rechter figuur = 10,1 cm^2

Theorie 6T [VMBO-GT] Van oppervlakte naar vergrotingsfactor

Opgave 48



Juliet heeft een vergroting van een foto gemaakt. De oppervlakte van het origineel is 12 cm^2. De oppervlakte van de vergroting is 108 cm^2.
De oppervlakte is dus 108 : 12 = 9 keer zo groot geworden.

Is de oppervlakte is 9 keer zo groot, dan is de vergrotingsfactor $\sqrt{9} = 3$.
Dat betekent dat de lengte en de breedte 3 keer zo groot zijn geworden.
vergrotingsfactor = $\sqrt{\text{oppervlakte vergroting : oppervlakte origineel}}$

Voorbeeld Van oppervlakte naar vergrotingsfactor

Opgave
Van een foto is het formaat 10 × 15 cm.
De oppervlakte van een vergroting is 8,8 m^2.
Bereken het formaat van de vergroting.
Rond af op hele centimeters.

Aanpak
Bereken de oppervlakte van het origineel.
Reken 8,8 m^2 om naar cm^2.
Bereken de vergrotingsfactor met
vergrotingsfactor = $\sqrt{\text{oppervlakte vergroting : oppervlakte origineel}}$.
Rond de vergrotingsfactor af op één decimaal.
Bereken de maten van de vergroting met de vergrotingsfactor.

Uitwerking
oppervlakte origineel = 10 × 15 = 150 cm^2
8,8 m^2 = 8,8 × 100 × 100 = 88 000 cm^2
vergrotingsfactor = $\sqrt{88000 : 150}$ = 24,221...
Afgerond op één decimaal is de vergrotingsfactor 24,2.
lengte vergroting = 24,2 × 10 = 242
breedte vergroting = 24,2 × 15 = 363
Het formaat van de vergroting is 242 cm bij 363 cm.

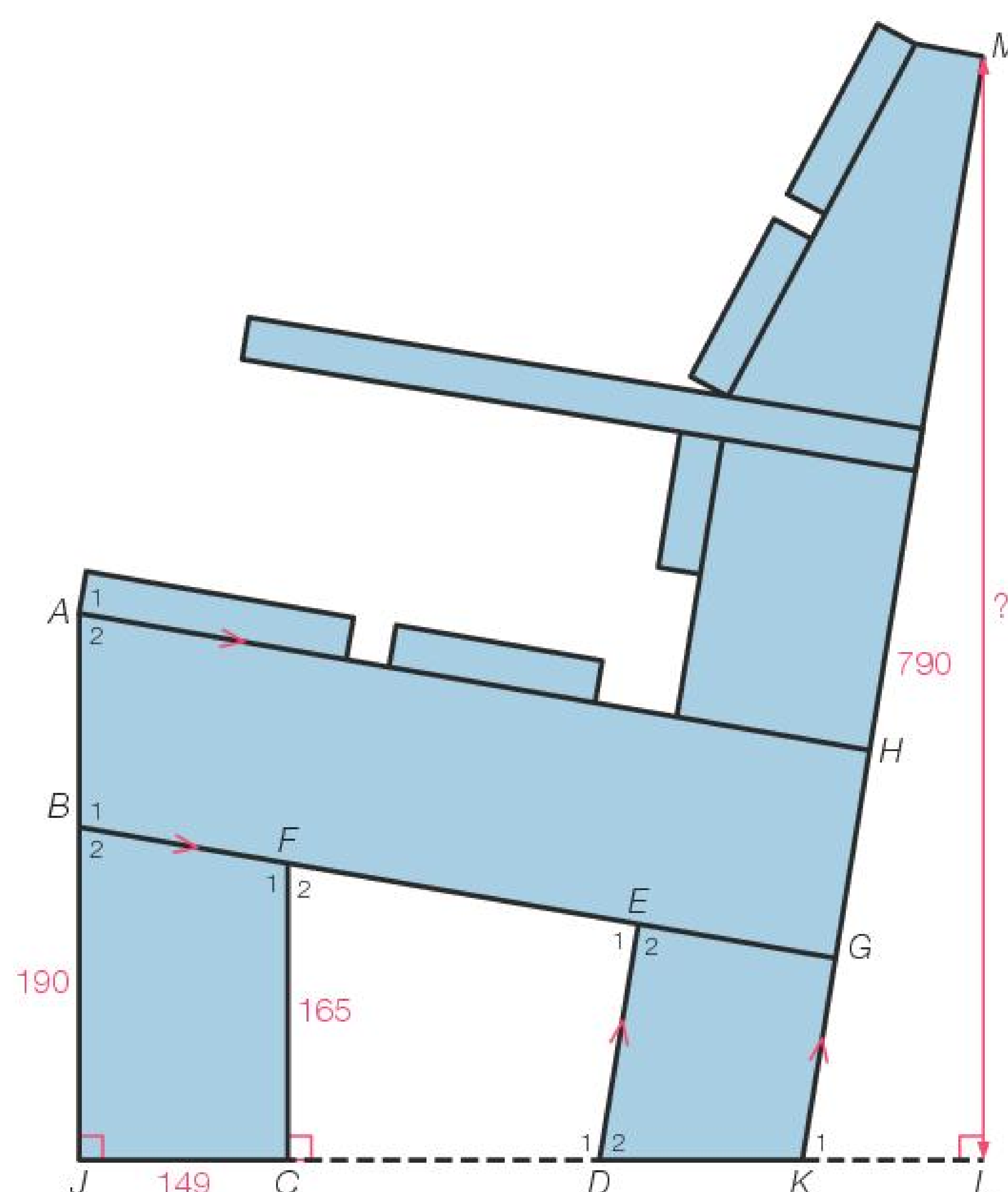
6.3 Examenopgaven

Op het examen worden de volgende formules gegeven. Je hoeft ze dus niet uit het hoofd te leren.

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2
inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud bol = $\frac{4}{3}$ × π × straal^3

Tuinbank

Hiernaast is een zijaanzicht van een tuinbank getekend met de maten in mm. *AH* is evenwijdig aan *BG*. *ED* is evenwijdig aan *GK*.



1 H
Hoek A_2 geeft de zithoek van deze tuinbank aan.
Leg uit waarom je, zonder te meten, weet dat hoek A_2 even groot is als hoek B_2.

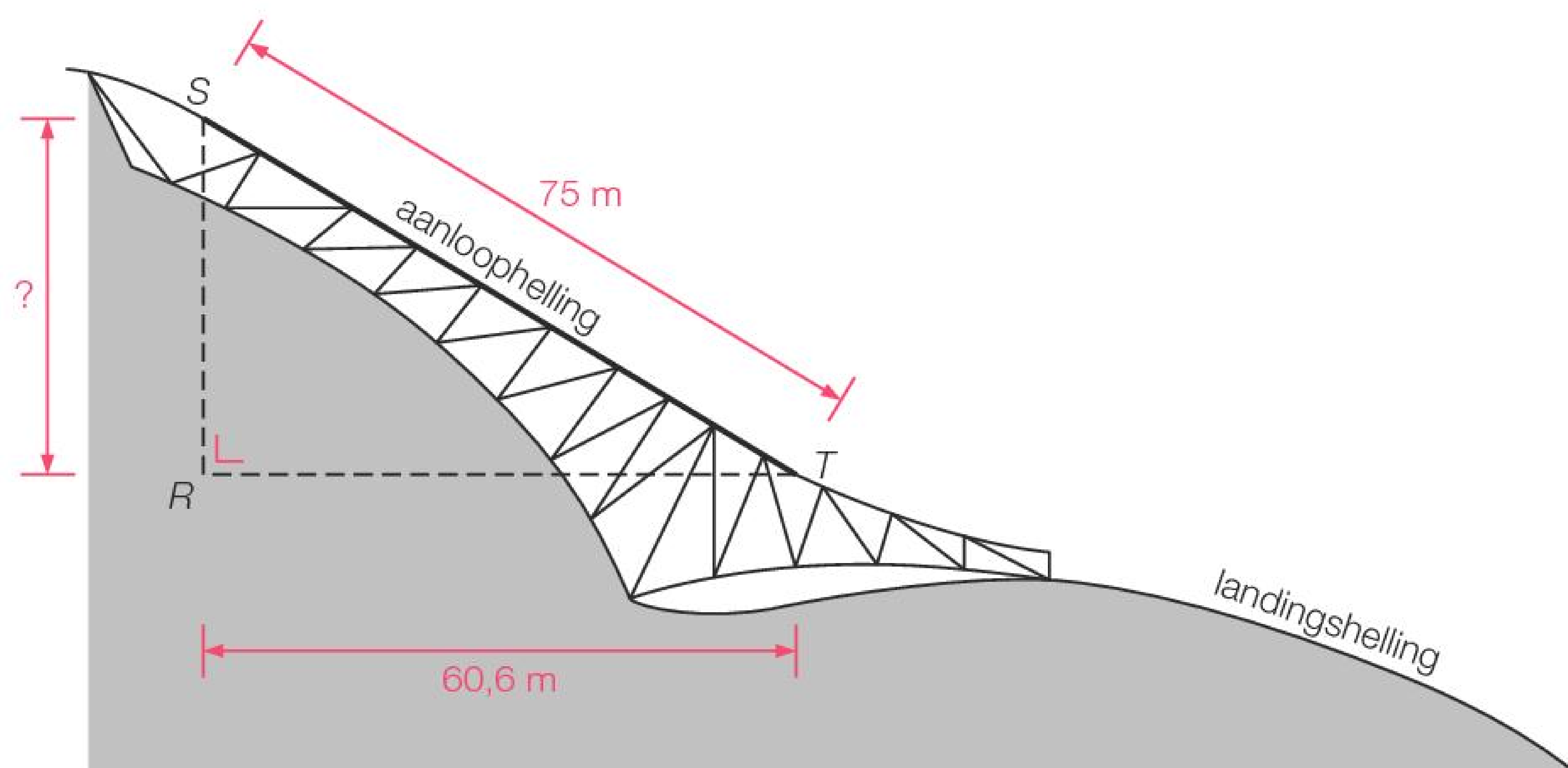
2 L
De lengte van *JB* is 190 mm. De lengte van *CF* is 165 mm (zie tekening).
Laat met een berekening zien dat de grootte van hoek B_2 afgerond 80° is.

3 H,J
Hoek D_2 is 80°.
Bereken hoeveel graden hoek E_1 is. Schrijf je berekening op.

4 M
De lengte van lijnstuk *KM* is 790 mm. Hoek K_1 is 80°.
Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de hoogte *ML* van de tuinbank is. Schrijf je berekening op.

Skispringen

Skispringen is een sport waarbij op ski's van een helling (de schans) gesprongen wordt. Het doel daarbij is om zo ver mogelijk te springen.



Je ziet een schets van de schans. De maten staan erbij in meters. De skispringer begint bij het startpunt *S* en maakt snelheid op de schans van *S* tot *T*. Dit deel van de schans noemt men de aanloophelling. Hoe meer snelheid je maakt op de aanloophelling, hoe verder je kunt springen.

5 SU Een skispringer bereikt aan het eind van de aanloophelling een snelheid van 94,3 km/uur.
Bereken zijn snelheid in meter per seconde op dat moment. Schrijf je berekening op.

6 N Bereken, zonder te meten, de hoogte *RS* van de aanloophelling in hele meters. Schrijf je berekening op.

7 L Bereken hoeveel graden de hellingshoek *T* in driehoek *RST* is. Schrijf je berekening op.

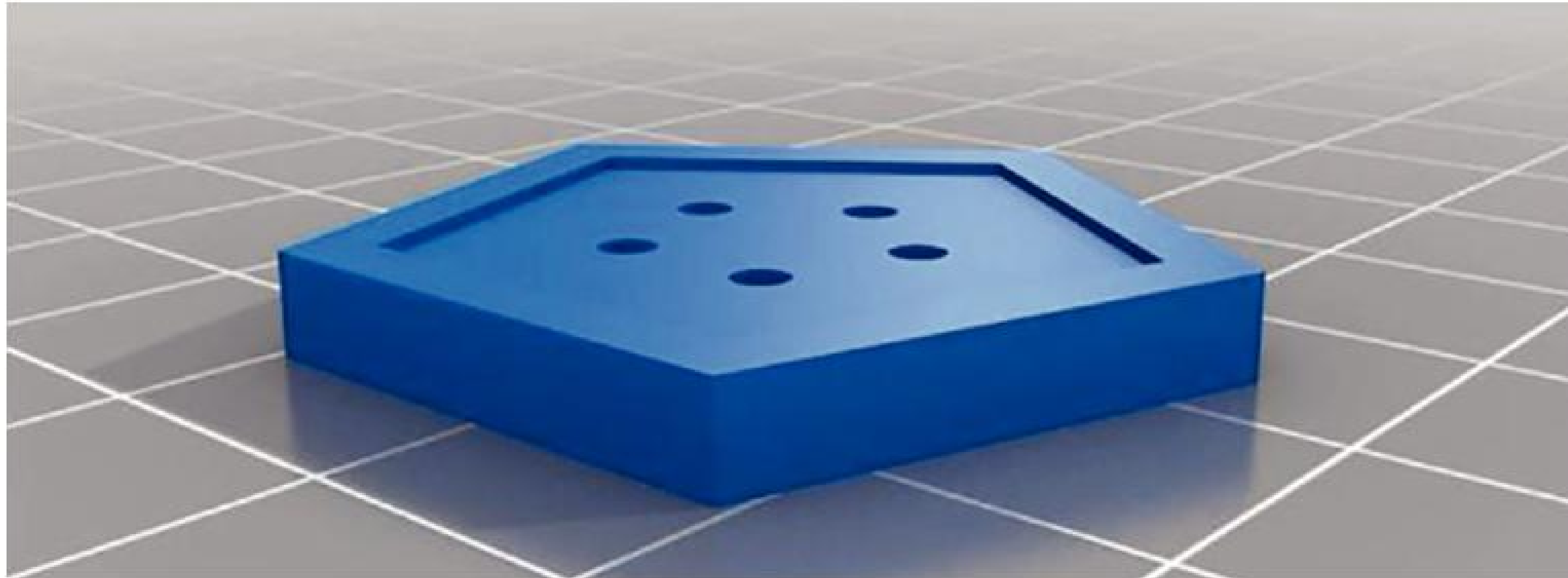


8 Bij slechte weersomstandigheden verplaatst men de start (het punt S) naar een punt lager op de schans.
Wat verandert er dan?

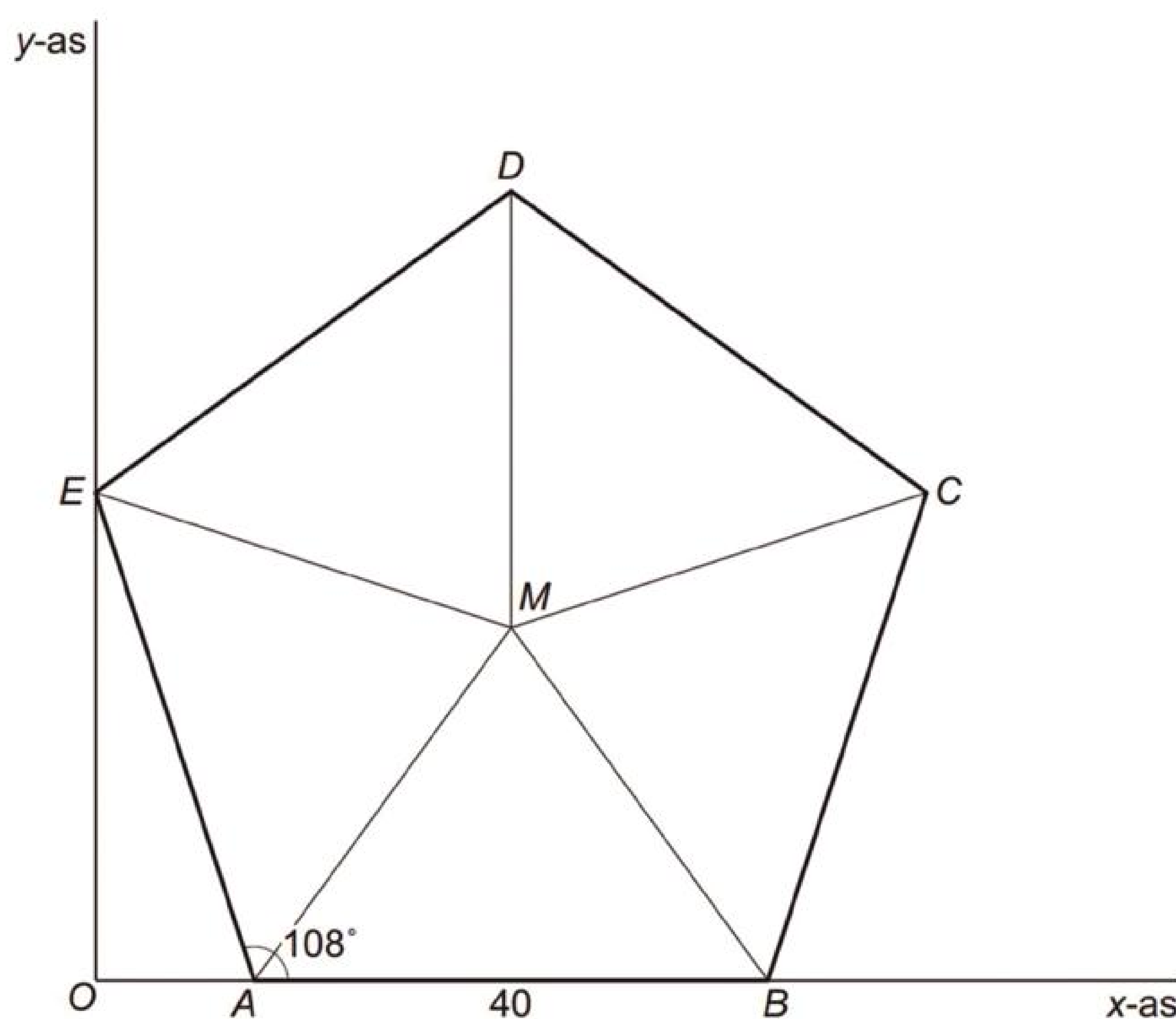
A de grootte van de hellingshoek
B de lengte van de aanloophelling
C niets
D zowel de grootte van de hellingshoek als de lengte van de aanloophelling

Knoop

Mike heeft een kunstvoorwerp ontworpen in de vorm van een regelmatige vijfhoekige knoop. Dit voorwerp wil hij met een 3D printer printen. Om dit voor elkaar te krijgen, moet hij de coördinaten van de hoekpunten weten.



Mike heeft een schets gemaakt van het bovenaanzicht in een assenstelsel. Elke zijde van de regelmatige vijfhoek is 40 cm lang.



9 G,J — Laat met een berekening zien dat hoek A 108° is.

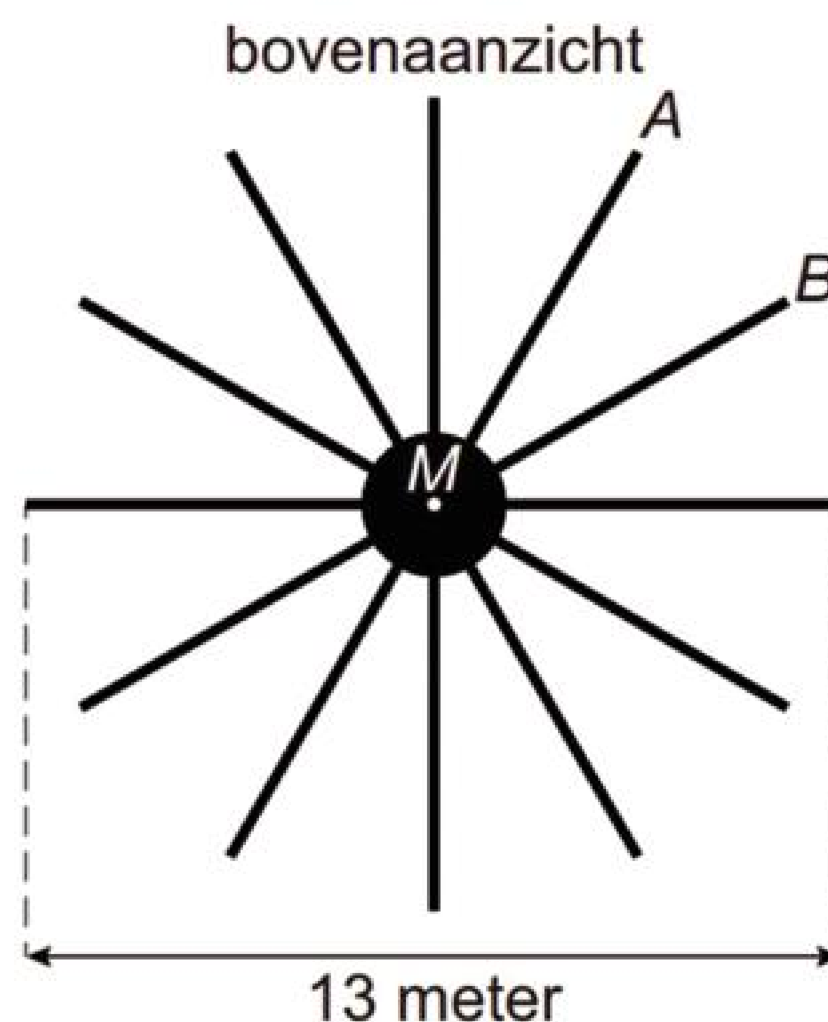
10 J,M — Punt A heeft coördinaten $(x, 0)$.
Laat zonder te meten met een berekening zien dat de x-coördinaat van punt A, afgerond op één decimaal, gelijk is aan 12,4.

11 H,M — Bereken zonder te meten de coördinaten van punt M. Schrijf je berekening op en rond je antwoorden af op één decimaal.

Vertical Swing

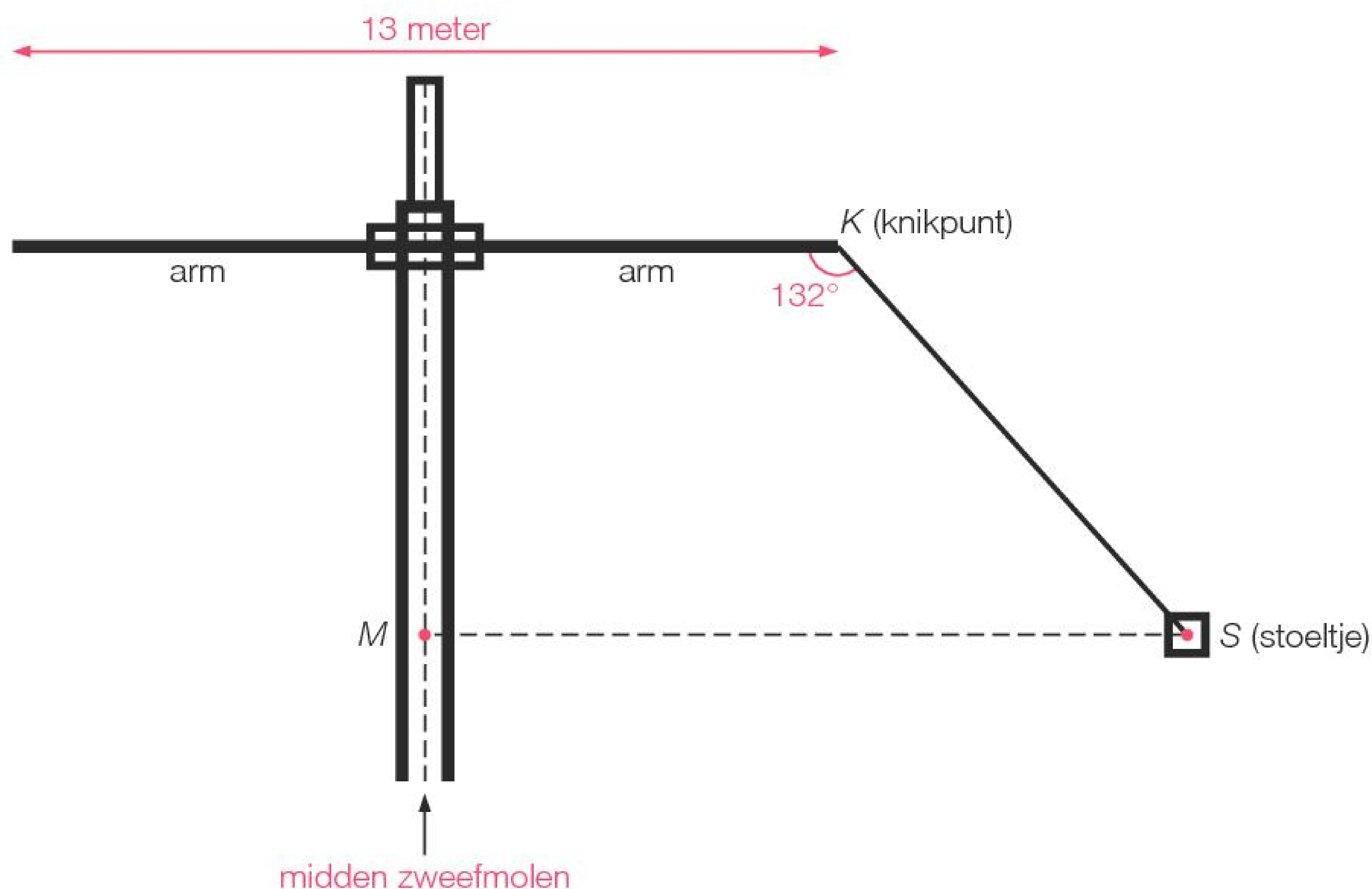
In een pretpark staat een zweefmolen die Vertical Swing wordt genoemd.
De zweefmolen heeft 12 armen op gelijke afstand van elkaar, waaraan kabels met stoeltjes hangen.





12 G,J In het bovenaanzicht zie je de armen *A* en *B* aangegeven.
Bereken hoeveel graden de hoek tussen arm *A* en arm *B* is. Schrijf je berekening op.

In de tekening zie je een gedeelte van de zweefmolen met twee armen en aan één arm een kabel en een stoeltje. De kabel *KS* heeft een lengte van 8 meter. Als de zweefmolen op een bepaalde snelheid is, maakt de kabel met de arm een hoek van 132°.



13 H,J,M
Bereken, zonder te meten, hoeveel meter de afstand van het midden van de zweefmolen (*M*) tot het stoeltje (*S*) is in deze situatie. Schrijf je berekening op en geef je antwoord in twee decimalen.

14 R
Als de zweefmolen op topsnelheid is, is de afstand van het midden van de zweefmolen (*M*) tot het stoeltje (*S*) 12,6 meter. Als de zweefmolen één keer ronddraait, legt het stoeltje een bepaalde afstand af. Bereken hoeveel meter deze afgelegde afstand is. Schrijf je berekening op.

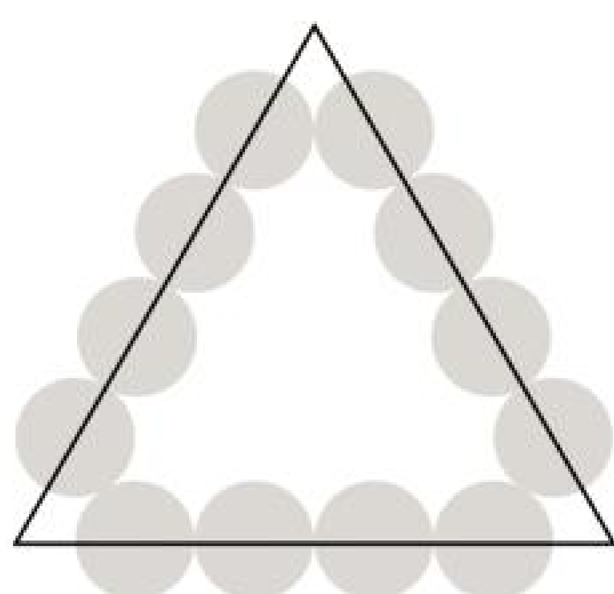
Kunstwerk

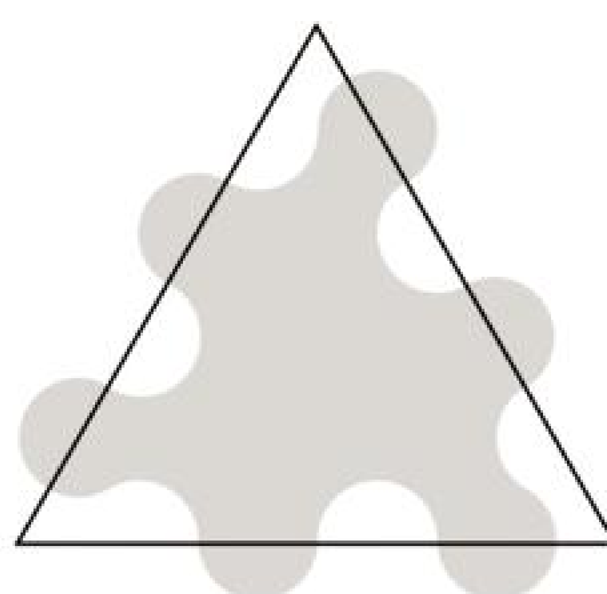
Op de foto zie je een kunstwerk, dat IJslandse kinderen samen met de Engelse wiskundige en kunstenaar Edmund Harriss hebben gebouwd. Hiervoor werden 20 dezelfde puzzelstukken gebruikt.

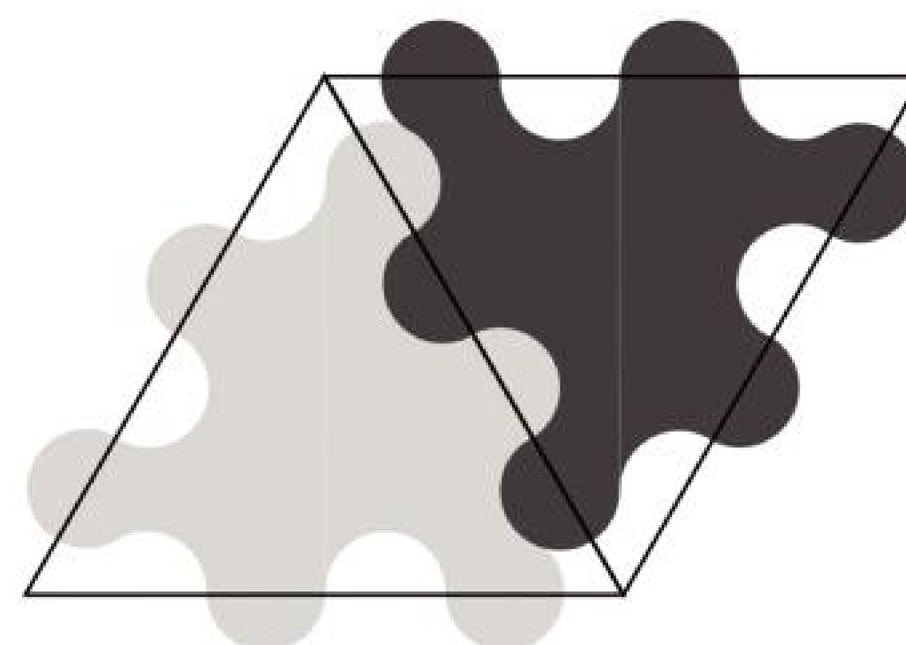


In de afbeeldingen hieronder zie je hoe zo'n puzzelstuk gemaakt wordt.

a Op elke zijde van een gelijkzijdige driehoek worden vier cirkels getekend.
b Het puzzelstuk wordt uitgezaagd volgens cirkelvormige lijnen.
c De puzzelstukken passen in elkaar zoals afgebeeld.


a


b


c

15
[▸ 🕮 WERKBOEK] Teken de cirkelvormige lijn waarlangs gezaagd moet worden, zodat een puzzelstuk ontstaat.

16 G
[▸ 🕮 WERKBOEK] Het zwarte puzzelstuk uit afbeelding c staat ook in je werkboek. Onder de afbeelding staat een tabel, waarin je gegevens over de symmetrie van het puzzelstuk kunt invullen.
Vul de tabel in.

7 Verbanden

In dit hoofdstuk herhaal je wat je hebt geleerd over verbanden. Zo oefen je voor je examen. Bij wiskunde werkt het net als bij sport: trainen en volhouden helpt. Je kunt op verschillende manieren het hoofdstuk doorwerken.

manier 1
Je begint met het maken van de opgaven. Kom je er niet uit, zoek dan in de theorie naar uitleg. In welke theorie je moet kijken, zie je aan de letter onder het opgavenummer.

manier 2
Je begint met het doornemen van de theorie. Bij elke theorie staan de opgaven vermeld die daarbij horen. Je kunt die opgaven maken om de theorie te oefenen. Vaak is een opgave onderdeel van een serie. Maak in dat geval de hele serie.

Aan het eind van het hoofdstuk vind je examenopgaven die bij het hoofdstuk passen.

7



7.1 Opgaven

Zeppelin

Tijdens een vlucht daalt een zeppelin van 900 m hoogte.
Daarbij hoort de formule
hoogte in meters = 900 − 25 × tijd in minuten.



1 A Maak van de woordformule een formule met letters.

2 A Wat zijn de variabelen in die formule met letters?

3 A Welke eenheden horen bij de variabelen?

4 A Op welke hoogte is de zeppelin na zes minuten?

5 X Na hoeveel minuten is de zeppelin op de grond?

Siervijver

Een siervijver heeft een inhoud van 36 000 liter.
De vijver wordt leeggepompt. Hierbij hoort de formule
$I = 36\,000 - 6000t$.
Hierin is I de *inhoud* in liters en t de *tijd* in uren.

6 A Wat voor soort verband is er tussen de tijd en de inhoud?

7 C Teken de grafiek bij de formule.

8 X Na hoeveel uur zit er nog 21 000 liter water in de vijver?

Formule maken

9 E,F Zit er regelmaat in de tabel?
Zo ja, schrijf de formule op bij de tabel.

x	3	4	6	10
y	14	19	29	49

10 D,E Welke formule hoort bij de tabel?
Kies uit:

A $t = 53 + 3 \times$ lengte in cm
B $t = 38 + 3 \times$ lengte in cm
C lengte in cm $= 53 + 3t$
D lengte in cm $= 38 + 3t$

t	5	7	12
lengte in cm	53	59	74

Brandtijd kaars



Carolien steekt een rode en een witte kaars tegelijk aan. Daarbij horen formules.
rode kaars $l = 44 - 5t$
witte kaars $l = 23 - 2t$
Hierin is l de lengte in cm en t de brandtijd in uren.

11 A Wat zijn de variabelen in de formules?

12 C Teken de grafieken bij de formules in één assenstelsel.

13 B Wat is het maximum van de rode kaars en wat betekent dit getal?

14 B Wat is het minimum van de witte kaars?

15 X Bereken na hoeveel uur branden de twee kaarsen even lang zijn?

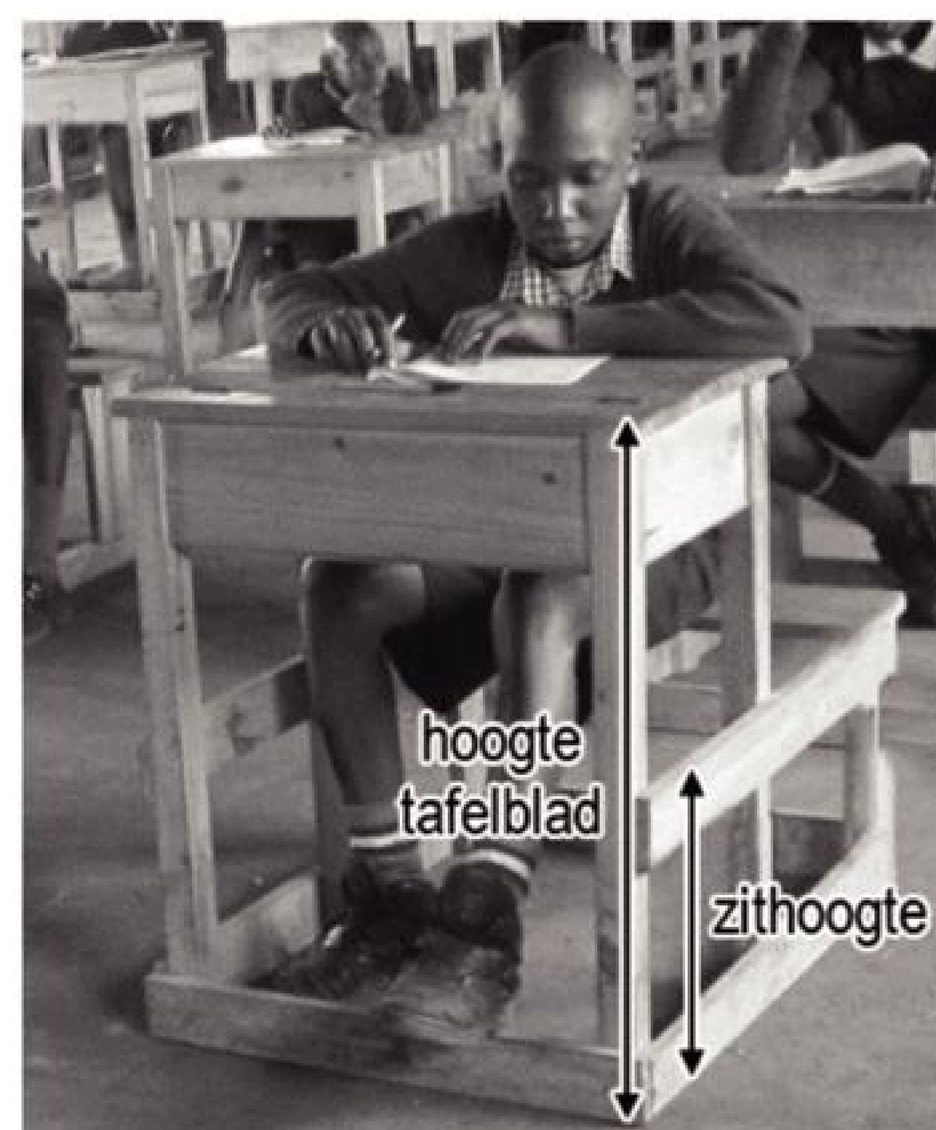
Schoolbanken

Bij elke maat schoolbank hoort een bepaalde zithoogte. Hieronder zie je een tabel, waarin de maat van de schoolbank en de bijbehorende zithoogte in centimeters staat.

SCHOOLBANK

maat schoolbank	1	2	3	4	5	6
zithoogte (cm)	30	34	38	42	46	50

16 F Er is een lineair verband tussen de *zithoogte* en de *maat* van de schoolbank.
Geef een woordformule die bij dit verband hoort.



17 A Leg met een berekening uit waarom er geen schoolbanken met maat 30 gemaakt zullen worden.

Zweefvliegtuig



Ewout zit in een zweefvliegtuig dat gaat dalen. In de tabel zie je de hoogte van dat zweefvliegtuig tijdens die daling.

ZWEEFVLIEGTUIG

t	15	30	45
hoogte	450	300	150

Hierin is t de *tijd* in seconden en de *hoogte* in meters.

18 F In de tabel zit regelmaat.
Maak de formule die bij de tabel hoort.

19 C [▸ WERKBOEK] Teken de grafiek bij de formule.

20 X Na hoeveel seconden is het zweefvliegtuig weer op de grond?

21 A Hoe hoog was het vliegtuig toen het begon te dalen?

Eindlengte

Als je weet wat de lengte van de vader en de lengte van de moeder van een meisje is, kan je de verwachte eindlengte van dit meisje berekenen met een formule.

$$\text{eindlengte} = \frac{(\text{lengte vader} + \text{lengte moeder} - 13)}{2} + 4{,}5$$

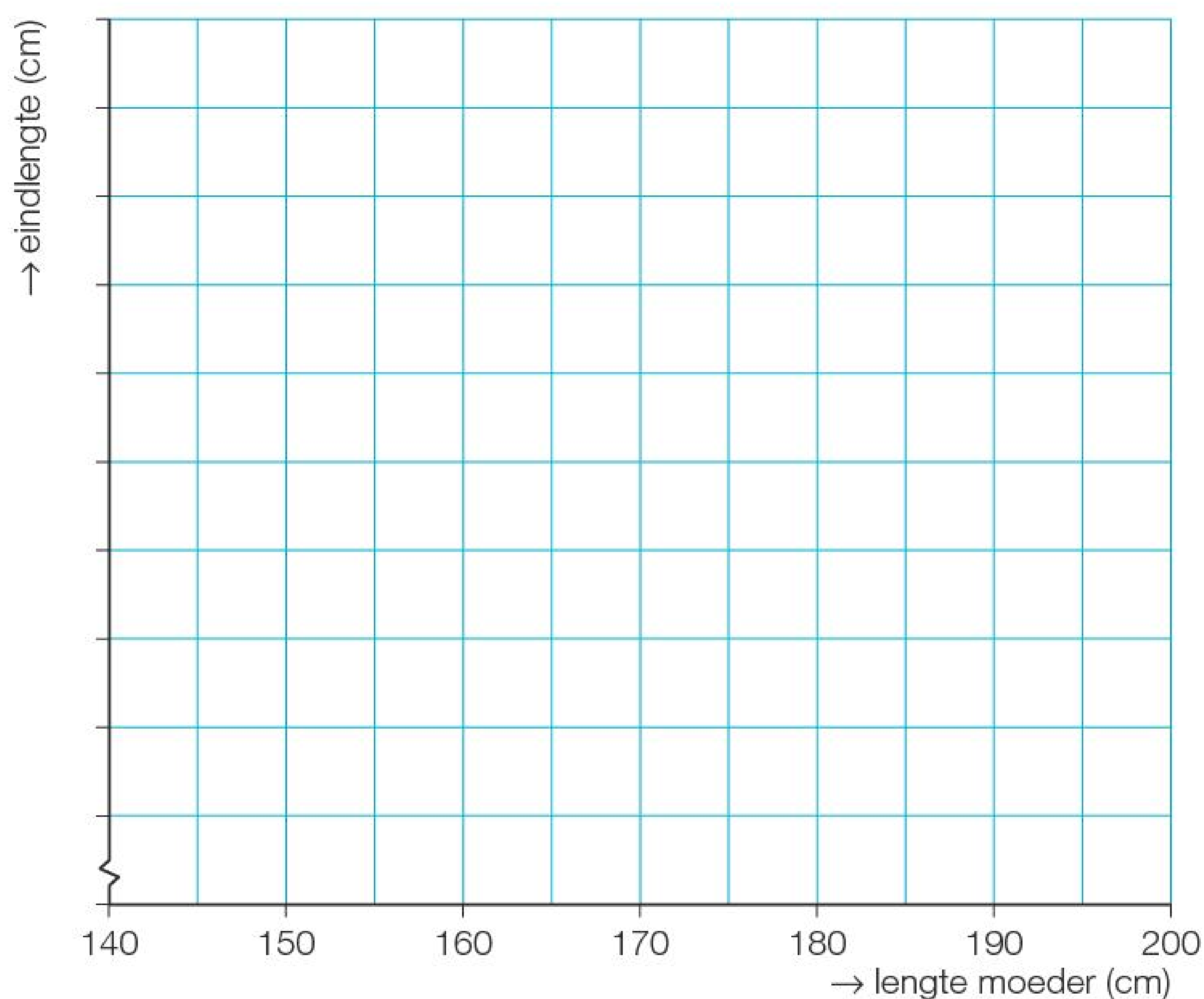
Hierin zijn *eindlengte*, *lengte vader* en *lengte moeder* in centimeters.

22 A De lengte van de vader van Nicolette is 185 cm en de lengte van haar moeder is 170 cm.
Bereken hoeveel centimeter de verwachte eindlengte van Nicolette is.

23 X Carla groeit niet meer. Haar eindlengte is 185 cm.
Haar vader is 2 m lang.
Bereken hoeveel centimeter de lengte van de moeder van Carla volgens de formule moet zijn.

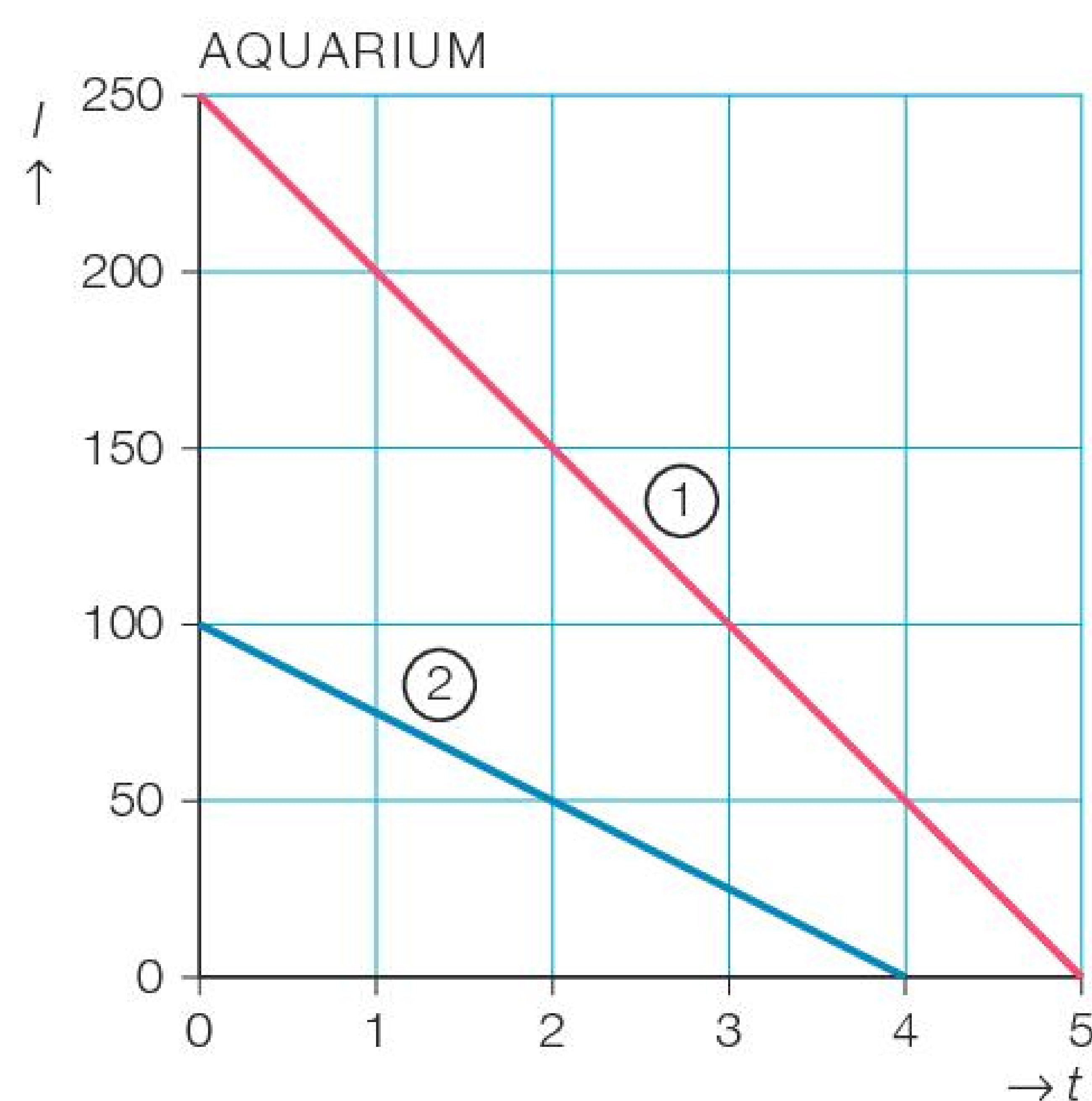
24 A,C [WERKBOEK] De gemiddelde lengte van een Nederlandse man is 180 cm. Neem voor *lengte vader* 180 cm.
Teken de grafiek die bij de formule hoort. Je mag de tabel gebruiken. Maak zelf een verdeling bij de verticale as.

lengte moeder (cm)	140	150	160	170	180	190	200
eindlengte (cm)							



Aquarium

In de grafiek hiernaast is I de *inhoud* in liters en t de *tijd* in minuten.

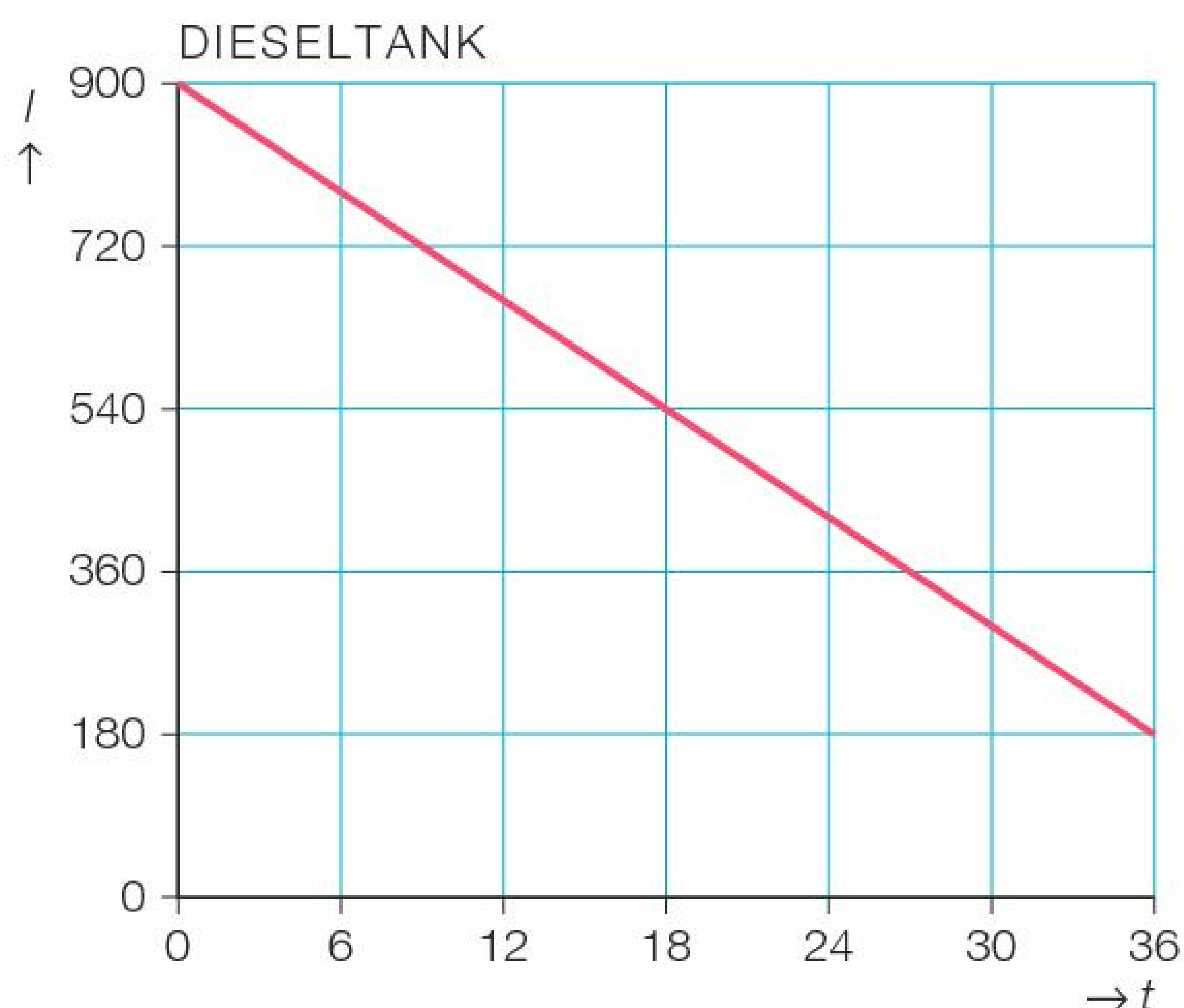


25 G Schrijf de formule op die bij de grafiek van aquarium ① hoort.

26 G,H Schrijf de formule op die bij de grafiek van aquarium ② hoort.

Vrachtwagen

Hank rijdt met een grote vrachtwagen. In de grafiek zie je de inhoud van zijn dieseltank. Hierin is I de *inhoud* in liters en t de *tijd* in uren.



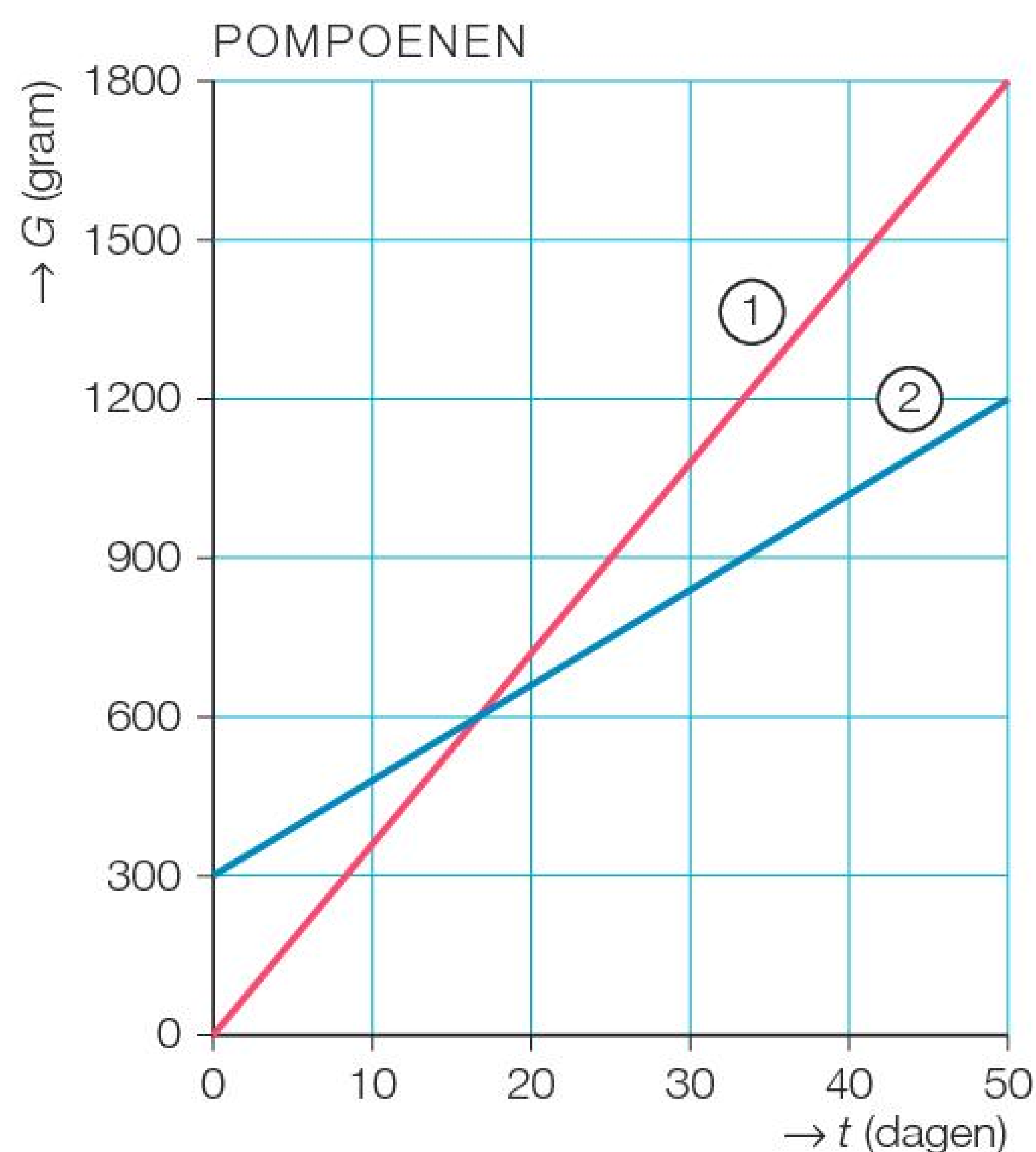
27 G,H Schrijf de formule op die bij de grafiek hoort.

28 B Wat is het maximum van de grafiek?

29 B Wat is het minimum van de grafiek?

Pompoen

In de grafieken is G het gewicht in grammen en t de tijd in dagen.





30 G,H Schrijf de formule op die hoort bij het gewicht van pompoen ①.

31 G,H Schrijf de formule op die hoort bij het gewicht van pompoen ②.

Mier

Mieren kunnen zowel horizontaal als verticaal lopen. De volgende formules beschrijven het lopen van een mier. Je ziet op welke hoogte hij loopt.

I $h = 20 + 3a$	**III** $h = 32$	**V** $a = 14$
II $a = 7$	**IV** $h = 110 - 5a$	**VI** $h = 50$

In de formules is h de *hoogte* van de mier in cm en a de *horizontale afstand* tot het nest in meters.

32 J
Zeg van elke formule welke situatie hij beschrijft. Kies uit:

A De mier loopt horizontaal.
B De mier loopt verticaal.
C De mier loopt schuin omhoog.
D De mier loopt schuin omlaag.



33 C,J
Je gaat de wandeling van de mier in een assenstelsel tekenen. Teken eerst het assenstelsel.
De horizontale as loopt van 0 tot 16 m.
De verticale as loopt van 0 tot 50 cm.

1e gedeelte	Teken de grafiek van $h = 20 + 3a$. Begin bij $a = 0$ en stop bij $a = 4$.
2e gedeelte	Teken de grafiek van $h = 32$. Begin bij $a = 4$ en stop bij $a = 7$.
3e gedeelte	Teken grafiek van $a = 7$. Ga van $h = 32$ tot $h = 50$.
4e gedeelte	Teken grafiek van $h = 50$. Ga van $a = 7$ tot $a = 12$.
5e gedeelte	Teken grafiek van $h = 110 - 5a$. Ga van $a = 12$ tot $a = 14$.
6e gedeelte	Teken de grafiek van $a = 14$. Ga van $h = 40$ tot $h = 0$.

Bijzondere grafieken

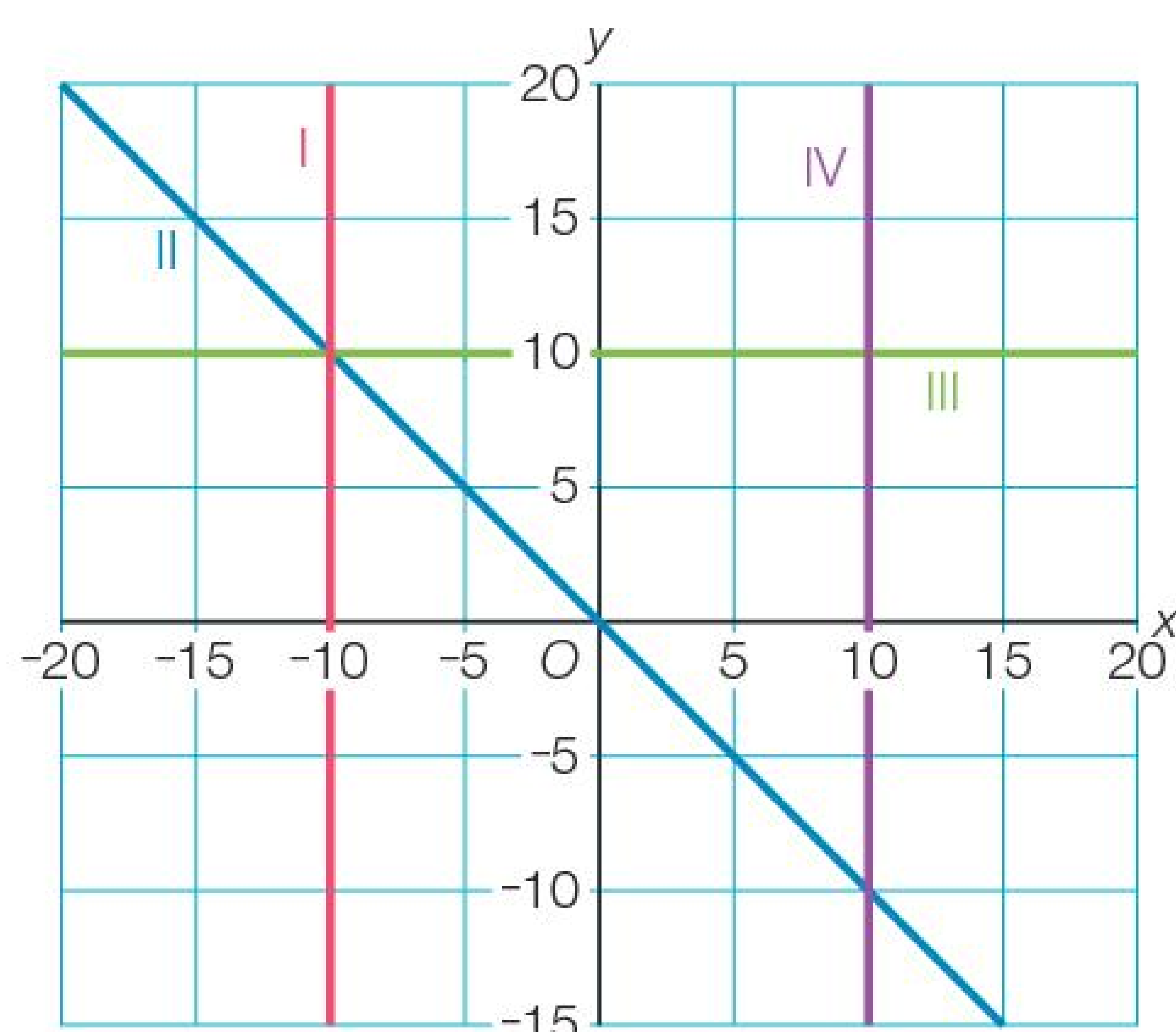
Gegeven zijn de formules $x = 12$, $y = -4$, $y = x$ en $y = 8 + x$.

34 C,J
Teken een assenstelsel met een x-as en een y-as. De x-as loopt van -5 tot 25. De y-as loopt van -10 tot 40.

35 C,J
Teken de grafieken bij de vier formules in het assenstelsel van de vorige opgave.

Formules bij bijzondere grafieken

36 G,J
In een assenstelsel zijn vier grafieken getekend.
Schrijf van elke grafiek de formule op.



Trekkershutten

Matthijs en Alisa huren een trekkershut.
Ze hebben de keuze uit twee typen.

type A **prijs (€) = 15 + 55*t***
type B **prijs (€) = 30 + 52*t***

Hierin is t de tijd in dagen.



37 K
Schrijf de verschilformule **type B – type A** op.

38 C,K
[▸ WERKBOEK] Teken de verschilgrafiek **type B – type A**.

39 K
Wat betekent deze verschilgrafiek?

40 K
Matthijs en Alisa huren de hut voor twee dagen.
Welke hut is dan het goedkoopst?

41 K
Welke hut is het goedkoopst bij zes dagen huren?

Wintersport

Daphne gaat op wintersport. Zij huurt een snowboard en schoenen. Daarbij horen formules.

snowboard $B = 4 + 7{,}25d$

schoenen $B = 3 + 4{,}50d$

Hierin is *B* het *bedrag* in euro's en *d* de *tijd* in dagen.



42 K Schrijf de somformule op.

43 C,K Teken de grafiek van de somformule in een assenstelsel.

44 X Daphne heeft € 136,25 betaald voor de schoenen en het snowboard.
Hoeveel dagen heeft zij ze gehuurd?

45 I Fatih huurt ook een snowboard. Hij gaat net zoveel dagen als Daphne en betaalt hetzelfde bedrag per dag. Hij betaalt een hoger vast bedrag van € 5,50.
Welke formule hoort bij het huren van het snowboard van Fatih?

46 I Erica huurt schoenen bij een ander bedrijf. Het vaste bedrag is daar net zo hoog als dat van Daphne. Zij betaalt € 3,75 per dag.
Welke formule hoort bij het huren van de schoenen van Erica?

Inkomsten Rasha

Rasha berekent haar verdiensten met de formule
$\text{inkomsten} = 9 + 4{,}50t$.
Hierin zijn de inkomsten in euro's en *t* de *tijd* in uren.

47 W Welke van de formules hieronder beschrijven hetzelfde verband als de formule van Rasha? Kies uit.

A $t = \text{inkomsten} - 9$

B $t = \text{inkomsten} - 2$

C $t = \dfrac{\text{inkomsten} - 9}{4{,}50}$

D $t = (\text{inkomsten} - 9) : 4{,}5$

Scooters huren

Mark huurt een scooter. Per kilometer betaalt hij € 0,15. Voor de verzekering betaalt hij een vast bedrag van € 9. Zeynep huurt een scooter bij een ander bedrijf. Zij betaalt € 0,20 per kilometer en een vast bedrag van € 5.



48 A Schrijf de twee formules op die horen bij het huren van de scooters.

49 X Maak een vergelijking van de formules. Los de vergelijking op.

50 X Wat heb je nu berekend?

51 X Mark en Zeynep rijden allebei 85 km. Wie betaalt het minst?

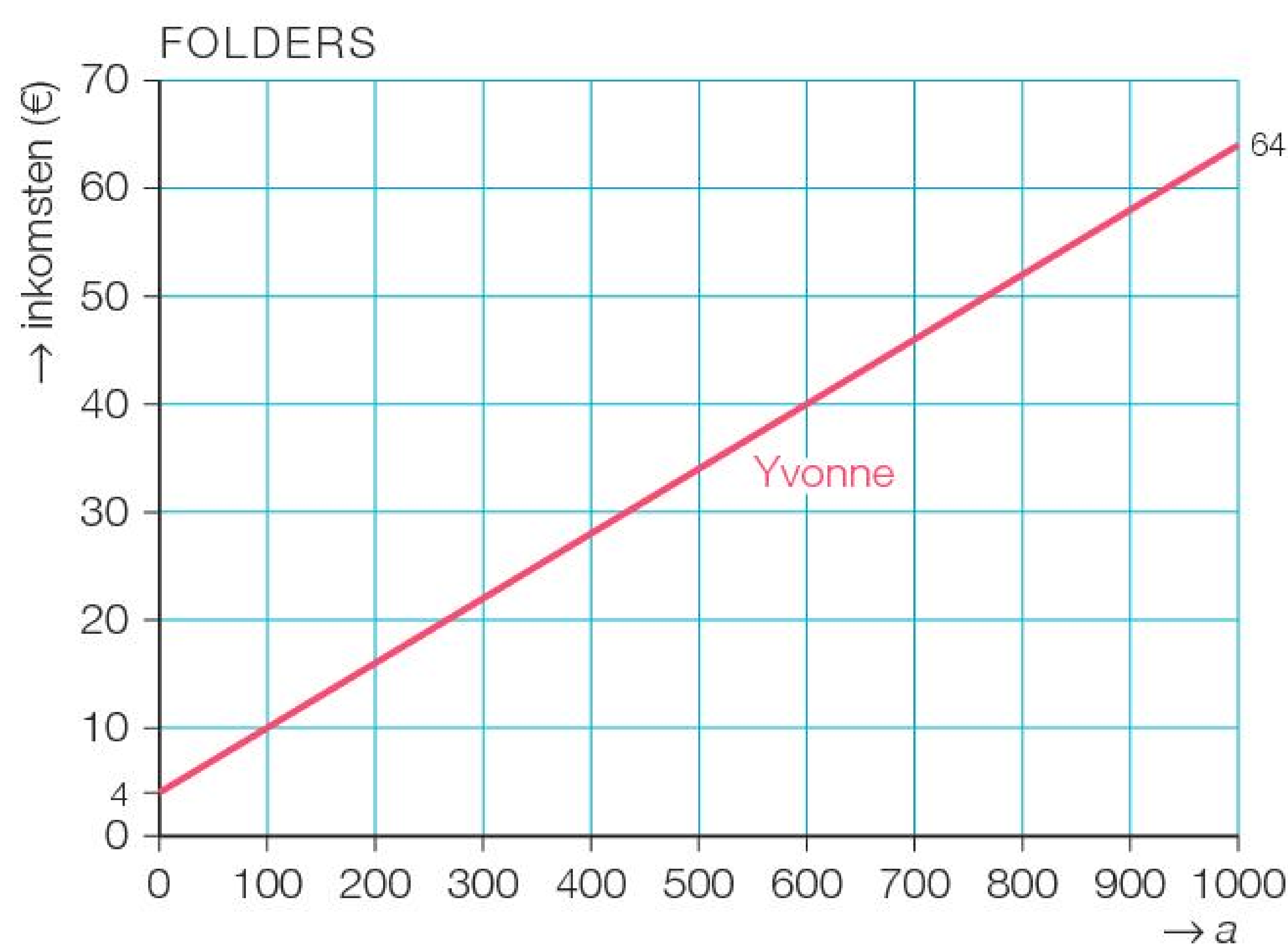
52 K Schrijf de verschilformule **Mark − Zeynep** op.

53 C,K [▸ WERKBOEK] Teken de verschilgrafiek **Mark − Zeynep**.

54 K Bij hoeveel kilometer is er geen verschil?

Folders

Yvonne brengt folders rond. Haar inkomsten zie je in de grafiek. In de grafiek is *I* de *inkomsten* in euro's en *a* het *aantal* adressen.



55 G,H Schrijf de formule op voor de inkomsten van Yvonne.

Kitty brengt ook folders rond. Haar inkomsten staan in de tabel.

INKOMSTEN KITTY

a	100	200	300	400	1000
I	14	18	22		

56 F Schrijf de formule op voor de inkomsten van Kitty.

57 A [▸ 📖 WERKBOEK] Vul de tabel verder in.

58 C [▸ 📖 WERKBOEK] Teken de grafiek van Kitty bij die van Yvonne.



59 X Bij welk aantal adressen verdienen Yvonne en Kitty evenveel?

In de zomervakantie doet Kitty de folders van Yvonne erbij.

60 K Maak de somformule van haar inkomsten.

61 C,K [▸ 📖 WERKBOEK] Teken de somgrafiek van haar inkomsten.

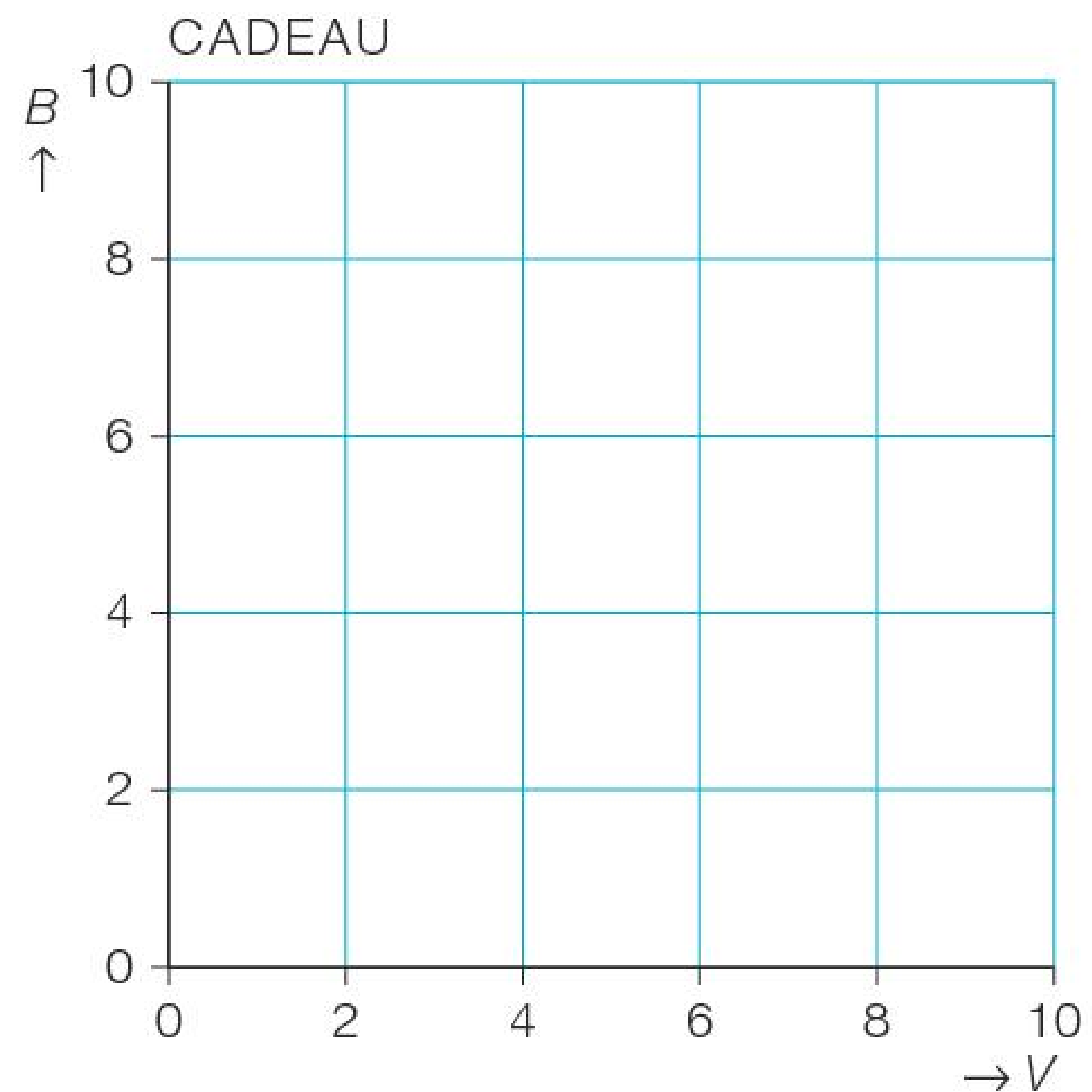
62 X Op een dag in de zomervakantie heeft Kitty € 106,40 verdiend. Hoeveel adressen had zij die dag?

Vergelijken

63 W Beschrijven de formules $B = 12 + 0{,}8a$ en $a = \frac{B - 2}{0{,}8}$ hetzelfde verband? Laat dat met berekeningen zien.

Evelyn

Evelyn is jarig. Haar vriendinnen willen een cadeau voor haar kopen. Dat kost € 18. Elke vriendin betaalt evenveel.



64 T Hoeveel betaalt ieder als er zes vriendinnen meedoen?

65 T,W Welke formules horen hierbij? Kies uit.

$V = \frac{18}{B}$

$V = 18 \times B$

$B = 18 \times V$

$\frac{B}{V} = 18$

$B = 18 : V$

In de formules is V het *aantal vriendinnen* en B het *bedrag* in euro's.

66 T Hoeveel vriendinnen doen mee als ieder € 2 betaalt?

67 T [WERKBOEK] Teken de grafiek die bij de juiste formule hoort.

Khadya

Khadya woont op kamers in Breda. Haar ouders wonen in Werkendam.
De afstand Breda – Werkendam is 36 km.

68 5Q,6D Hoeveel uur en hoeveel minuten fietst Khadya over die afstand?

69 Hoelang doet zij erover als ze met de bromfiets gaat?

gemiddelde snelheid van een bromfiets = 24 km/uur

70 T Vul in. Kies *groter* of *kleiner*.
Hoe groter de snelheid, hoe ... de reistijd.

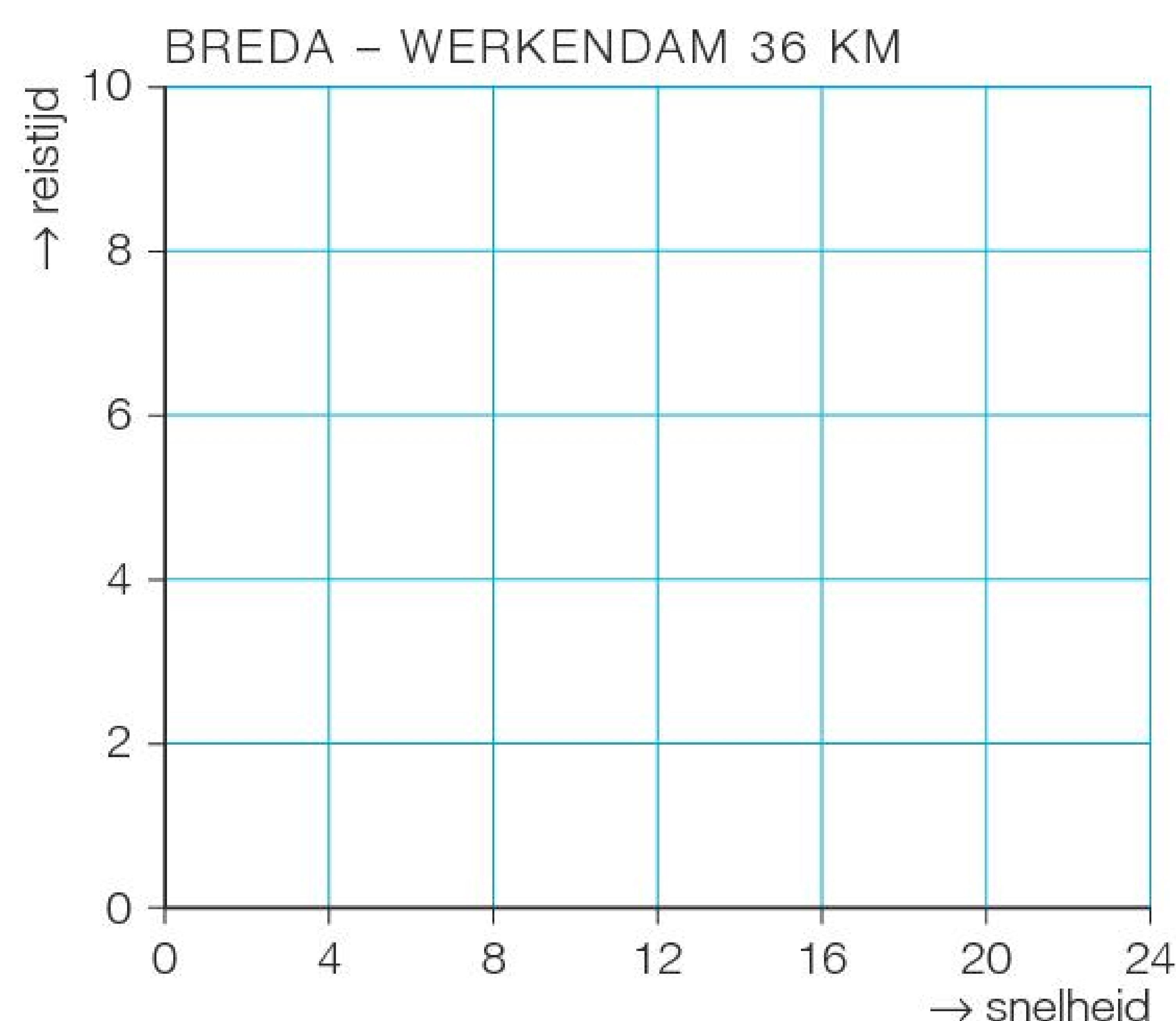
71 T Hoort dit verhaal bij een omgekeerd evenredig verband?

72 T,W Welke drie formules horen bij het verhaal van Khadya? Kies uit:

I **snelheid × reistijd = 36**
II **snelheid = 36 : reistijd**
III **reistijd = 36 × snelheid**
IV **reistijd = 36 : snelheid**

In de formules is de *snelheid* in km/uur en de *reistijd* in uren.

73 T [WERKBOEK] Teken de grafiek bij het verhaal van Khadya. Vul eerst de tabel in.



74 T De zus van Khadya gaat op bezoek in Breda. Haar gemiddelde snelheid is 30 km/uur. Hoeveel uur en hoeveel minuten doet zij er over om daar te komen?



75 T,5Q De ouders van Khadya doen er 36 minuten over om in Breda te komen. Met welke snelheid reden zij gemiddeld?

Weerballon



Het KNMI in De Bilt laat elke dag een weerballon op. Zo'n ballon is gevuld met heliumgas. Er hangt een zender aan de ballon, die gegevens over het weer doorgeeft. De hoogte van de stijgende ballon wordt gegeven door de formule

hoogte = 0,003 × tijd² + 0,07 × tijd.

Hierin is de *hoogte* in kilometers en de *tijd* het aantal minuten nadat de ballon is losgelaten.

76 L,5Q Laat met een berekening zien dat de ballon na een half uur precies 4,8 km is gestegen.

77 L Bereken hoeveel kilometer de ballon tijdens het tweede half uur is gestegen.

78 X Na 80 minuten is de ballon bijna op 25 km hoogte. Tijdens het stijgen wordt de ballon steeds groter, tot hij ten slotte op een hoogte van 34 km knapt.
Bereken hoeveel hele minuten de ballon aan het stijgen is totdat hij knapt.

Fiets



Celise gaat met de fiets naar haar werk.
Ze heeft hiervoor een nieuwe fiets gekocht van € 530. De fiets wordt elk jaar minder waard.
Celise is van plan haar fiets na een aantal jaren in te ruilen. Ze gebruikt een formule als vuistregel voor het berekenen van de inruilwaarde.

$w = 530 \times 0{,}8^t$

Hierin is *w* de *inruilwaarde* van de fiets in euro's en *t* de *tijd* in jaren.

79 R Met hoeveel procent neemt de inruilwaarde van haar fiets elk jaar af?

80 R Bereken hoeveel de fiets na vijf jaar waard is. Rond af op hele euro's.

GT

81 S Bereken de halveringstijd van de inruilwaarde van de fiets.

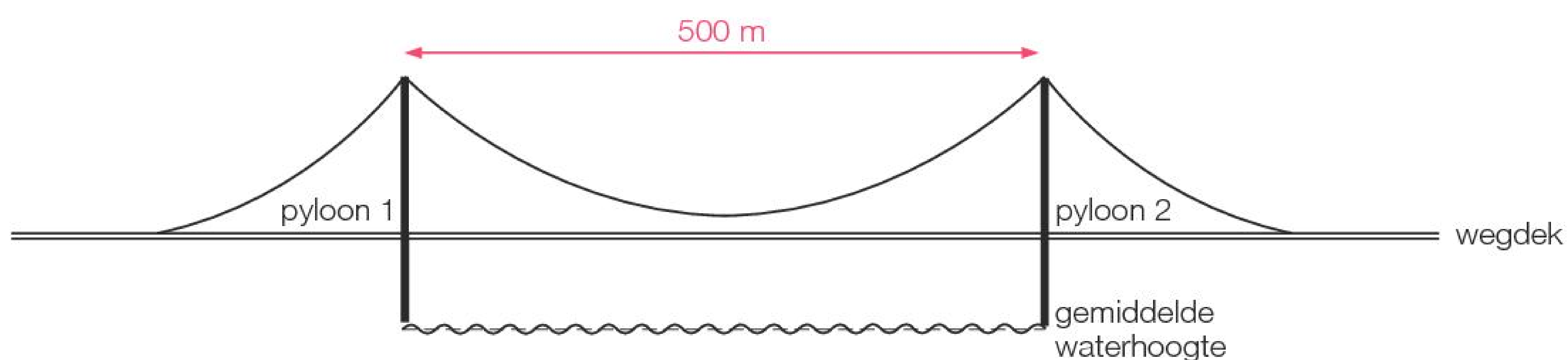
GT

Brug over de Rijn

De brug over de Rijn bij Emmerich is de langste hangbrug van Duitsland. De afstand tussen de twee pylonen is 500 meter. De kabel tussen de twee pylonen vormt bij benadering een dalparabool.



De hoogte van de kabel boven de gemiddelde waterhoogte kun je benaderen met de formule
hoogte kabel = 0,0005 × afstand^2 − 0,25 × afstand + 70.
Hierin zijn *hoogte kabel* en *afstand* in meters. De afstand is gemeten vanaf pyloon 1.



82 L Hoeveel meter komt pyloon 1 boven de gemiddelde waterhoogte uit volgens de formule?

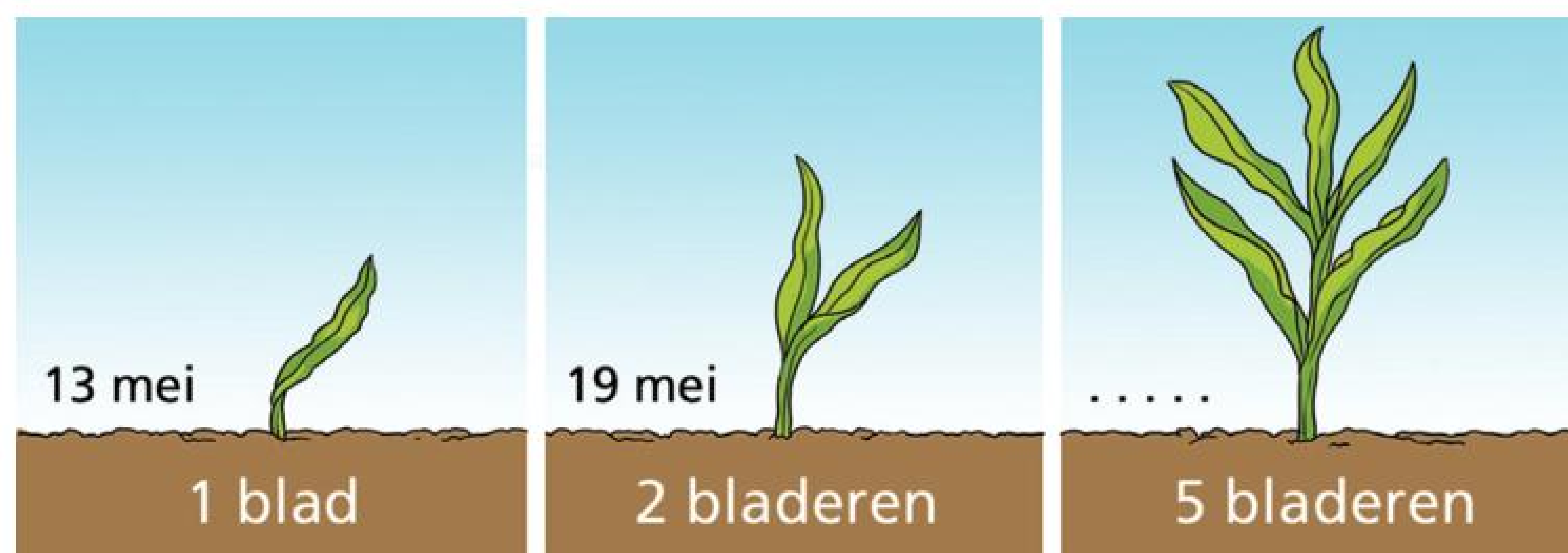
Het wegdek tussen de pylonen lijkt op de tekening horizontaal te lopen, maar heeft in werkelijkheid de vorm van een bergparabool. De hoogte van het wegdek boven de gemiddelde waterhoogte kun je benaderen met de formule
hoogte wegdek = −0,00006 × afstand^2 + 0,03 × afstand + 15.
Hierin zijn *hoogte wegdek* en *afstand* in meters. De afstand is gemeten vanaf pyloon 1.

83 L [WERKBOEK] In je werkboek staat een assenstelsel met daarin de grafieken van de hoogte van de kabel en de hoogte van het wegdek.
Bereken de kleinste afstand tussen de kabel en het wegdek in hele meters volgens de formules.

Maïsplant

Hiernaast zie je een foto van een maïsplant. In deze opgave bekijken we de groei van deze plant.
Op 1 mei wordt een zaadje in de grond gestopt. Na 12 dagen komt er een blad boven de grond. Neem aan dat er daarna om de 6 dagen een nieuw blad bijkomt.





84 5Q Op de derde tekening kun je zien dat het vijfde blad erbij is gekomen.
Bepaal met bovenstaande gegevens op welke datum deze tekening gemaakt is.

85 5Q Het laatste blad van de maïsplant komt er op 30 juli bij.
Bereken hoeveel bladeren de plant op die dag in totaal heeft.

Tot 65 dagen nadat het eerste blad boven de grond is gekomen, kun je de hoogte van de maïsplant boven de grond uitrekenen met de formule **hoogte maïsplant = $0{,}06t^2 - 0{,}15t + 1$**.
Hierin is *hoogte maïsplant* in centimeters en *t* de *tijd* in dagen na 13 mei.

86 L [▸ WERKBOEK] Teken de grafiek van de hoogte van de maïsplant voor de eerste 65 dagen. Je mag de tabel gebruiken. Rond indien nodig af op één decimaal.

87 X In een veld met maïsplanten wordt soms een doolhof gemaakt. Het doolhof wordt geopend als de maïsplanten minstens 180 cm hoog zijn. We gaan ervan uit dat de maïsplanten in het doolhof allemaal op 13 mei boven de grond kwamen en groeiden volgens de formule.
Bereken hoeveel dagen na 13 mei het doolhof geopend kon worden.



Purperreigers

Op de nationale vogelteldag zijn er purperreigers geteld.
In de tabel zie je de resultaten van de tellingen vanaf 2010.



PURPERREIGERS

t	0	1	2	3	4	5
aantal	400	440	484	532	585	644

Hierin is t de *tijd* in jaren, met $t = 0$ in 2010.

88 O Maak de exponentiële formule bij de tabel.

89 P [▸ WERKBOEK] Teken de grafiek.

Lepelaars

De lepelaar is een watervogel. Het aantal lepelaars in Nederland neemt exponentieel toe. Hierbij hoort de formule
$\mathbf{A = 2375 \times 1{,}098^t}$.
Hierin is A het *aantal lepelaars* en t de *tijd* in jaren, met $t = 0$ in 2010.



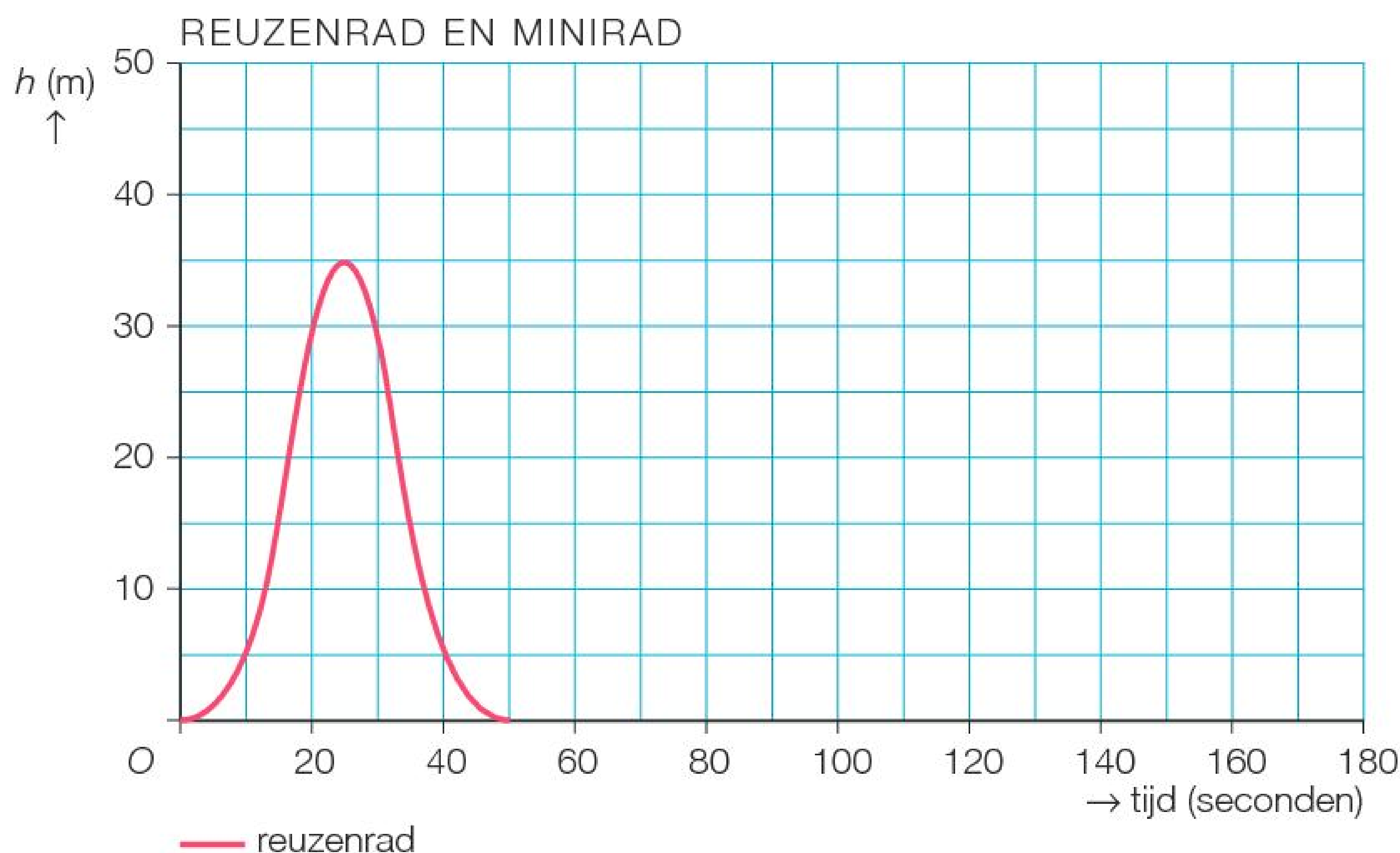
90 Q Met hoeveel procent neemt het aantal lepelaars jaarlijks toe?

91 P Bereken met de formule het aantal lepelaars in het jaar 2013.

92 Q Bereken in welk jaar er voor het eerst meer dan 15 000 lepelaars zijn.

Kermis

Op de kermis staan een reuzenrad en een minirad.
De grafiek van één ronde in een bakje van het reuzenrad zie je hieronder.



93 U Hoe hoog komt het bakje van het reuzenrad?

94 U [▸ WERKBOEK] Teken zo veel mogelijk perioden van het reuzenrad erbij.

Het bakje van het minirad komt 15 m hoog. Over één rondje doet het 20 seconden.

95 U [▸ WERKBOEK] Teken zo veel mogelijk perioden van het minirad. Begin bij (0, 0).

De twee kermisattracties beginnen en eindigen tegelijk. Annet stapt in het grote rad en Bernhard in het kleine.

96 U Na hoeveel seconden zijn de twee weer tegelijk beneden?

97 U Hoe vaak is het reuzenrad dan rond geweest? En het minirad?

98 U Hoe hoog is Annet na 320 seconden?

GT

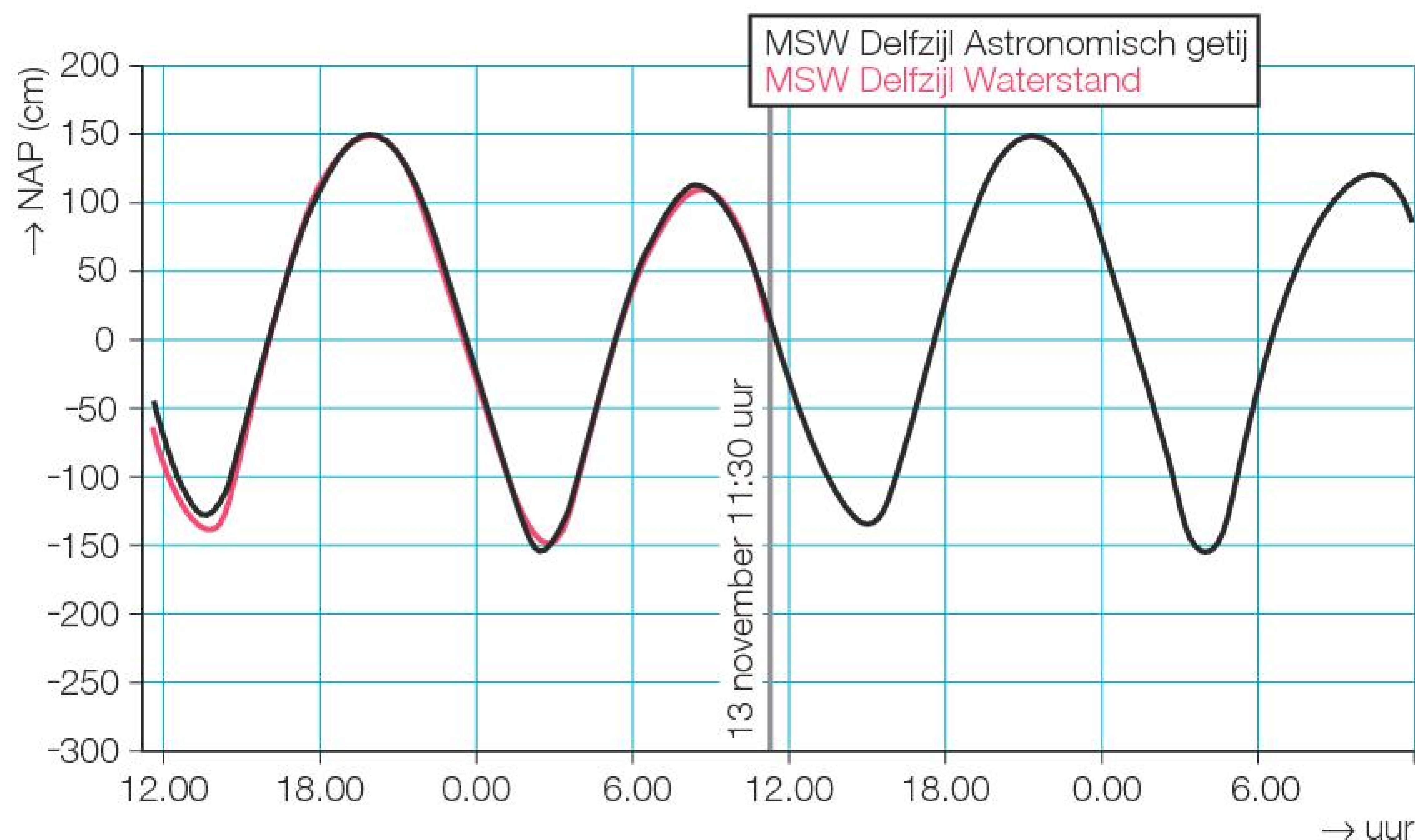
99 V Bereken de amplitude van het reuzenrad.

100 V Wat is de frequentie per uur van het reuzenrad en wat is de frequentie per uur van het minirad?

GT

Eb en vloed

De figuur gaat over de waterstand in Delfzijl. Je ziet twee grafieken.
De zwarte grafiek is de voorspelde waterstand in Delfzijl.
De rode grafiek is de gemeten waterstand in Delfzijl.



Bron: Rijkswaterstaat

Het astronomisch getij op 13 november, 11:30 uur is 20 cm NAP.

De waterstand op 13 november, 11:30 uur is 18 cm NAP.

De zeespiegel stijgt en daalt onder invloed van de stand van de maan, zon en sterren. De daarmee berekende waterstanden worden het **astronomisch getij** genoemd. Dat is dus een voorspelling. Ook andere factoren spelen een rol, bijvoorbeeld de wind. Daarom is de gemeten waterstand niet precies hetzelfde als de voorspelde waterstand.

101 U Hoeveel centimeter is het verschil tussen de gemeten waterstand en de voorspelde waterstand op 13 november om 9:00 uur?

102 U,SQ Hoeveel etmalen zie je in de grafiek?

103 U Hoelang duurt één periode ongeveer?

104 U Op welke tijdstippen is het hoogwater op 13 november?

GT

105 V Wat is de evenwichtsstand?

106 V Bereken de amplitude.

GT

Veilige afstand

Een automobilist moet een veilige afstand houden tot de auto die voor hem rijdt. Die veilige afstand kun je berekenen met de formule $A = 0{,}007v^2 + 0{,}28v + 2$.
Hierin is A de *veilige afstand* in meters en v de *snelheid* in km/uur.

107 L [▸ 📖 WERKBOEK] Vul de tabel in. Rond indien nodig af op één decimaal.

VEILIGE AFSTAND

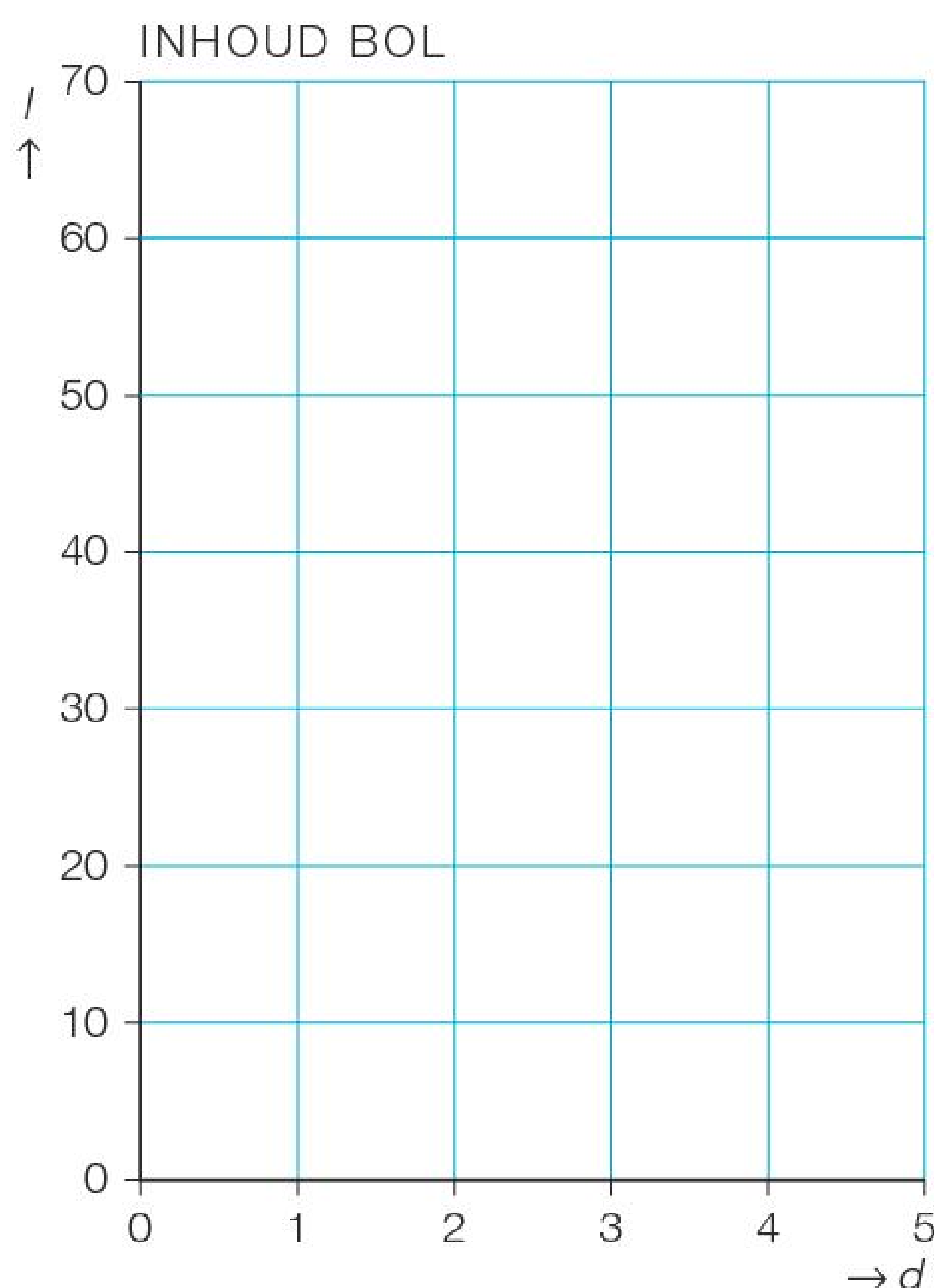
v	0	10	20	30	40	50	60	70
A								

108 L [▸ 📖 WERKBOEK] Teken de grafiek.

109 X Jamal houdt 45 m afstand tot de auto die voor hem rijdt. Dat is een veilige afstand.
Hoe hard rijdt Jamal hoogstens? Rond af op helen.

Inhoud bol

De inhoud van een bol kun je berekenen met de formule $I = \frac{1}{6}\pi d^3$.
Hierin is I de *inhoud* in liters en d de *diameter* in dm.



110 N [▸ 📖 WERKBOEK] Vul de tabel in. Rond indien nodig af op één decimaal.

INHOUD BOL

d	0	1	2	3	4	5
I (liters)						

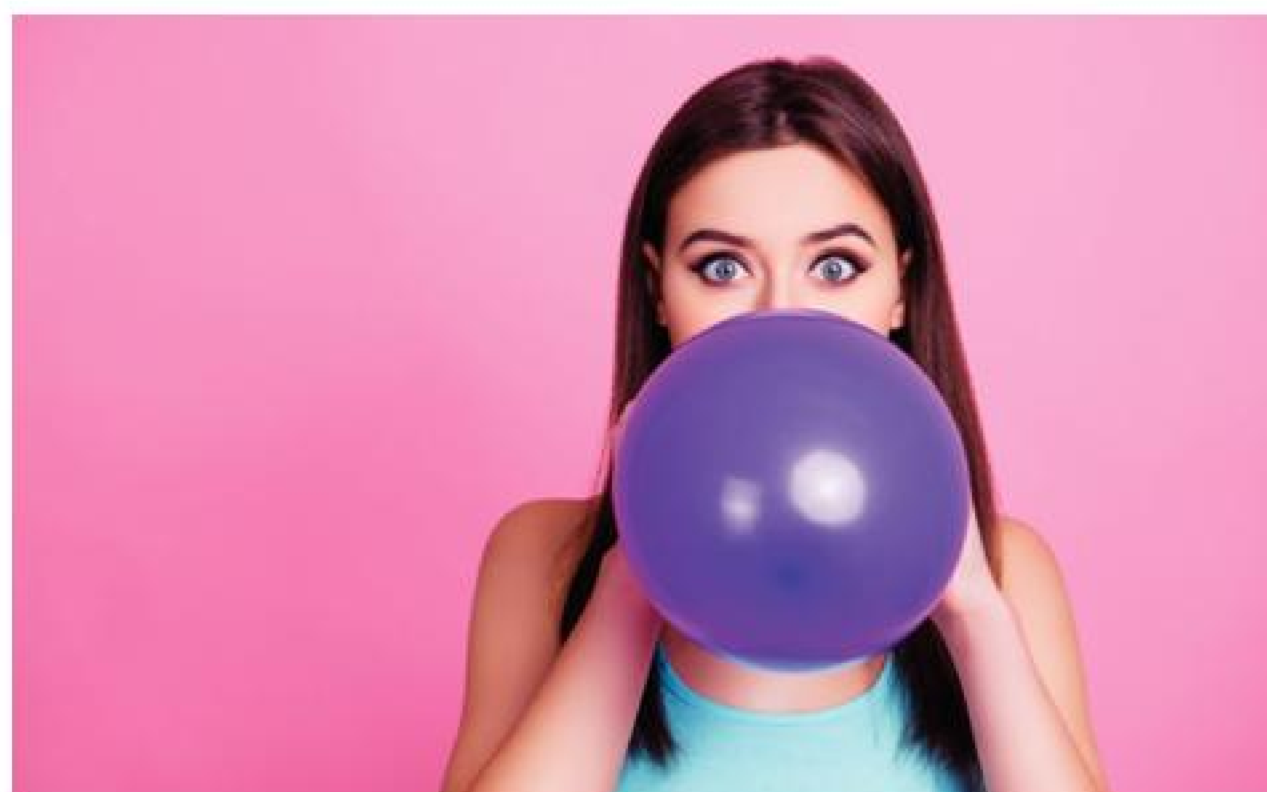
111 N [▸ 📖 WERKBOEK] Teken de grafiek van de inhoud van een bol.

112 N Een voetbal heeft een diameter van 2,2 dm.
Bereken de inhoud van die voetbal. Rond af op één decimaal.

113 X Hoeveel centimeter is de diameter van een bol met een inhoud van 10 liter? Rond af op hele centimeters.

Ballon

Emke blaast een ballon op. Daarna wordt de inhoud gemeten en deze blijkt 9,2 liter te zijn. De ballon loopt na het opblazen langzaam leeg. De uren na het opblazen is de inhoud van de ballon te berekenen met de formule $V = 9{,}2 \times 0{,}975^t$.
Hierin is V de *inhoud* in liters en t de *tijd* in uren.



114 R Bereken in één decimaal nauwkeurig hoeveel liter lucht er na drie uur nog in de ballon zit.

115 R Met hoeveel procent neemt de inhoud per uur af?

116 X Om te voorkomen dat de inhoud minder wordt dan 7,5 liter, moet de ballon weer op tijd opgeblazen worden.
Na hoeveel uur moet de ballon weer opgeblazen worden?
Licht je antwoord toe met een berekening.

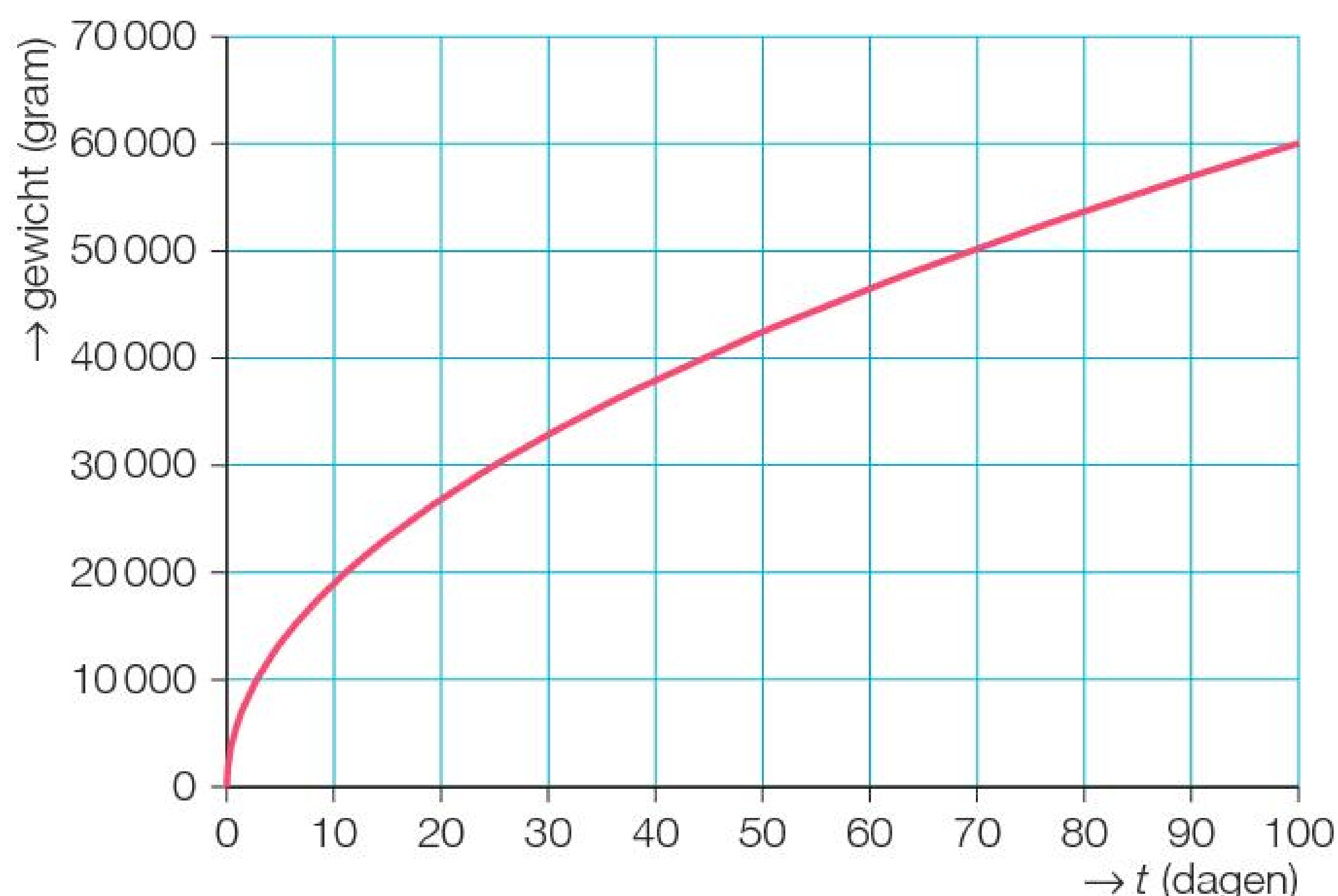
De ballon heeft na enige tijd een inhoud van 7,5 liter. Op dat moment gaat Emke de ballon weer opblazen. Met iedere ademstoot komt er ongeveer 0,3 liter lucht bij. De ballon knalt kapot als de inhoud groter wordt dan 10 liter.

117 X Bereken tijdens welke ademstoot van Emke de ballon kapot zal knallen.

118 R Een andere ballon loopt ook langzaam leeg.
Deze ballon verliest elk uur 3,6% van zijn inhoud.
Wat is de groeifactor in de formule die bij het leeglopen van deze ballon hoort?

Struisvogel

Vanaf het moment dat een struisvogel uit het ei komt, kun je het gewicht in het eerste jaar berekenen met de formule **gewicht = 950 × $\sqrt{(40 \times t + 1)}$**. Hierin is *gewicht* in gram en *t* het aantal dagen na het uitkomen van het ei. Hieronder zie je de bijbehorende grafiek.



119 M Bereken hoeveel een struisvogel weegt als deze uit het ei komt.

120 X Bereken na hoeveel hele dagen een struisvogel volgens de formule voor het eerst meer weegt dan 40 kg.

Ver zien

Selma woont in een flat. Zij merkt dat ze op elke verdieping die ze hoger komt verder kan zien. Daarbij hoort de volgende formule:

kijkafstand (km) = 15 × $\sqrt{\frac{5 \times h}{90}}$.

Hierin is *h* de *ooghoogte* in meters.

121 M [WERKBOEK] Vul de tabel in je werkboek in.

122 M [WERKBOEK] Teken de grafiek bij de tabel.

Selma kijkt uit een raam van haar flat. Zij ziet nog net een kerktoren. De afstand van haar flat tot de kerktoren is 12 km.

123 X Wat is de ooghoogte van Selma?

124 5R Op welke verdieping woont Selma, denk je?

Gelijkzijdige driehoeken

Bij een gelijkzijdige driehoek bestaat een verband tussen de oppervlakte en een zijde. Daarbij hoort de formule
zijde = 1,52 × $\sqrt{\text{oppervlakte}}$.
Hierin is een *zijde* in centimeters en de *oppervlakte* in cm^2.

125 M Van een gelijkzijdige driehoek is de oppervlakte 20 cm^2.
Bereken de zijde in één decimaal.

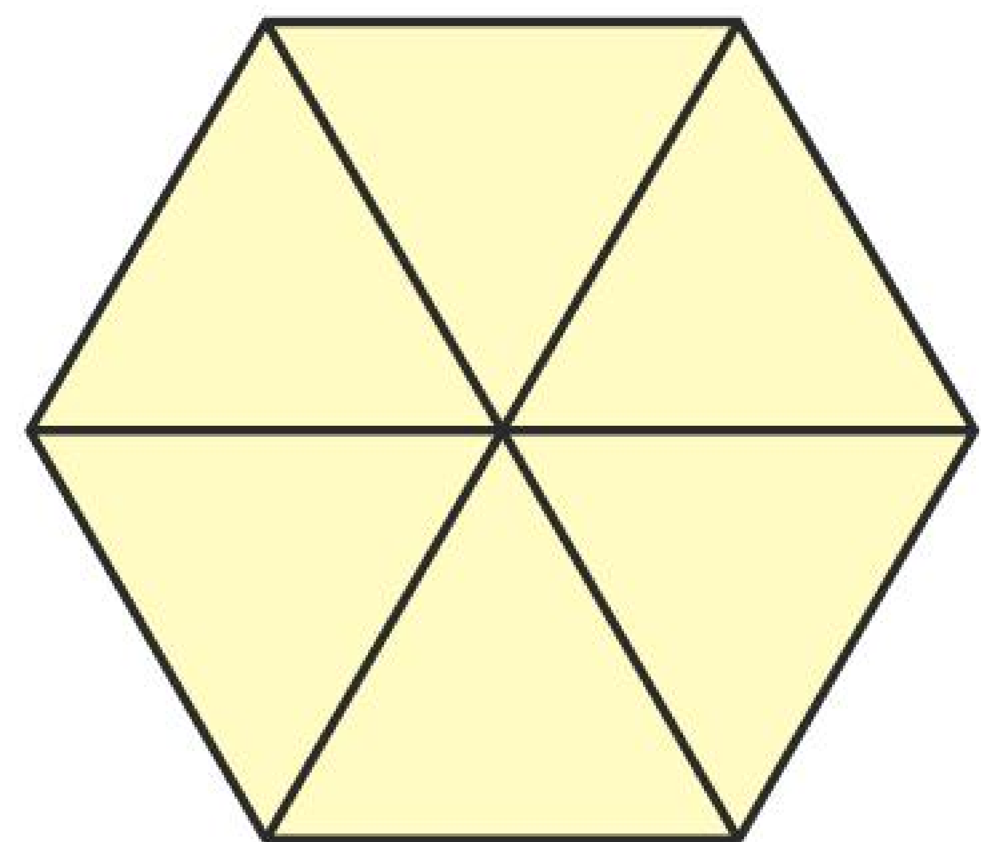
126 M [▸ WERKBOEK] Teken de grafiek bij de formule. Vul eerst de tabel in.
Rond indien nodig af op één decimaal.



127 M,6R Van een gelijkzijdige driehoek is de oppervlakte 256 cm^2.
Bereken de omtrek van die driehoek.

GT

128 M,6R Wendy heeft van zes gelijkzijdige driehoeken een zeshoek gemaakt. De oppervlakte van die zeshoek is 150 cm^2.
Bereken de omtrek van die zeshoek.



129 X Wat is de oppervlakte van een gelijkzijdige driehoek met zijden van 10 cm?

GT

Elektriciteit



In de natuurkunde gebruikt men de formule

$I = \frac{U}{R}$.

Hierin is I de *stroomsterkte* in Ampère, U de *spanning* in Volt en R de *weerstand* in Ohm.

Op een accu van 12 Volt (U) sluit men een weerstand (R) aan.
Dan gaat er een stroom (I) doorheen lopen.

Hierbij hoort de formule $I = \frac{12}{R}$.

130 T [WERKBOEK] Vul de tabel in.

ACCU

R	0,5	1	1,5	2	3	4	6	12	24
I									

131 T [WERKBOEK] Teken de grafiek.

132 T Wat gebeurt er met de stroomsterkte I als de weerstand R tien keer zo groot wordt?

133 W Sven zegt: 'Je kunt de weerstand R berekenen met de formule $R = \frac{12}{I}$.'
Laat met een berekening zien of Sven gelijk heeft.

Sparen

Yasmin heeft op 1 januari 2015 een bedrag van €350 op haar spaarrekening. De bank geeft 2,8% rente per jaar.
De rente wordt elk jaar op 1 januari bijgeschreven.

134 Q Schrijf de formule op die hierbij hoort.

135 Q Hoeveel euro heeft Yasmin op 1 januari 2020 op haar spaarrekening?

GT

136 S Op welke datum is haar spaarbedrag verdubbeld?

GT

Hieronder zie je de gegevens van de spaarrekening van Rosemarijn. In de tabel is $t = 0$ op 1 januari 2015.

SPAARBEDRAG ROSEMARIJN

t	0	1	2	3
spaarbedrag (€)	350	364	378,56	393,70

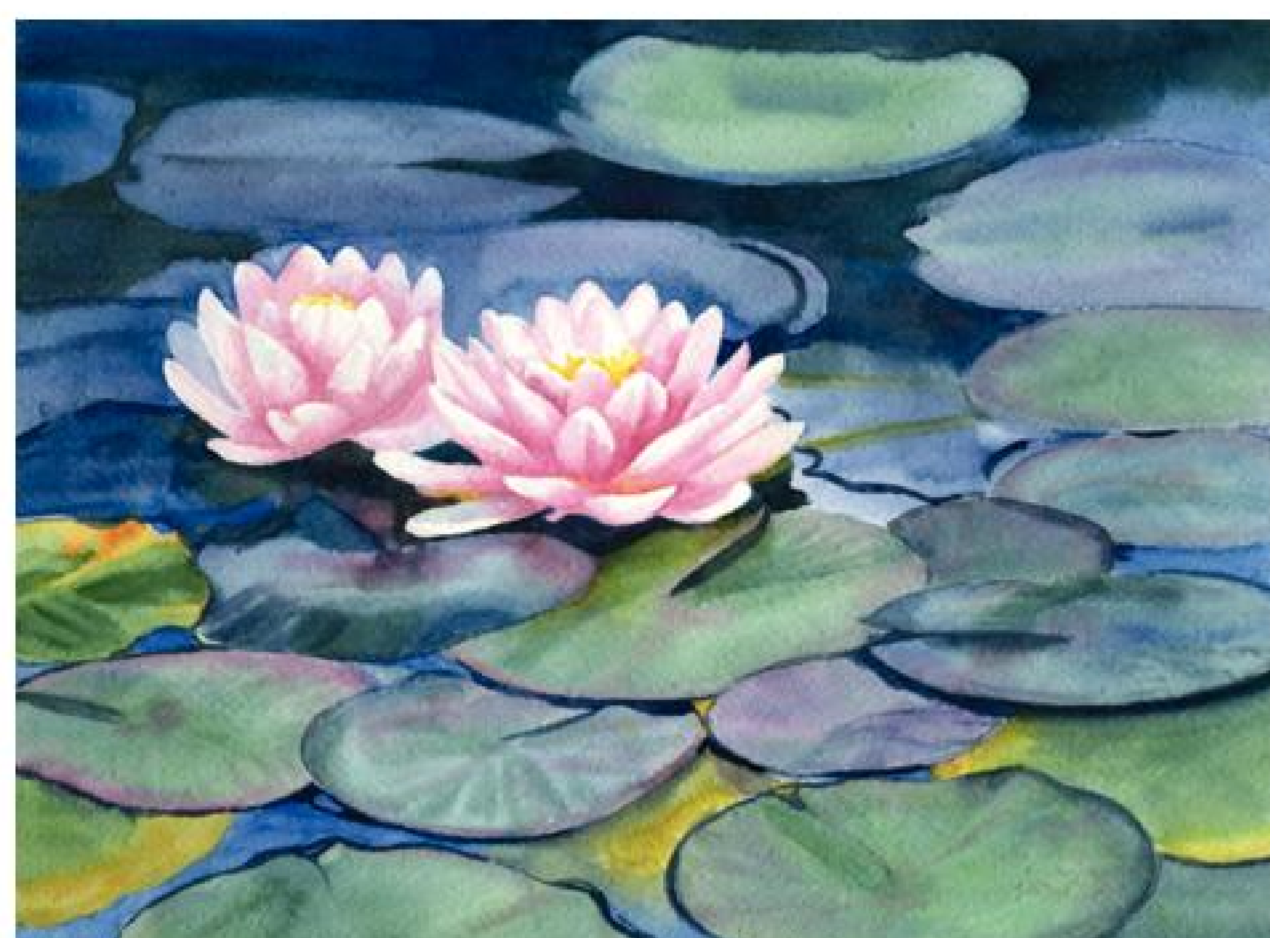
GT

137 0,S Bereken de verdubbelingstijd van het spaarbedrag van Rosemarijn.

GT

Waterlelie

In een koninklijke vijver groeit één waterlelie van 0,5 dm^2. De waterlelie wordt elke dag twee keer zo groot. De koning maakt zich niet ongerust. 'De vijver is groot genoeg', zegt hij.



Bij de groei van de waterlelie hoort de formule **oppervlakte = $0{,}5 \times 2^t$**.
Hierin is de *oppervlakte* in dm^2 en t de *tijd* in dagen.

138 0 Hoe groot is de waterlelie na tien dagen?

139 X Na hoeveel dagen is de waterlelie groter dan 5000 m^2?

140 P Hoeveel vierkante decimeter komt erbij op de 15e dag?

141 Als de vijver halfvol is begint de koning zich ongerust te maken. Hoelang duurt het dan nog voor de vijver vol is?

7.2 Theorie

Theorie 7A Verbanden

Opgaven 1-4, 6, 11, 17, 21, 22, 24, 48, 57

In de formule **inkomsten in € = 2 × tijd in uren** hebben inkomsten en tijd iets met elkaar te maken. We zeggen: tussen inkomsten en tijd bestaat een **lineair verband**. Hoe langer je werkt, hoe meer inkomsten je hebt.

De **formule** **inkomsten in € = 2,50 + 6 × tijd in uren** kun je korter schrijven. Je krijgt de formule $I = 2{,}50 + 6t$.
Voor t kun je allerlei getallen invullen. Daarom is t een **variabele**. Ook I is telkens anders. Daarom is I ook een variabele.
De tijd t kun je meten in uren, weken, dagen enzovoort.
De inkomsten I kun je meten in euro's, dollars, ponden enzovoort. Daarom schrijven we de betekenis en de eenheden van de variabelen onder de formule. Je krijgt $I = 2{,}50 + 6t$.
Hierin is I de *inkomsten* in euro's en t de *tijd* in uren.

In een formule met letters mag je voor de variabelen zowel hoofdletters als kleine letters gebruiken.



Voorbeeld Formule met letters

Opgave

Karin verdient € 3,43 per uur. Verder krijgt zij een vast bedrag.
Karin berekent haar inkomsten met de formule
inkomsten in € = 4,50 + 3,43 × tijd in uren.

a Maak van de woordformule een formule met letters.
b Hoeveel verdient Karin met 6 uur werken?

Aanpak

a Maak van *inkomsten in €* bijvoorbeeld de letter I.
Maak van *tijd in uren* bijvoorbeeld de letter t. Laat het keerteken weg.
Schrijf de betekenis en de eenheden van de variabelen onder de formule.
b Vul voor $t = 6$ in.

Uitwerking

a $I = 4{,}50 + 3{,}43t$
Hierin is I de *inkomsten* in euro's en t de *tijd* in uren.
b $4{,}50 + 3{,}43 \times 6 = 25{,}08$
Karin verdient met 6 uur werken € 25,08.

Theorie 7B Maximum en minimum

Opgaven 13, 14, 28, 29

Een grafiek kan een hoogste punt hebben. We noemen dat het **maximum**. Een grafiek kan ook een laagste punt hebben. Dat is het **minimum**.
Voor het maximum en het minimum kijk je naar de tweede coördinaat.

Voorbeeld Maximum en minimum

Opgave
Bekijk de grafiek hiernaast.
a Wat is het maximum van de grafiek?
b Wat is het minimum van de grafiek?



Uitwerking

a Het maximum is 25 cm.
b Het minimum is 5 cm.

Theorie 7C Van formule naar grafiek

Opgaven 7, 12, 19, 24, 33-35, 38, 43, 53, 58, 61

In de formule $K = 10 + 0{,}05t$ is K de *kosten* in euro's en t de *tijd* in minuten.
Het getal vóór de variabele is de **richtingscoëfficiënt**. Dat is hier 0,05.
De richtingscoëfficiënt mag je afkorten met **rc**. De rc is hier 0,05.

In de formule $l = 35 - 3t$ is de rc −3.

Een formule met een begingetal en een richtingscoëfficiënt is een **lineaire formule**. Een lineaire formule hoort bij een **lineair verband**.
De grafiek ervan is een rechte lijn.
De grafiek kun je direct tekenen zonder een tabel te maken. Eerst teken je een assenstelsel. Maak de assen niet langer dan 10 cm. Welke getallen bij de assen staan hangt af van de situatie.

Op de volgende bladzijde zie je een voorbeeld.

Voorbeeld Van formule naar grafiek

Opgave

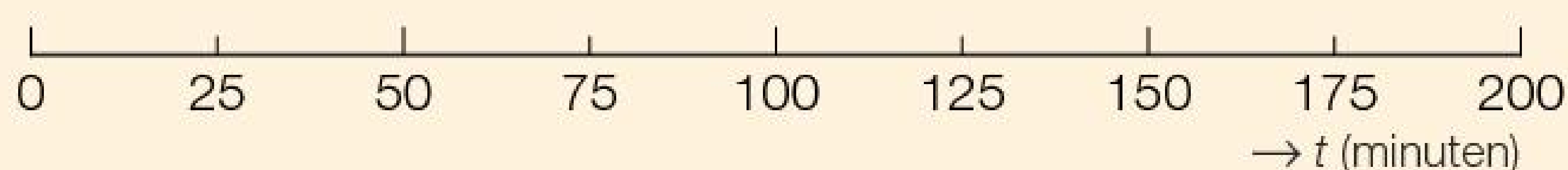
Bromtel berekent de kosten van telefoneren met de formule

$K = 12{,}50 + 0{,}025t$.

Hierin is K de *kosten* in euro's en t de *tijd* in minuten.
Teken de grafiek bij de formule van Bromtel. Ga uit van 200 belminuten.

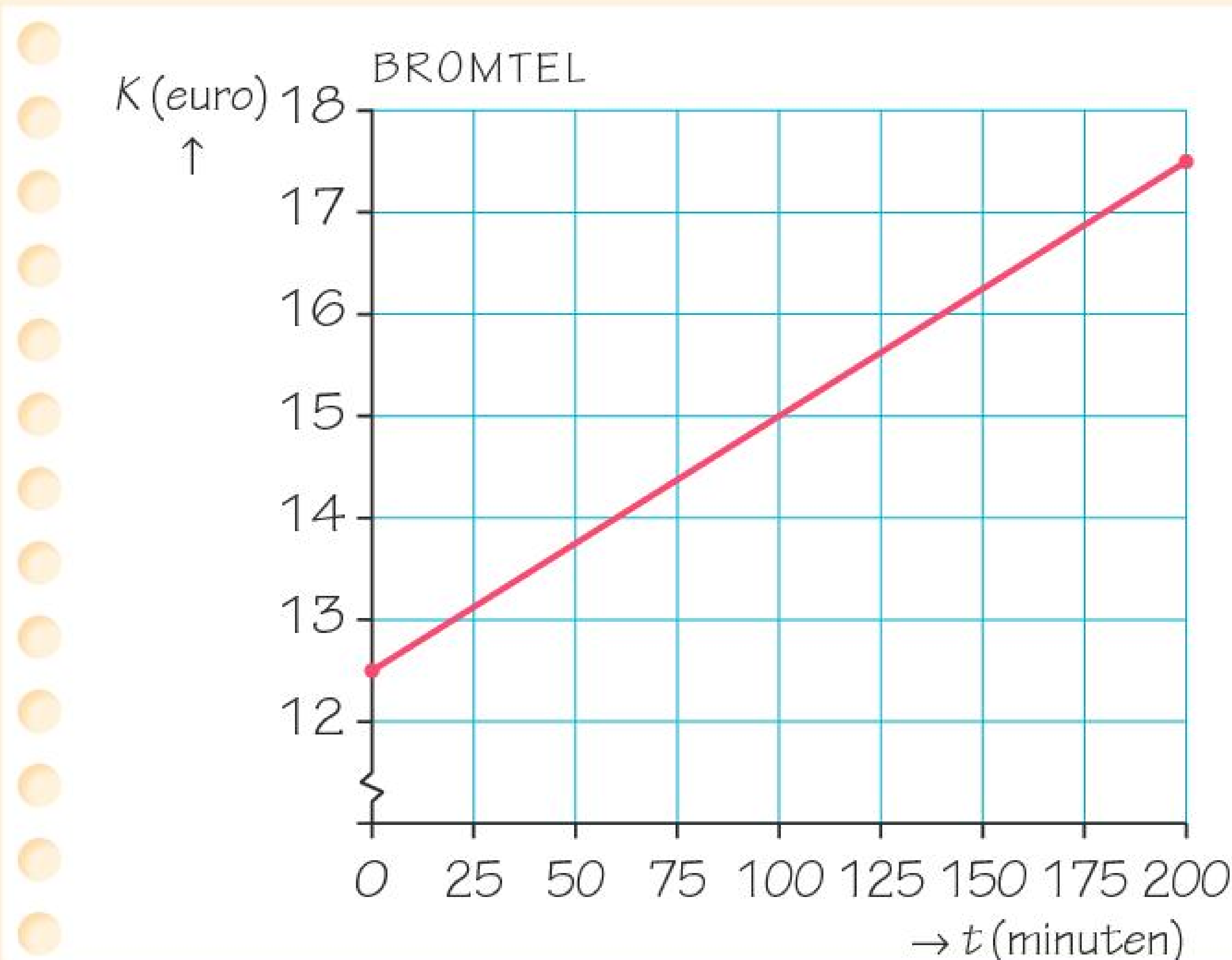
Aanpak

- Om een grafiek te tekenen heb je een assenstelsel nodig. Bepaal voor je gaat tekenen hoe lang de assen moeten worden. De variabele achter de rc hoort bij de horizontale as. De horizontale as loopt van 0 tot 200. Neem bijvoorbeeld stappen van 25. Zet er ook de variabele en de eenheid bij zoals hieronder.



- De variabele voor het = teken hoort bij de verticale as.
- De grafiek begint op hoogte 12,50. Bij 200 belminuten hoort
  $K = 12{,}50 + 0{,}025 \times 200 = 17{,}50$.
  De verticale as moet in ieder geval lopen van 12,50 tot 17,50.
- Je gebruikt van de verticale as een klein stukje. Dan kun je het beste een scheurlijn gebruiken. Begin bij 12. Ga door tot 18. Kies voor stapjes van 1 euro.
- Teken in het assenstelsel de punten (0; 12,50) en (200; 17,50).
- Teken een rechte lijn door de punten. Schrijf een titel boven de grafiek.

Uitwerking



Theorie 7D Formule kiezen bij een tabel

Opgave 10

Bij een tabel met regelmaat hoort een **lineaire formule**.

Voorbeeld Tabel en formule

Opgave

Hoort een van de formules bij de tabel? Zo ja, welke?

I **$B = 6 + 4a$**

II **$B = 6 + 2a$**

In de formules en in de tabel is B het *bedrag* in euro's en a het *aantal drankjes*.

a	0	2	6
B	6	10	18

Aanpak

1 Neem formule I. Vul een getal uit de tabel in voor a.
Begin met $a = 0$. Bereken het bedrag.

2 Kijk in de tabel of de uitkomst klopt.

3 Klopt het niet? Kies dan de volgende formule.
Klopt het wel, vul dan voor a steeds het volgende getal uit de tabel in.

4 Pas als de uitkomst bij alle getallen uit de tabel klopt, dan heb je de juiste formule.

Uitwerking

formule I $B = 6 + 4a$

$a = 0 \rightarrow B = 6 + 4 \times 0 = 6 \rightarrow$ klopt

$a = 2 \rightarrow B = 6 + 4 \times 2 = 14 \rightarrow$ klopt niet

Formule I hoort niet bij de tabel.

formule II $B = 6 + 2a$

$a = 0 \rightarrow B = 6 + 2 \times 0 = 6 \rightarrow$ klopt

$a = 2 \rightarrow B = 6 + 2 \times 2 = 10 \rightarrow$ klopt

$a = 6 \rightarrow B = 6 + 2 \times 6 = 18 \rightarrow$ klopt

Formule II hoort bij de tabel.

Theorie 7E Regelmatige toename en afname

Opgaven 9, 10

In sommige tabellen is in de bovenste rij de toename steeds hetzelfde. Komt er in de onderste rij ook steeds hetzelfde bij? Dan is er sprake van **regelmaat**. Je kunt ook zeggen er is een **regelmatige toename**.

WEL REGELMAAT

In de tabel is *t* de *tijd* in minuten en *I* de *inhoud* in liters.

Toename boven: + 1, + 1, + 1

t	0	1	2	3
I	14	10,5	7	3,5

Toename onder: − 3,5, − 3,5, − 3,5

Elke minuut gaat er 3,5 liter af.
De rc is −3,5.

GEEN REGELMAAT

In de tabel is *t* de *tijd* in minuten en *I* de *inhoud* in liters.

Toename boven: + 2, + 2, + 2

t	0	2	4	6
I	5	8	12	16

Toename onder: + 3, + 4, + 4

Elke 2 minuten komt er *niet* hetzelfde bij.

Soms zie je niet direct of er regelmaat in de tabel is.
Je kunt dan onderzoeken of toch sprake is van regelmaat.
Dat gaat zo:
Je schrijft de toename of afname boven en onder de tabel.
Dan maak je steeds de deling $\frac{\text{toename onder}}{\text{toename boven}}$.
Als de uitkomst steeds hetzelfde is, dan is het een tabel met regelmaat. De uitkomst van de deling is dan de richtingscoëfficiënt van de grafiek die erbij hoort.



Een toename kan negatief zijn.

Voorbeeld Richtingscoëfficiënt

Opgave

In de tabel van het zwembad is *t* de *tijd* in minuten en *I* de *inhoud* in m^3.
Is er in tabel sprake van een regelmatige toename?
Zo ja, schrijf dan de richtingscoëfficiënt op van de grafiek die erbij hoort.

ZWEMBAD

t	0	2	3	6
I	20	40	50	80

Aanpak
Zet bij de tabel steeds de toename in de bovenste en in de onderste rij.

Maak steeds de deling $\frac{\text{toename onder}}{\text{toename boven}}$.

Zijn de uitkomsten gelijk, dan is er regelmatige toename. De uitkomst van de deling is de richtingscoëfficiënt van de grafiek die erbij hoort.

Uitwerking

$\frac{20}{2} = 10$

$\frac{10}{1} = 10$

$\frac{30}{3} = 10$

Er is sprake van regelmatige toename.
De rc is 10.

	+2	+1	+3	
t	0	2	3	6
I	20	40	50	80
	+20	+10	+30	

Voorbeeld Geen richtingscoëfficiënt

Opgave
In de tabel van de vijver is t de tijd in minuten en I de inhoud in m^3.
Is er in de tabel sprake van een regelmatige toename?
Zo ja, schrijf dan de richtingscoëfficiënt op van de grafiek die erbij hoort.

VIJVER

t	30	50	80
I	25	23	19

Aanpak
Zet steeds de toename in de bovenste en in de onderste rij.

Maak steeds de deling $\frac{\text{toename onder}}{\text{toename boven}}$.

Zijn de uitkomsten gelijk, dan is er regelmatige toename.

Uitwerking

$\frac{-2}{20} = -0{,}1$

$\frac{-4}{30} = -0{,}13$

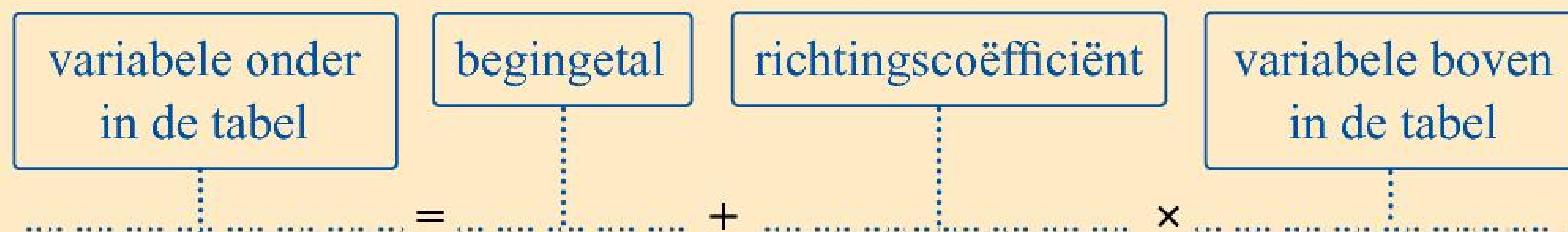
Er is geen regelmatige toename, dus geen rc.

	+20	+30	
t	30	50	80
I	25	23	19
	−2	−4	

Theorie 7F Van tabel naar formule

Opgaven 9, 16, 18, 56

Bij een tabel met regelmaat kun je een **lineaire formule** maken. Je zoekt dan naar het **begingetal** en de **richtingscoëfficiënt**. De formule ziet er zo uit:



Voorbeeld Formule maken bij tabel

Opgave

In de tabel hiernaast is *t* de *tijd* in uren en *H* de *hoogte* in centimeters.
Maak zo mogelijk een formule bij de tabel.

LENGTE KAARS

t	2	4	7
H	20	16	10

Aanpak

1 Controleer of de tabel regelmaat heeft.

Maak steeds de deling $\frac{\text{toename onder}}{\text{toename boven}}$.

$\frac{-4}{2} = -2$ en $\frac{-6}{3} = -2$, dus de rc = −2.

	+2	+3	
t	2	4	7
H	20	16	10
	−4	−6	

2 De formule begint met de variabele onder in de tabel. $H = \ldots$

3 Het begingetal vind je bij $t = 0$.
Elk uur verder wordt de kaars 2 cm korter.
Elk uur terug was de kaars dus 2 cm langer.
Bij $t = 2$ hoort hoogte = 20 cm.
Bij $t = 0$ hoort hoogte = 20 + 2 × 2 = 24 cm.
Het begingetal is 24. $H = 24 \ldots$

4 De rc is −2. Je vult in − 2. $H = 24 + -2 \ldots$
+ − wordt − $H = 24 - 2 \ldots$

5 De variabele boven in de tabel is *t*. $H = 24 - 2 \times t$

Uitwerking

$H = 24 - 2t$

Theorie 7G Van lineaire grafiek naar formule

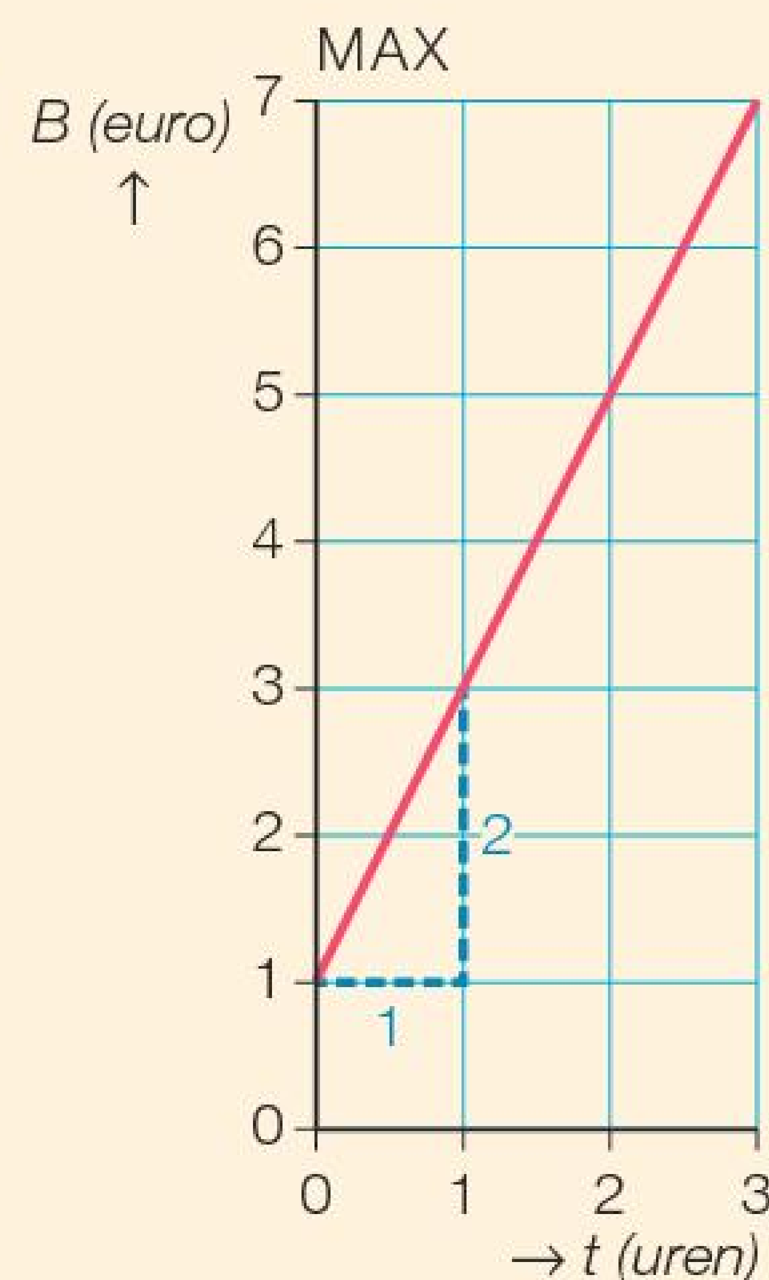
Opgaven 25-27, 30, 31, 36, 55

Bij een **lineaire grafiek** kun je een **formule maken**.
De formule die je krijgt ziet er zo uit
variabele verticale as = begingetal + rc × variabele horizontale as.

Voorbeeld Formule maken bij grafiek

Opgave

In de grafiek is *B* het *bedrag* in euro's en *t* de *tijd* in uren.
Welke formule hoort bij de grafiek?



Aanpak

Bij de verticale as staat variabele *B*.	$B =$
Het begingetal vind je op de verticale as. Het begingetal is 1.	$B = 1$
De grafiek gaat 1 naar rechts en 2 omhoog, dus de richtingscoëfficiënt is 2.	$B = 1 + 2 \times$
Bij de horizontale as staat de variabele *t*.	$B = 1 + 2 \times t$

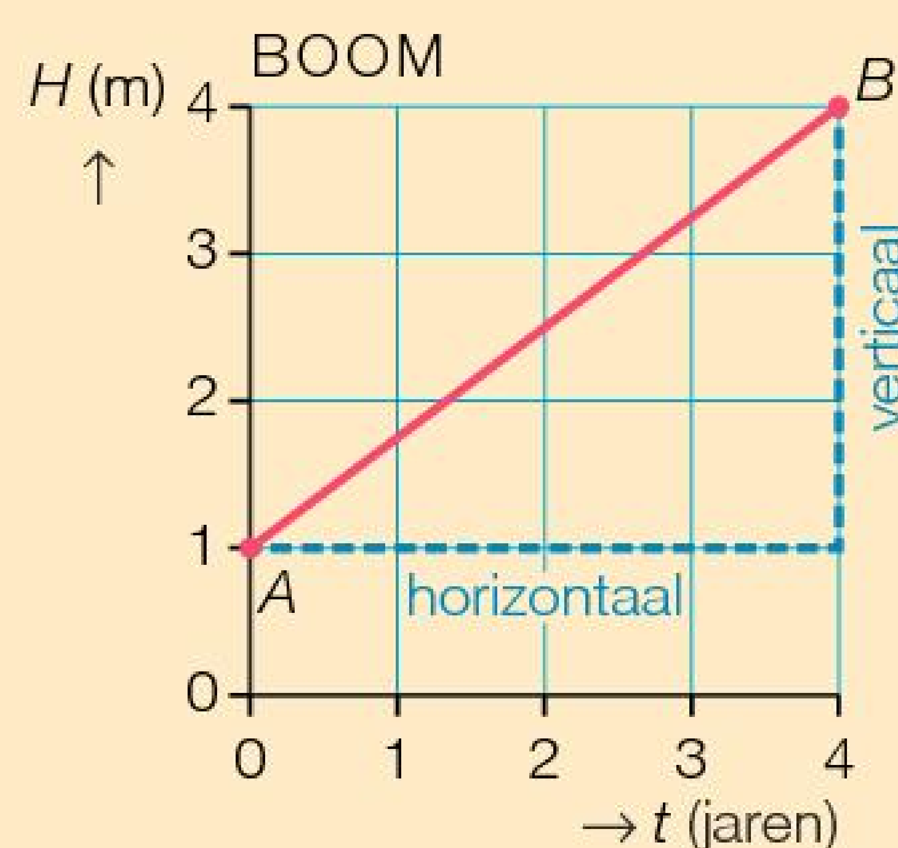
Uitwerking

$B = 1 + 2t$

Theorie 7H Richtingscoëfficiënt berekenen

Opgaven 26, 27, 30, 31, 55

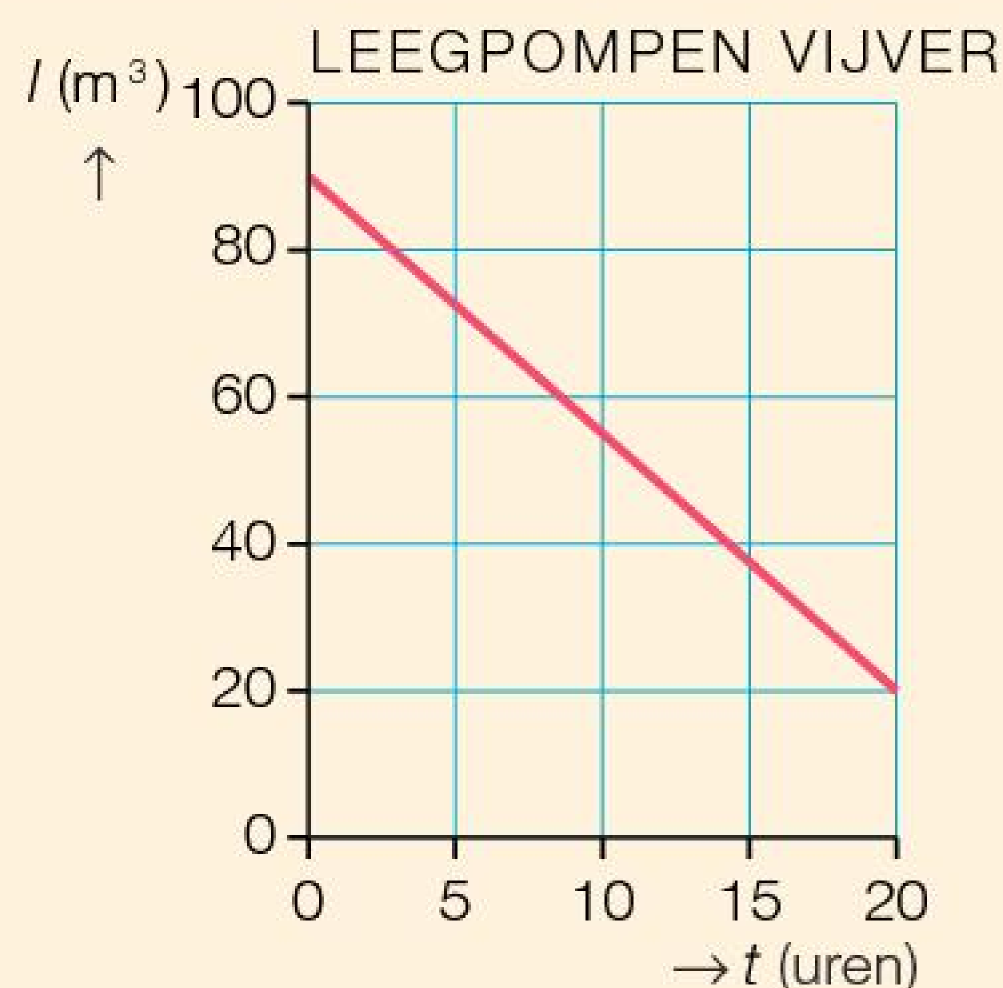
In sommige grafieken is de **richtingscoëfficiënt** niet precies af te lezen. Dan bereken je het zo:



1. Kies twee punten op de grafiek waarvan je de coördinaten wel precies kunt aflezen. Hiernaast zijn dat de punten A en B.
2. Van A naar B ga je 4 stappen horizontaal en 3 stappen verticaal.
3. Bereken de richtingscoëfficiënt met $\text{rc} = \dfrac{\text{toename verticaal}}{\text{toename horizontaal}}$.

   $\text{rc} = \dfrac{3}{4} = 0{,}75$

Voorbeeld Richtingscoëfficiënt berekenen

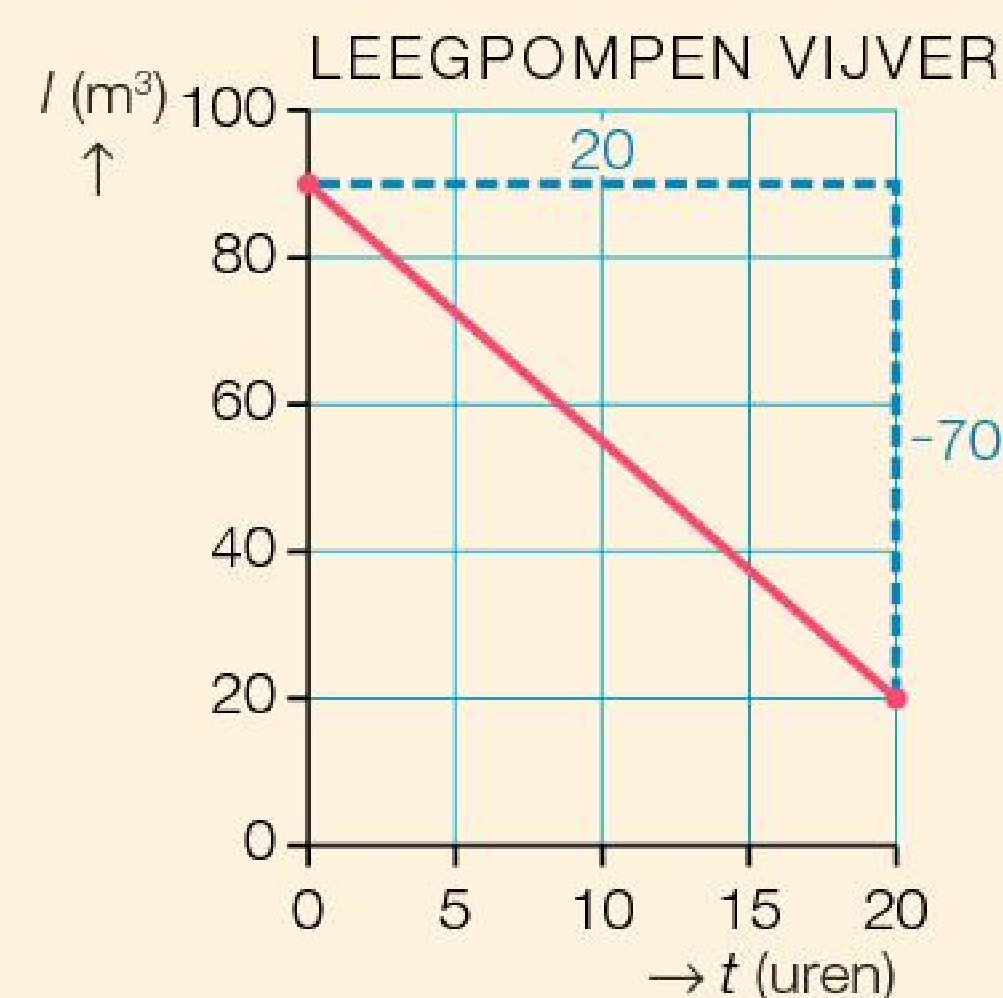


Opgave

In de grafiek is I de *inhoud* in m^3 en t de *tijd* in uren.
Schrijf de formule op.

Aanpak

- Zoek twee goed af te lezen punten op de grafiek. Dat zijn (0, 90) en (20, 20)
- Bereken de richtingscoëfficiënt met $\text{rc} = \dfrac{\text{toename verticaal}}{\text{toename horizontaal}}$.
- Lees het begingetal af op de verticale as.



Uitwerking

$\dfrac{-70}{20} = -3{,}5$

$\text{rc} = -3{,}5$

$I = 90 - 3{,}5t$

Theorie 7I Dezelfde richtingscoëfficiënt of hetzelfde begingetal

Opgaven 45, 46

Sommige formules hebben dezelfde **richtingscoëfficiënt**.
De grafieken van die formules zijn **evenwijdig**.

Sommige formules hebben hetzelfde **begingetal**.
De grafieken van die formules beginnen op dezelfde hoogte op de verticale as.

Voorbeeld Zelfde rc of begingetal

Opgave

In de grafiek is T de *temperatuur* in °C en t de *tijd* in minuten.

a Welke formule hoort bij de grafiek?

b Een groene grafiek loopt evenwijdig aan de rode grafiek, maar heeft als beginpunt (0, 80).
Wat is de formule van deze grafiek?

c Een blauwe grafiek heeft hetzelfde beginpunt als de rode grafiek en heeft als richtingscoëfficiënt −15.
Wat is de formule van deze grafiek?



Aanpak

a Lees het begingetal en de richtingscoëfficiënt af.

b Gebruik dat evenwijdige grafieken dezelfde richtingscoëfficiënt hebben.

c Gebruik dat de grafieken hetzelfde begingetal hebben.

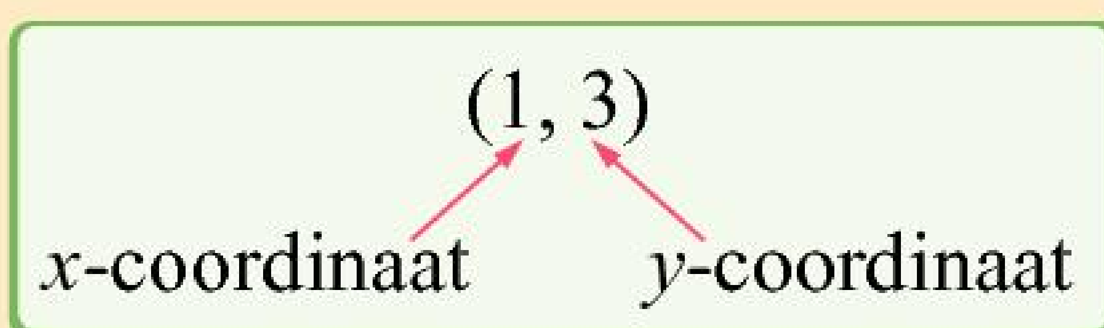
Uitwerking

a $T = 100 - 20t$
b $T = 80 - 20t$
c $T = 100 - 15t$

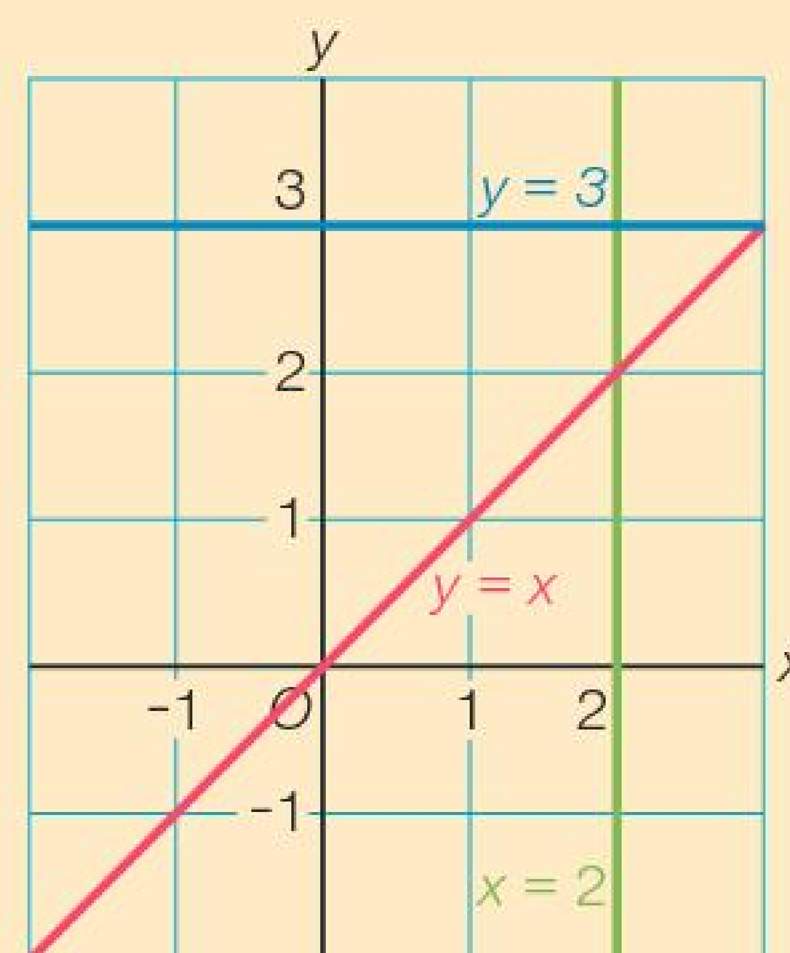
Theorie 7J Bijzondere formules en grafieken

Opgaven 32-36

Bij de assenstelsels in deze theorie staan bij de assen de variabelen x en y. Die letters worden in de wiskunde vaak gebruikt.



De blauwe grafiek loopt horizontaal. Alle punten op de grafiek liggen op hoogte 3. Je kunt ook zeggen: van alle punten op de grafiek is de y-coördinaat 3. De formule van de blauwe grafiek is $y = 3$. Het bijzondere aan de formule is dat er maar één variabele in staat, de y. Daarom is de grafiek een **bijzondere grafiek**.



Van alle punten op de verticale groene grafiek is de x-coördinaat 2. De formule van de groene grafiek is $x = 2$. In deze formule staat ook maar één variabele, de x, dus de grafiek die bij de formule hoort, is een bijzondere grafiek.

Op de rode grafiek liggen de punten (0, 0), (1, 1), (2, 2), $(3\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$, (−1, −1) enzovoorts.
De x-coördinaat is altijd dezelfde als de y-coördinaat.
De formule bij de rode grafiek is daarom $y = x$.
Ook deze grafiek is een bijzondere grafiek.

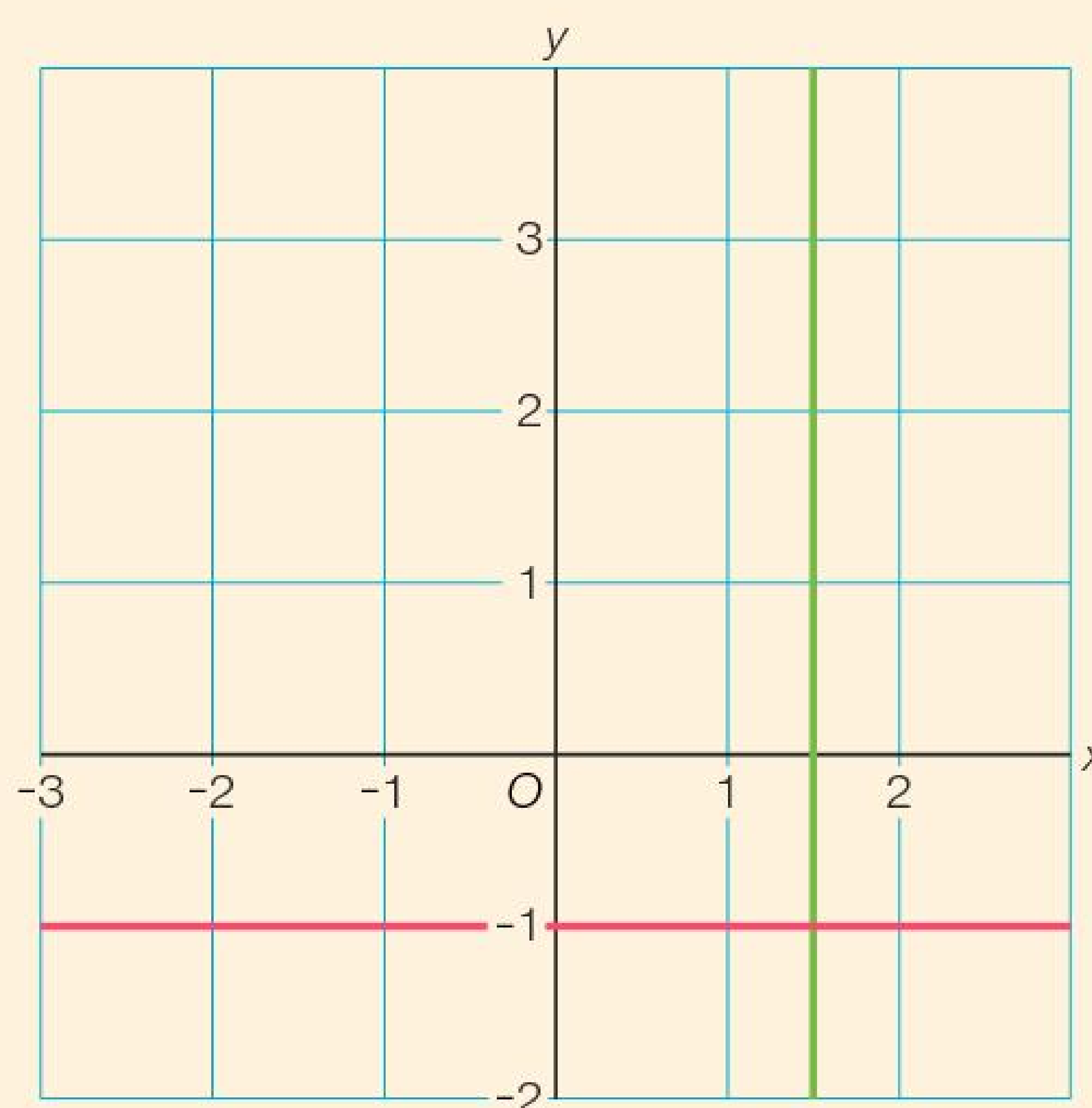
y = getal → horizontale grafiek
x = getal → verticale grafiek
$y = x$ → grafiek door (−2, −2), (−1, −1), (0, 0), (1, 1) en (80, 80), enzovoort.

Voorbeeld Formule van bijzondere grafieken

Opgave

a In het assenstelsel zijn twee grafieken getekend.
Schrijf van beide grafieken de formule op.

b Teken de grafiek van $x = -1{,}5$.



Aanpak

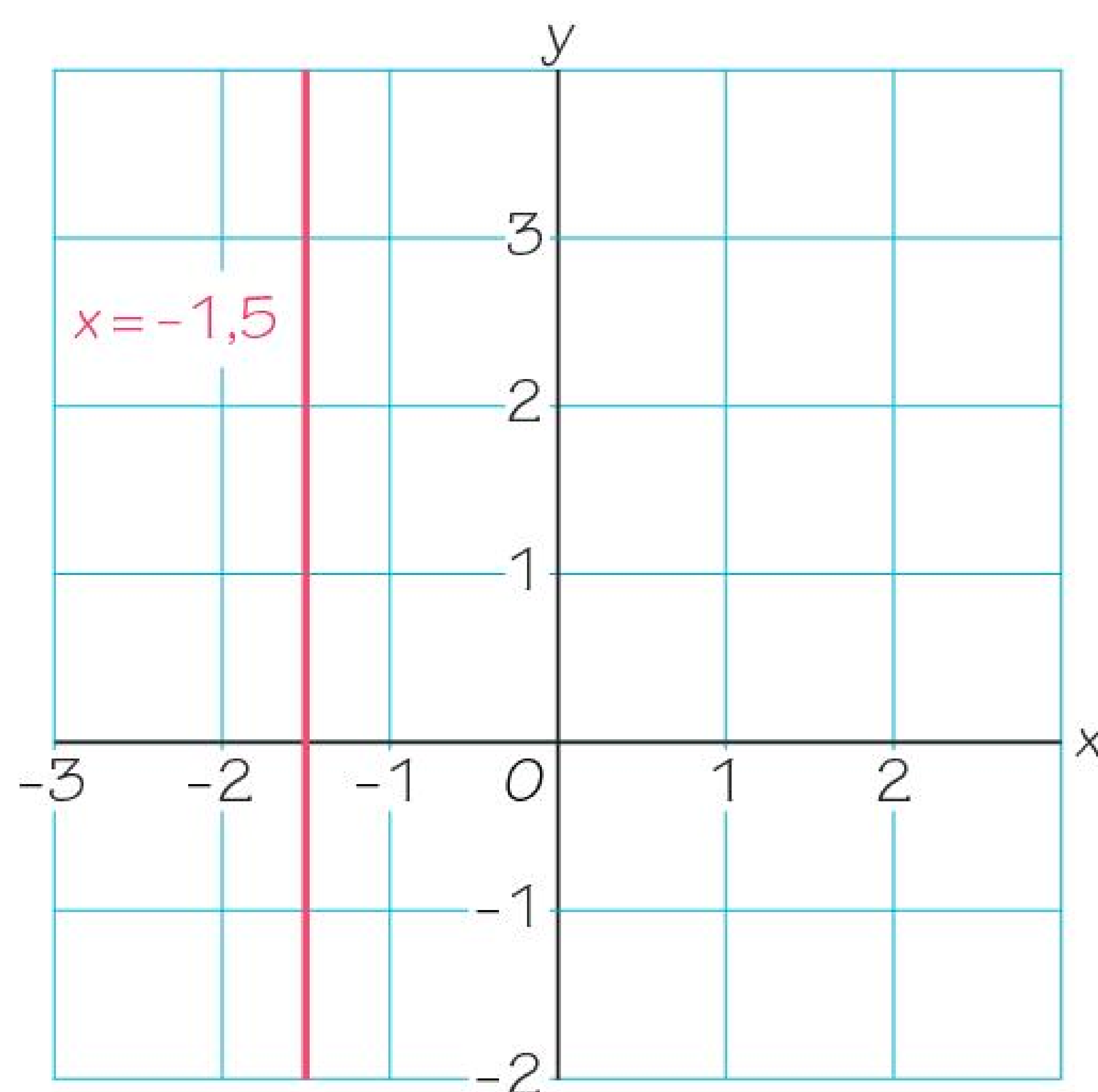
a De groene grafiek loopt verticaal. Alle punten op de grafiek hebben *x*-coördinaat 1,5.
De rode grafiek loopt horizontaal. Alle punten op de grafiek hebben de *y*-coördinaat −1.

b Van alle punten op de grafiek is de *x*-coördinaat −1,5. Schrijf de formule bij de grafiek.

Uitwerking

a groene grafiek $x = 1{,}5$
rode grafiek $y = -1$

b Zie de grafiek hiernaast.



Theorie 7K Somformule en verschilformule

Opgaven 37-43, 52-54, 60, 61

Formules met dezelfde variabelen kun je bij elkaar optellen of van elkaar aftrekken. Je krijgt dan een **somformule** of een **verschilformule**.

tent 1	**huurprijs (€) = 20 + 270*w***
tent 2	**huurprijs (€) = 80 + 250*w*** +
tent 1 + tent 2	**huurprijs (€) = 100 + 520*w***

Hierin is *w* de *tijd* in weken.
Je ziet dat de getallen worden opgeteld. De variabelen *huurprijs* (€) en *w* blijven hetzelfde.
Met de somformule bereken je de huurprijs van de twee tenten samen.
Bij de formules kun je grafieken tekenen. De grafiek bij de somformule is de **somgrafiek**. In het voorbeeld op de volgende bladzijde zie je hoe je een verschilformule kunt maken en een **verschilgrafiek** kunt tekenen.

Voorbeeld Verschilformule en verschilgrafiek

Opgave

Een camping verhuurt twee typen tenten. De kosten kun je berekenen met formules.

tent 1 **huurprijs (€) = 20 + 270*w***

tent 2 **huurprijs (€) = 80 + 250*w***

Hierin is *w* de *tijd* in weken.

a Maak de verschilformule **tent 2 − tent 1**.

b Teken de verschilgrafiek **tent 2 − tent 1**.

c Wat betekent de verschilgrafiek?

d Na hoeveel weken zijn de tenten even duur?

Aanpak

a Zet de formules onder elkaar. Zet de formule van tent 2 bovenaan. Trek de getallen in de formules van elkaar af.

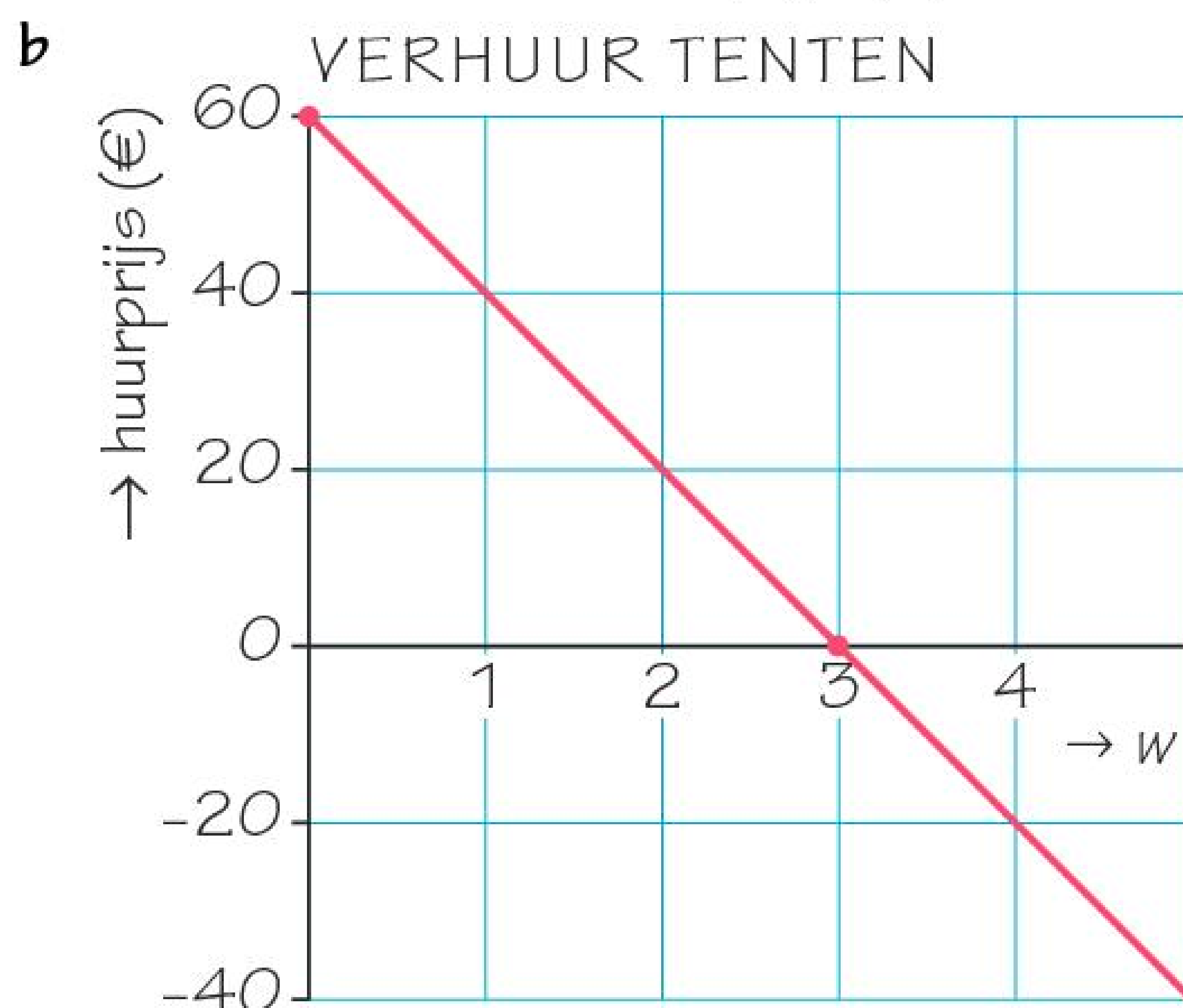
b Teken de grafiek van de verschilformule.

d Als het verschil 0 is zijn de tenten even duur.

Uitwerking

a	tent 2	huurprijs (€) = 80 + 250*w*
	tent 1	huurprijs (€) = 20 + 270*w* −
	tent 2 − tent 1	huurprijs (€) = 60 − 20*w*

b



c Met de verschilformule kun je uitrekenen hoeveel tent 2 duurder is dan tent 1.

d Na drie weken zijn de tenten even duur.

Theorie 7L Parabool

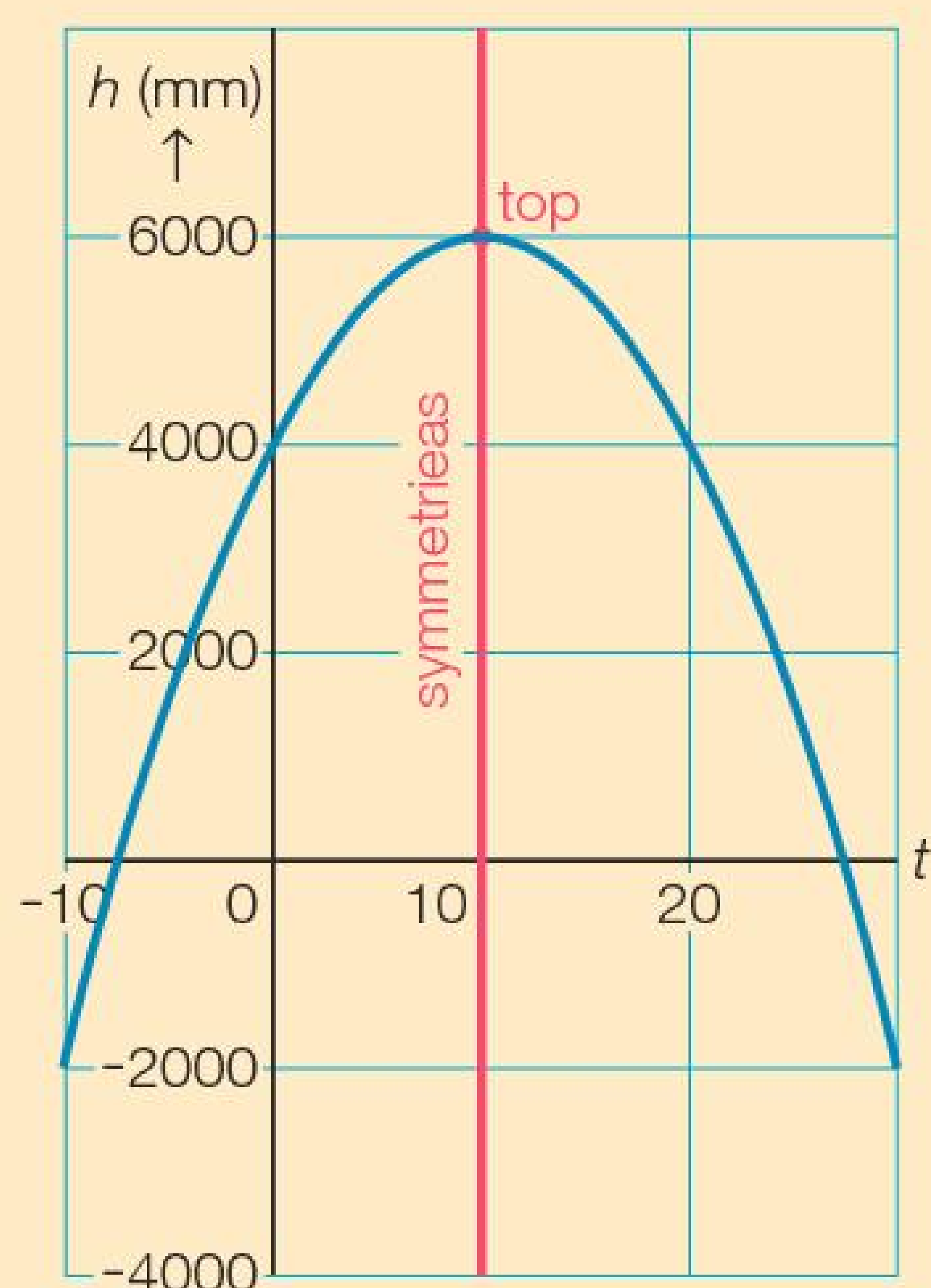
Opgaven 76, 77, 82, 83, 86, 107, 108

In de formule $h = -20t^2 + 400t + 4000$ is *h* de *hoogte* in millimeters en *t* de *tijd* in minuten.
In de formule zie je twee **variabelen**, dat zijn *h* en *t*.
Je ziet een kwadraat bij één van de variabelen. Daarom is deze formule een voorbeeld van een **kwadratische formule**. Er is een **kwadratisch verband** tussen de *tijd* en de *hoogte*.

Vul je een negatief getal in het kwadraat in de formule in, dan gebruik je haakjes. Vul je bijvoorbeeld $t = -5$ in, dan krijg je
$h = -20 \times (-5)^2 + 400 \times -5 + 4000 = 1500$
Bij $t = -5$ is de hoogte 1500 mm.

$-20 \times (-5)^2 + 400 \times -5 + 4000$
1500

Bij de formule van een kwadratisch verband kun je een grafiek tekenen.
Zo'n grafiek heeft de vorm van een **parabool**.



Een parabool is **symmetrisch**. De **symmetrieas** is de verticale lijn door de **top**.
Om een parabool te tekenen gebruik je een tabel met minstens zeven punten.

Op de volgende bladzijde zie je een voorbeeld.

Voorbeeld Parabool tekenen

Opgave

Mariska duikt van een hoge rots het meer in. Bij haar duik hoort de formule $h = 0{,}25a^2 - 3a + 5$.

Hierin is h de *hoogte* in meters en a de *afstand* van de kant in meters.

a Vul de tabel in.

DUIK MARISKA

a (m)	0	2	4	6	8	10	12
h (m)							

b Teken de grafiek.

c Teken de symmetrieas van de parabool.

d Hoeveel meter van de kant komt Mariska weer boven water?

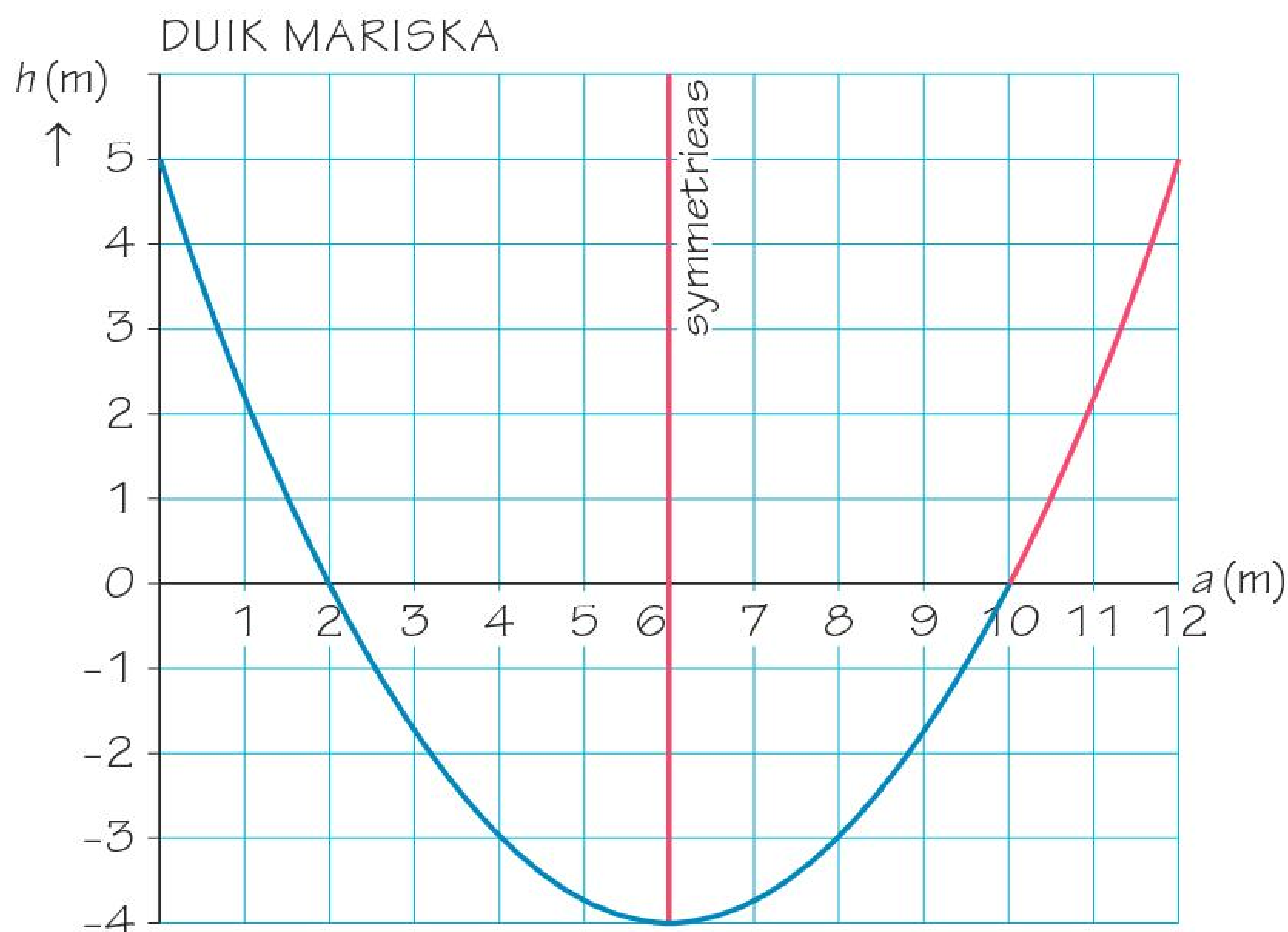
e Kleur het gedeelte van de grafiek dat zinvol is blauw.

Uitwerking

a DUIK MARISKA

a (m)	0	2	4	6	8	10	12
h (m)	5	0	-3	-4	-3	0	5

b, c



d Mariska komt 10 m van de kant weer boven water.

e *Zie de grafiek.*

Theorie 7M Wortelverband

Opgaven 119, 121, 122, 125-128

In de formule $T = 3 + \sqrt{t}$ is T de *temperatuur* in graden Celsius en t de *tijd* in uren.
Er is een verband tussen de temperatuur en de tijd.
In de formule staat één van de variabelen onder het wortelteken. Daarom is het een **wortelverband**. Bij een wortelverband kun je een grafiek tekenen. De grafiek is een **vloeiende kromme** en heeft de vorm van een halve parabool op zijn kant.

Voorbeeld Grafiek bij wortelverband tekenen

Opgave
De firma Besseling maakt ledlampen. De productiekosten worden berekend met de formule $B = 30\sqrt{100l} + 1000$. Hierin is B het *bedrag* in euro's en l het *aantal* lampen.

a Vul de tabel in. Rond indien nodig af op een geheel getal.

PRODUCTIEKOSTEN

l	0	25	50	100	250
B (€)					

b Teken de grafiek.



Aanpak
a Voor $l = 0$ krijg je $B = 30 \times \sqrt{100 \times 0} + 1000 = 1000$.
Zet dat in de tabel. Vul de tabel verder in.
b Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel.
Verbind de punten met een vloeiende kromme.

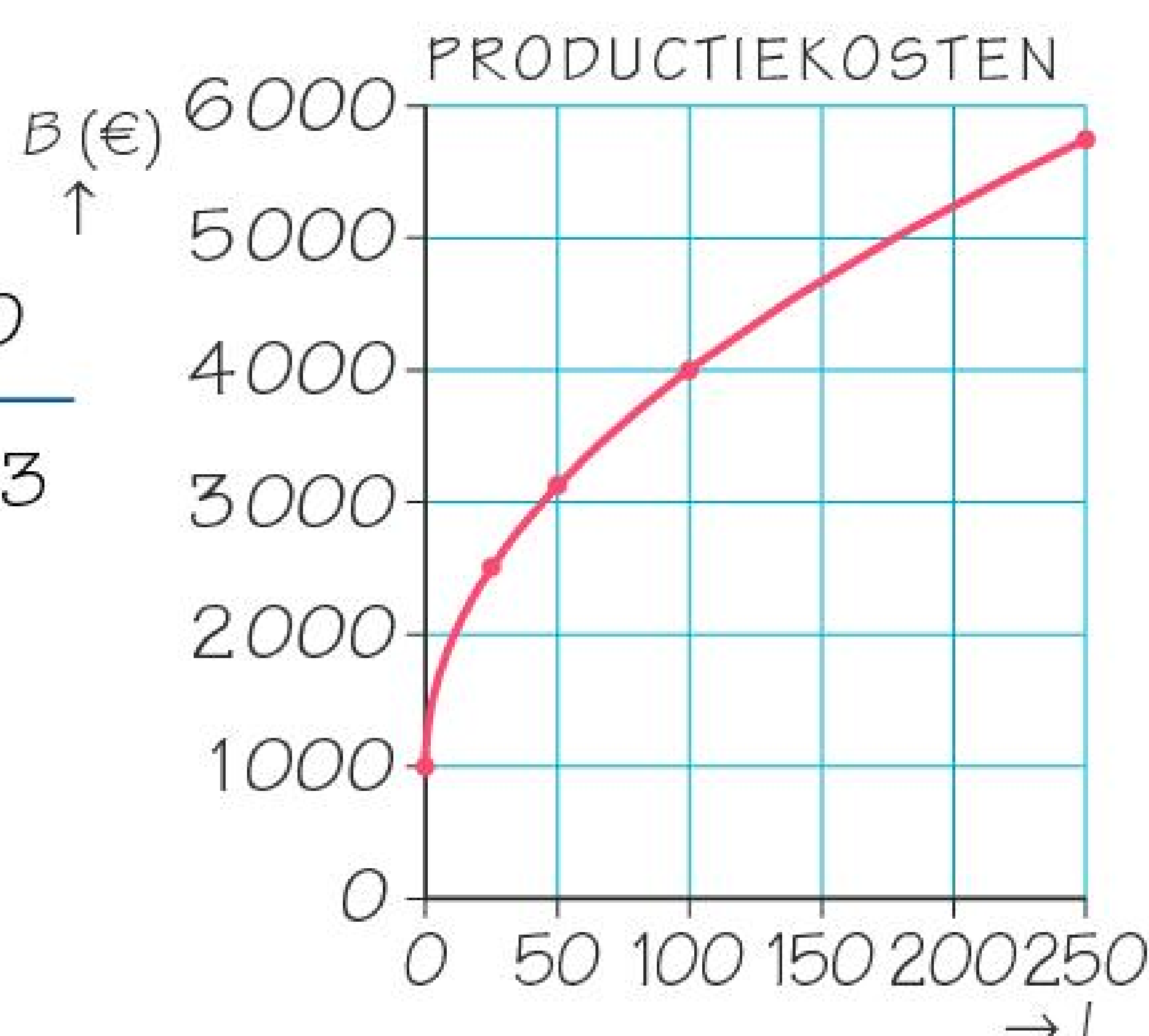
Uitwerking

a

PRODUCTIEKOSTEN

l	0	25	50	100	250
B (€)	1000	2500	3121	4000	5743

b Zie de tekening hiernaast.



Theorie 7N Machtsverband

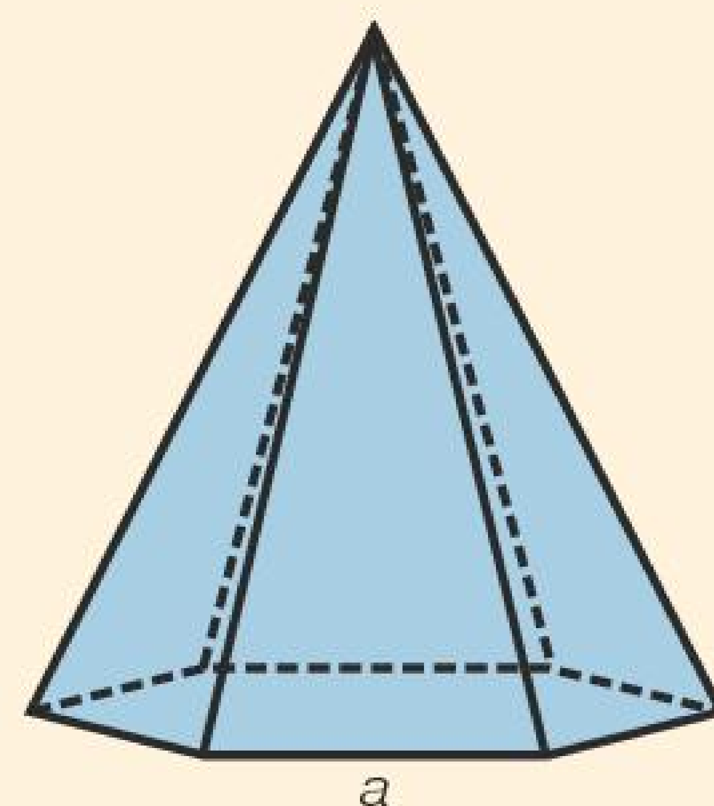
Opgaven 110-112

De inhoud van een bol kun je berekenen met de formule $I = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$.
Hierin is *I* de *inhoud* in cm^3 en *r* de *straal* in cm. In de formule staat de derde macht van de variabele *r*. Daarom is deze formule een **machtsformule**. Er bestaat een **machtsverband** tussen de straal en de inhoud van de bol. Bij een machtsverband kun je een grafiek tekenen. De grafiek is een vloeiende kromme.

Voorbeeld Grafiek bij een machtsformule

Opgave

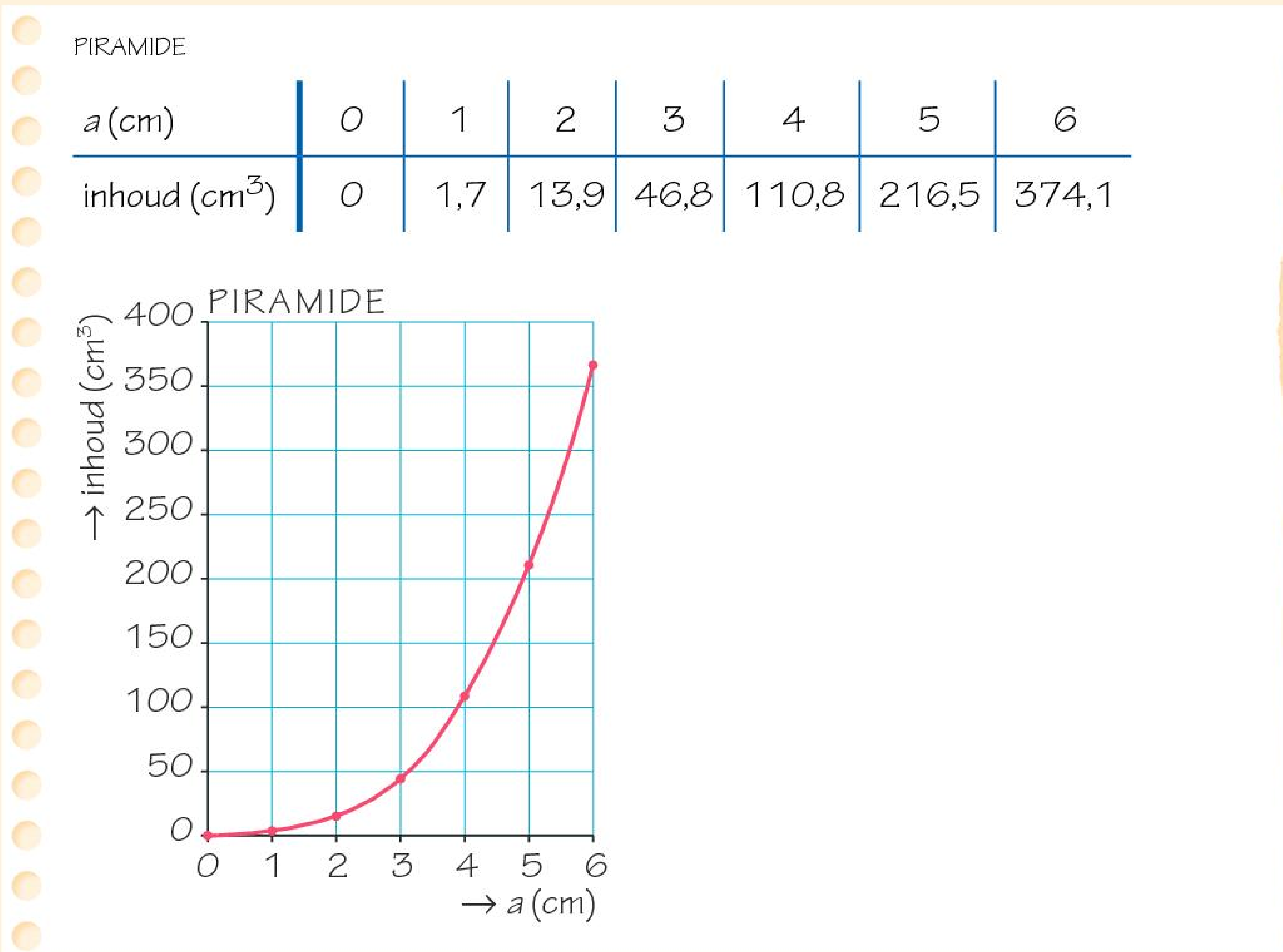
De inhoud van de piramide hiernaast bereken je met de formule **inhoud = 1,732a^3**. Hierin is de *inhoud* in cm^3 en *a* de *lengte* van de zijden van het grondvlak in centimeters.
Teken de grafiek van de formule.



Aanpak

Vul de tabel in. Rond indien nodig af op één decimaal.
Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel.
Teken een vloeiende kromme door de punten.

Uitwerking


PIRAMIDE

a (cm)	0	1	2	3	4	5	6
inhoud (cm^3)	0	1,7	13,9	46,8	110,8	216,5	374,1

Theorie 70 Exponentieel verband

Opgaven 88, 137, 138

Het aantal bacteriën in een schaaltje vla staat in de tabel hieronder.
In de tabel is *t* de *tijd* in uren.

BACTERIËN

+ 1   + 1   + 1   + 1   + 1

t	0	1	2	3	4	5
aantal bacteriën	25	50	100	200	400	800

× 2   × 2   × 2   × 2   × 2

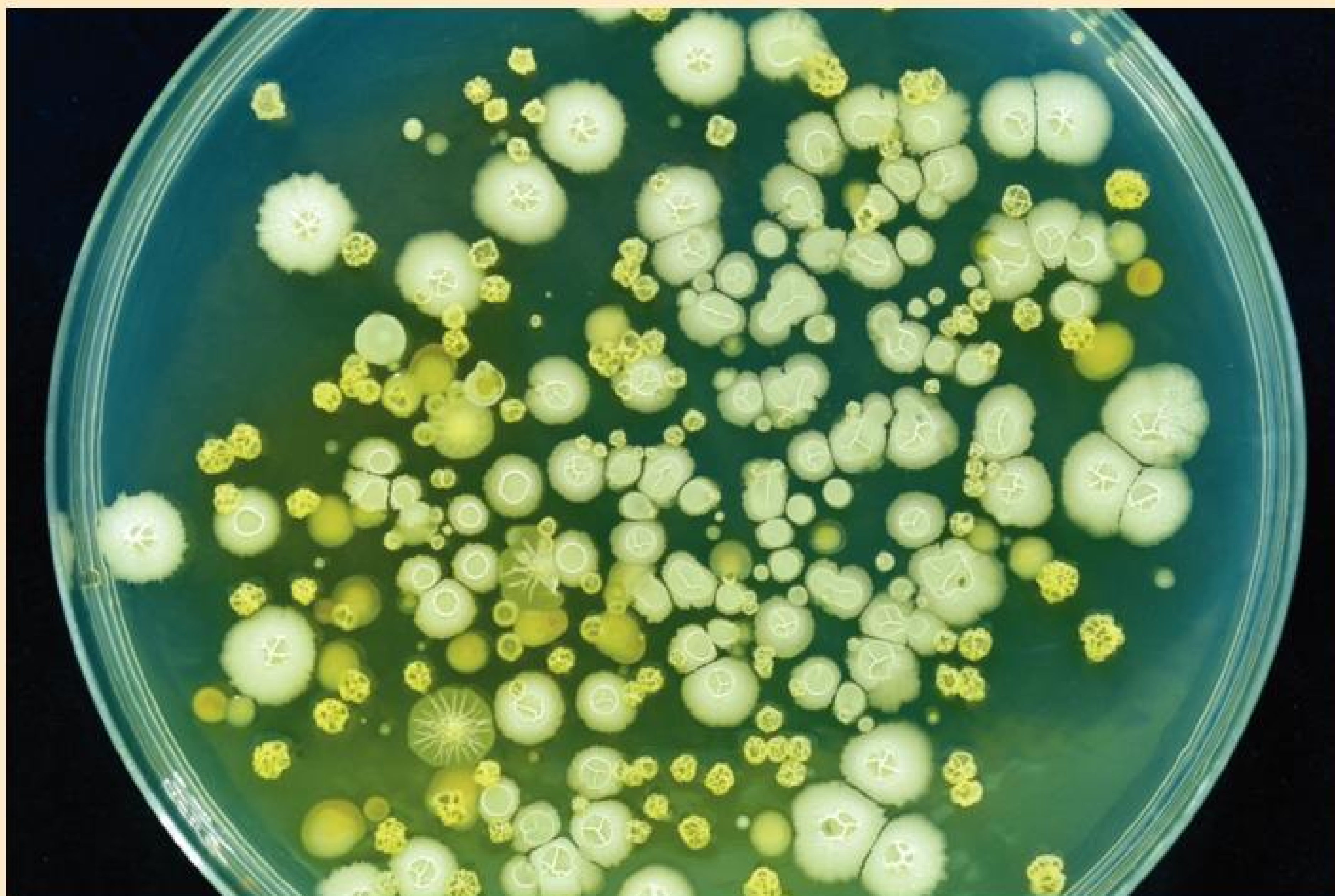
Het aantal bacteriën wordt elk uur met 2 vermenigvuldigd.
De **groeifactor** is 2.

begingetal — groeifactor — de variabele is een exponent

De formule die erbij hoort is **aantal bacteriën = 25 × 2^t**.

Er is een verband tussen de tijd en het aantal bacteriën.
In de formule is de variabele *t* een exponent. Daarom is het een **exponentieel verband**.

De formule bij een exponentieel verband ziet er zo uit
aantal = begingetal × groeifactor^{tijd}.



Verschillende soorten bacteriën in een petrischaaltje.

Voorbeeld Formule bij een exponentieel verband

Opgave

De tabel gaat over de groei van het aantal bacteriën.

BACTERIËN

t	0	1	2	3
aantal	5	15	45	135

In de tabel is *t* de *tijd* in uren.
Onderzoek of er een exponentieel verband is tussen de tijd en het aantal bacteriën.
Zo ja, welke formule hoort bij de tabel?

Aanpak

In de bovenste rij zie je steeds + 1. Om te onderzoeken of er een exponentieel verband is, maak je delingen met de getallen in de onderste rij. Krijg je telkens dezelfde uitkomst, dan is er een exponentieel verband. De uitkomst van de delingen is de groeifactor. De formule heeft de vorm van
aantal = begingetal × groeifactor$^{\textbf{tijd}}$.
Het getal onder de 0 is 5. Het begingetal is dus 5.

BACTERIËN

t	0	1	2	3
aantal	5	15	45	135

Uitwerking

15 : 5 = 3
45 : 15 = 3
135 : 45 = 3
Er is een exponentieel verband tussen de tijd en het aantal bacteriën.
De groeifactor is 3.
De formule is aantal = 5×3^t.

Theorie 7P Exponentiële toename en grafiek

Opgaven 89, 91, 140

Soms moet je een toename in een bepaald jaar berekenen.

Voorbeeld Exponentiële toename en grafiek

Opgave

De waarde van de export van geteelde garnalen per jaar kan berekend worden met de formule $B = 5{,}6 \times 1{,}24^t$. Hierin is B het *bedrag* in miljoenen euro's en t het *aantal* jaren na 1 januari 2015.

a Bereken hoeveel miljoen euro de export op 1 januari 2018 is. Rond af op hele miljoenen.

b Met hoeveel miljoen euro is de export in 2019 toegenomen? Rond af op hele miljoenen.

c Vul de tabel in. Rond steeds af op hele miljoenen.

d Teken de grafiek in het assenstelsel.

Aanpak

a Op 1 januari 2018 is $t = 2018 - 2015 = 3$. Vul $t = 3$ in de formule in en bereken het bedrag.

b Heel het jaar 2019 loopt van 1 januari 2019 tot 1 januari 2020. Bereken dus het verschil tussen 1 januari 2019 en 1 januari 2020.

c De grafiek door de punten uit de tabel is een vloeiende kromme.

Uitwerking

a $t = 2018 - 2015 = 3$

$5{,}6 \times 1{,}24^3 = 10{,}677...$

Op 1 januari 2018 was de export 11 miljoen euro.

b Op 1 januari 2019 is $t = 2019 - 2015 = 4$.

Op 1 januari 2020 is $t = 2020 - 2015 = 5$.

$t = 4 \rightarrow 5{,}6 \times 1{,}24^4 = 13{,}2$

$t = 5 \rightarrow 5{,}6 \times 1{,}24^5 = 16{,}4$

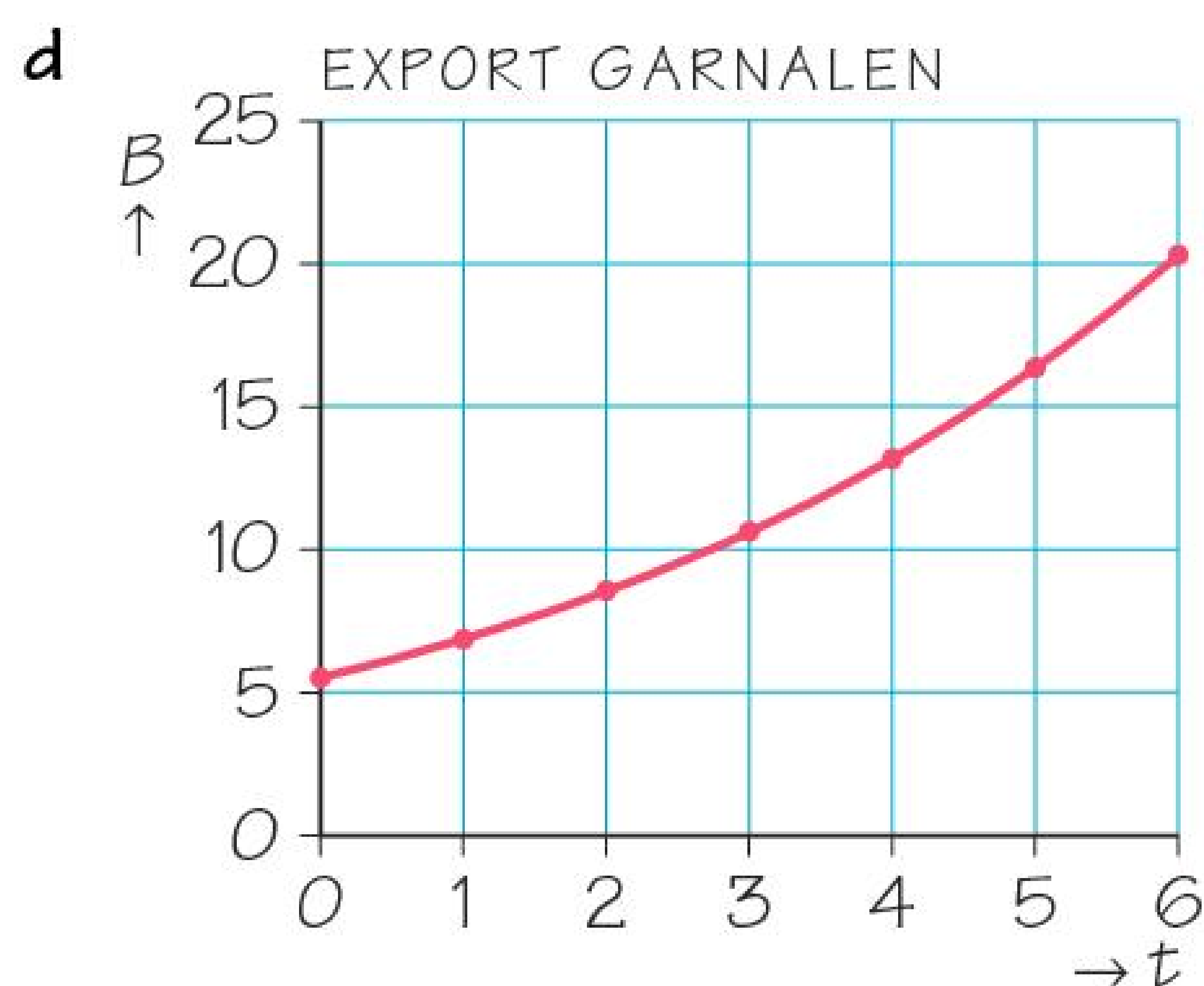
$16{,}4 - 13{,}2 = 3{,}2$

In 2019 is de export met 3 miljoen euro toegenomen.

c EXPORT GARNALEN

t	0	1	2	3	4	5	6
B	6	7	9	11	13	16	20

d



Theorie 7Q Exponentiële toename en procenten

Opgaven 90, 92, 134, 135

Neemt een hoeveelheid met 12% toe, dan krijg je 100% + 12% = 112%. De groeifactor is dan 112 : 100 = 1,12. Bij een toename van 0,8% hoort een groeifactor van 1,008.

100%	100 %
12% +	0,8% +
112%	100,8%
: 100 → dus × 1,12	dus × 1,008 ← : 100

Voorbeeld Exponentiële toename en procenten

Opgave

Op 1 januari 2004 leefden in Finland 110 wolven. De toename is jaarlijks 9,2%.

a Schrijf de formule op die bij de groei van het aantal wolven hoort. Gebruik de variabele a voor het *aantal* wolven en t voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2004.

b Hoeveel wolven zijn er op 1 januari 2015?

c In welk jaar zijn er voor het eerst meer dan 500 wolven?

Aanpak

a begingetal = 110
100% + 9,2% = 109,2%, groeifactor = 109,2 : 100

b Bij 2015 hoort $t = 2015 - 2004$.

c Gebruik inklemmen.

Uitwerking

a 100% + 9,2% = 109,2%
De groeifactor is 109,2 : 100 = 1,092.
$a = 110 \times 1{,}092^t$

b $t = 2015 - 2004 = 11$
$110 \times 1{,}092^{11} = 289{,}628...$
Op 1 januari 2015 zijn er 290 wolven.

c $t = 17 \rightarrow 110 \times 1{,}092^{17} = 491{,}108...$
$t = 18 \rightarrow 110 \times 1{,}092^{18} = 536{,}290...$
2004 + 17 = 2021
Op 1 januari 2021 zijn er 491,108... wolven.
Op 1 januari 2022 zijn er al 536,290... wolven, dus in de loop van 2021 zijn er voor het eerst meer dan 500 wolven.

Theorie 7R Exponentiële afname en procenten

Opgaven 79, 80, 114, 115, 118

Neemt een hoeveelheid met 16% af, dan krijg je 100% − 16% = 84%.
De groeifactor is dan 84 : 100 = 0,84.
Bij een afname van 0,6% hoort een groeifactor van 0,994.

100%	100 %
16% −	0,6% −
84%	99,4%
: 100 → dus × 0,84	dus × 0,994 ← : 100

Voorbeeld Exponentiële afname en procenten

Opgave

In Ethiopië leefden op 1 januari 2010 nog zo'n 10 000 Grevy-zebra's.
De verwachting is dat de populatie met 8,5% per jaar afneemt.

a Schrijf de formule op voor het aantal zebra's. Gebruik de variabele a voor het *aantal* zebra's en t voor de *tijd* in jaren met $t = 0$ op 1 januari 2010.

b Hoeveel zebra's zijn er naar verwachting op 1 januari 2025?

c In welk jaar zijn er voor het eerst minder dan 5000 zebra's?

Aanpak

a begingetal = 10 000
100% − 8,5% = 91,5%, dus de groeifactor = 91,5 : 100

b Bij 2025 hoort $t = 2025 - 2010$.

c Gebruik inklemmen.

Uitwerking

a 100% − 8,5% = 91,5%
De groeifactor is 91,5 : 100 = 0,915.
De formule is $a = 10\,000 \times 0{,}915^t$.

b $t = 2025 - 2010 = 15$
$10\,000 \times 0{,}915^{15} = 2638{,}252...$
Op 1 januari 2025 zijn er na verwachting 2638 zebra's.

c $t = 7 \rightarrow 10\,000 \times 0{,}915^7 = 5369{,}670...$
$t = 8 \rightarrow 10\,000 \times 0{,}915^8 = 4913{,}248...$
2010 + 7 = 2017
Op 1 januari 2017 zijn er 5369,670... zebra's.
Op 1 januari 2018 zijn er nog maar 4913,248... zebra's, dus in de loop van 2017 zijn er voor het eerst minder dan 5000 zebra's.

Theorie 7S [VMBO-GT] Verdubbelingstijd en halveringstijd

Opgaven 81, 136, 137

De tijd die nodig is om het begingetal te verdubbelen noem je de **verdubbelingstijd**. De tijd die nodig is om het begingetal te halveren noem je de **halveringstijd**.

Voorbeeld Verdubbelingstijd berekenen

Opgave

Het aantal schapen in een schaapskudde kun je berekenen met de formule **aantal** $= 125 \times 1{,}12^t$. Hierin is t de tijd in jaren.

a Met hoeveel procent groeit de schaapskudde per jaar?

b Bereken de verdubbelingstijd in hele jaren.

Aanpak

a De groeifactor is 1,12.

b Het begingetal is 125. Het dubbele van 125 is 250.
Je krijgt de vergelijking $125 \times 1{,}12^t = 250$.
Gebruik inklemmen om de verdubbelingstijd te berekenen.

Uitwerking

a Het aantal schapen groeit elk jaar met 12%.

b Het dubbele van 125 is $125 \times 2 = 250$.

$t = 5 \rightarrow 125 \times 1{,}12^5 = 220{,}292...$ te weinig

$t = 6 \rightarrow 125 \times 1{,}12^6 = 246{,}727...$ te weinig

$t = 7 \rightarrow 125 \times 1{,}12^7 = 276{,}335...$ te veel

De verdubbelingstijd is 7 jaar.

Voorbeeld Halveringstijdtijd berekenen

Opgave

Het aantal olifanten in een natuurpark kun je berekenen met de formule **aantal** $= 350 \times 0{,}92^t$.
Hierin is t de tijd in jaren.
Bereken de halveringstijd in hele jaren.



Aanpak
Het begingetal is 350. De helft van 350 is 175.
Je krijgt de vergelijking $\mathbf{350 \times 0{,}92^t = 175}$.
Gebruik inklemmen om de halveringstijd te berekenen.

Uitwerking

De helft van 350 is 350 : 2 = 175.
$t = 7 \rightarrow 350 \times 0{,}92^7 = 195{,}246...$ te veel
$t = 8 \rightarrow 350 \times 0{,}92^8 = 179{,}626...$ te veel
$t = 9 \rightarrow 350 \times 0{,}92^9 = 165{,}256...$ te weinig
De halveringstijdstijd is 9 jaar.

Theorie 7T Omgekeerd evenredig verband

Opgaven 64-67, 70-75, 130-132

Het inhuren van een band voor een schoolfeest kost €600. Hoe meer leerlingen er komen, hoe minder je per leerling betaalt. Hierbij kun je een formule maken.

$$B = \frac{600}{a}$$

Hierin is B het *bedrag* in euro's per leerling en a het *aantal* leerlingen.
Hierbij kun je een tabel en een grafiek maken.



BAND HUREN

a	10	15	20	30	40	60
B	60	40	30	20	15	10

In de tabel en in de grafiek zie je:
- als a zes keer zo groot wordt, dan wordt B zes keer zo klein
- als a drie keer zo klein wordt, dan wordt B drie keer zo groot.

Er is een **verband** tussen a en B.
Zo'n verband noemen we een **omgekeerd evenredig** verband.
De grafiek bij een omgekeerd evenredig verband heet een **hyperbool**.

Bij een tabel met een omgekeerd evenredig verband, kun je boven in de tabel geen 0 invullen, want delen door 0 kan niet. Je krijgt ook nooit 0 onder in de tabel als antwoord.
Op de volgende bladzijde zie je een voorbeeld.

Voorbeeld Omgekeerd evenredig verband

Opgave

Het huren van een bus kost € 800. Je betaalt de bus met iedereen die meereist.

Hierbij hoort de formule $P = \frac{800}{a}$.

Hierin is P de *prijs per persoon* in euro's en a het *aantal* personen.

a Teken de grafiek bij de formule.

b Er gaan maximaal 55 personen in de bus. Het uitstapje gaat alleen door als de prijs van de bus onder de € 20 per persoon is. Kleur het gedeelte van de grafiek dat betekenis heeft zwart.

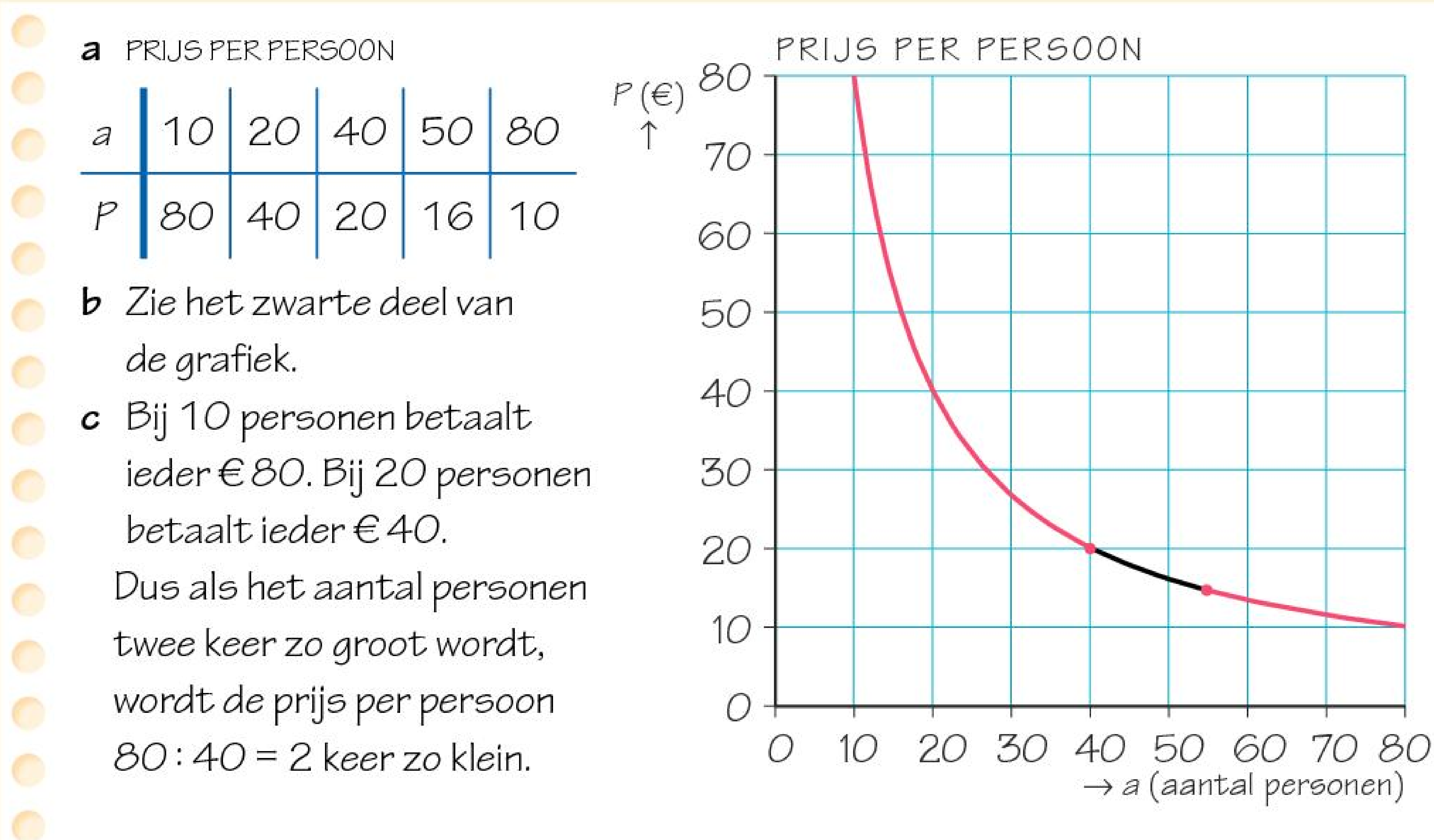
c Wat gebeurt er met P als a twee keer zo groot wordt?

Aanpak

b Zoek op de horizontale as 55 personen en ga naar boven naar de grafiek. Zet daar een punt.
Zoek op de verticale as 20 euro en ga naar rechts naar de grafiek. Zet daar een punt. Tussen deze twee punten heeft de grafiek betekenis.

c Kies bijvoorbeeld $a = 10$ en bereken de prijs per persoon. Kies dan voor a een getal twee keer zo groot, dus $a = 20$, en bereken de prijs per persoon.

Uitwerking



a PRIJS PER PERSOON

a	10	20	40	50	80
P	80	40	20	16	10

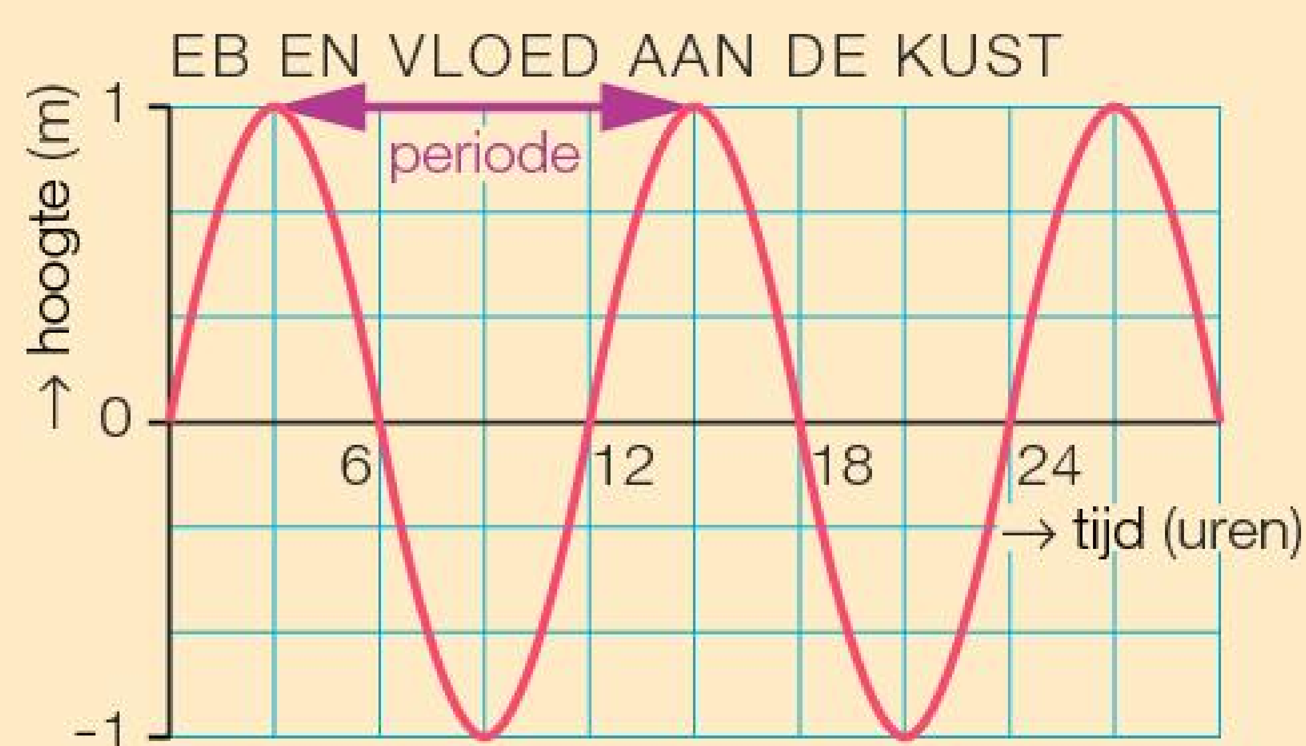
b Zie het zwarte deel van de grafiek.

c Bij 10 personen betaalt ieder € 80. Bij 20 personen betaalt ieder € 40.
Dus als het aantal personen twee keer zo groot wordt, wordt de prijs per persoon 80 : 40 = 2 keer zo klein.

Theorie 7U Periodiek verband

Opgaven 93-98, 101-104

De grafiek gaat over eb en vloed aan de kust. Eb en vloed zijn de **getijden**. De grafiek van eb en vloed herhaalt zich elke 12 uur. Die 12 uur is de **periode** van de grafiek. Er is een **periodiek verband** tussen de tijd en de hoogte.
In de grafiek zijn 2,5 perioden getekend.
Het **maximum** van de grafiek is 1 m.
Het **minimum** van de grafiek is –1 m.



Voorbeeld Periodieke grafiek

Opgave

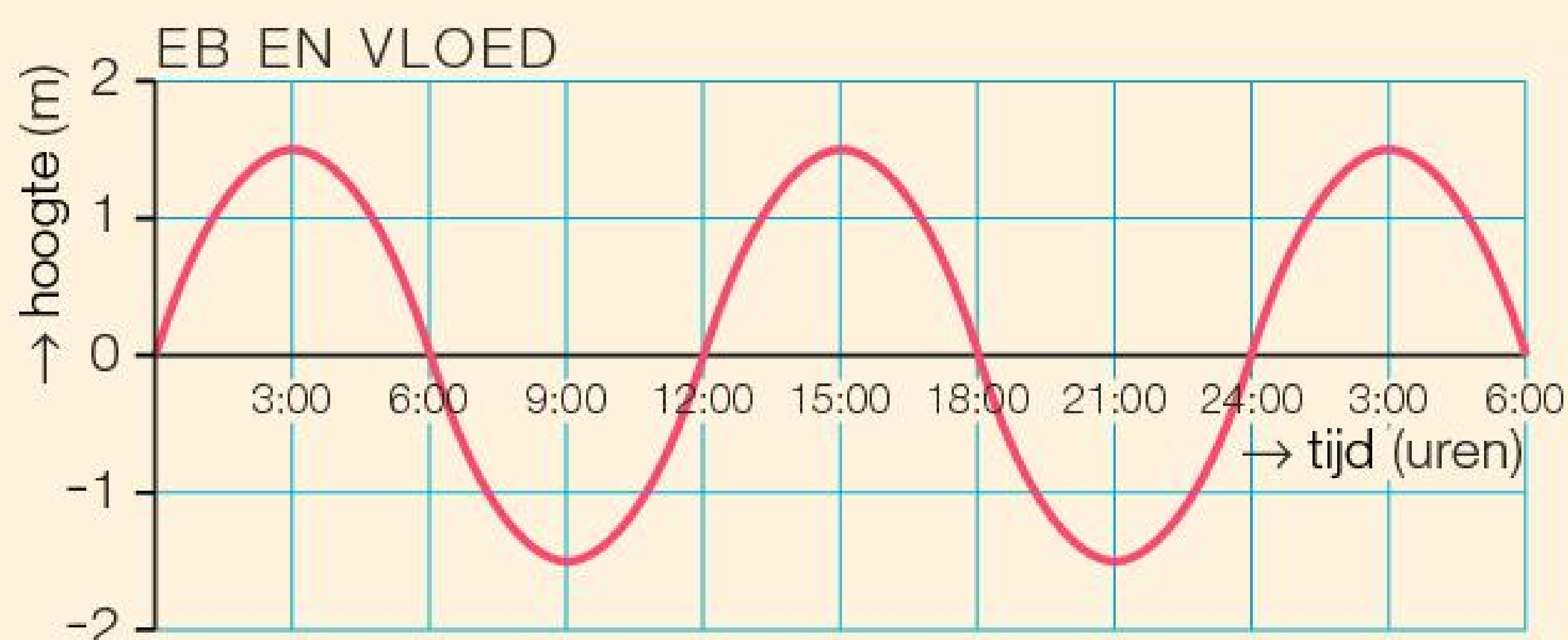
De grafiek gaat over de waterhoogte.

a Hoelang is de periode?

b Hoeveel perioden zijn getekend?

c Wat is de waterhoogte om 18:00 uur?

d Bereken de waterhoogte na 45 uur.



Aanpak

a Kijk na hoeveel tijd de grafiek zich herhaalt.

b Kijk hoe vaak de grafiek zich herhaalt.

c Zoek 18:00 uur op de horizontale as en lees de waterhoogte af.

d De waterhoogte na 45 uur bereken je zo:
- De periode is 12 uur. 12 uur past 3 keer in 45 uur.
- Je houdt 45 − 3 × 12 = 9 uur over.
- In de grafiek lees je bij 9 uur de waterhoogte af.

Uitwerking

a De periode is 12 uur.

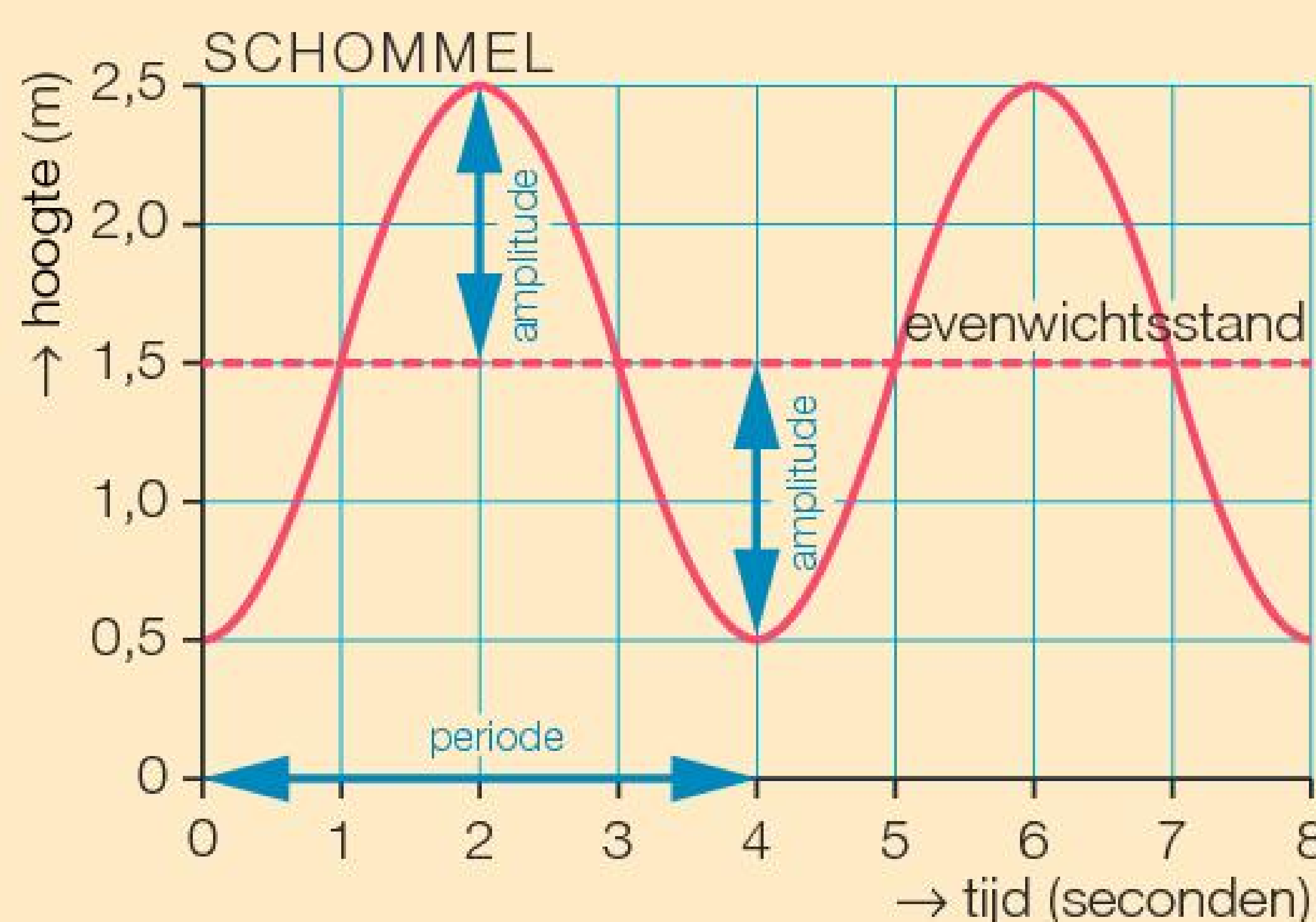
b Er zijn 2,5 perioden getekend.

c Om 18:00 uur is de waterhoogte 0 m

d 12 uur past 3 keer in 45 uur.
Je houdt 45 – 3 × 12 = 9 uur over.
De waterhoogte na 45 uur is –1,5 m.

Theorie 7V [VMBO-GT] Evenwichtsstand, amplitude en frequentie

Opgaven 99, 100, 105, 106

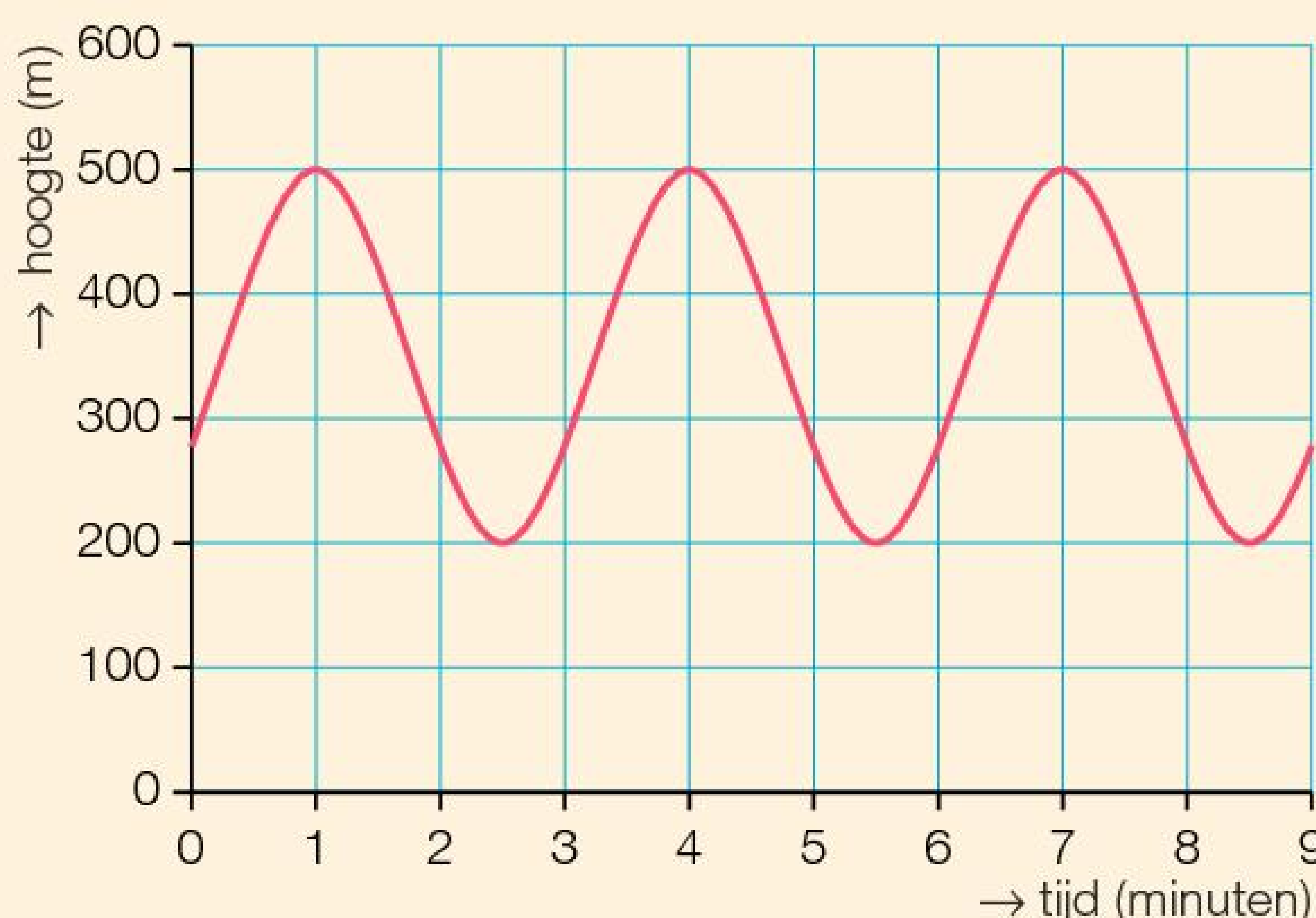


De periodieke grafiek gaat over de hoogte van een schommel. Het maximum is 2,5 m.
Het minimum is 0,5 m.
De **evenwichtsstand** is het gemiddelde van het maximum en het minimum. De evenwichtsstand is $\frac{2{,}5 + 0{,}5}{2} = 1{,}5$ m.
De evenwichtsstand is met rood gestippeld.
De hoogste en laagste punten liggen 1 m boven en onder de evenwichtsstand. We zeggen: de **amplitude** is 1 m.
De periode is 4 seconden. De periode past 60 : 4 = 15 keer in een minuut.
De **frequentie** is 15 per minuut.

Voorbeeld Evenwichtsstand, amplitude en frequentie.

Opgave

a Hoelang duurt een periode?
b Wat is de evenwichtsstand?
c Hoeveel meter is de amplitude?
d Wat is de frequentie per uur?



Aanpak

a Kijk na hoeveel tijd de grafiek zich herhaalt.
b Neem het gemiddelde van het hoogste en laagste punt.
c Kijk hoeveel meter er zit tussen de evenwichtsstand en het hoogste of laagste punt.
d Bereken hoe vaak de periode in een uur past.

Uitwerking

a De periode is 3 minuten.
b De evenwichtsstand is $\frac{500 + 200}{2} = 350$ m.
c De amplitude is 500 − 350 = 150 m.
d 60 : 3 = 20. De frequentie is 20 per uur.

Theorie 7W Formules bij hetzelfde verband

Opgaven 47, 63, 65, 72, 133

De formules $B = 15 + 2a$ en $a = \frac{B - 15}{2}$ beschrijven hetzelfde verband.

In het voorbeeld zie je hoe je dat kunt controleren.

Voorbeeld Formules bij hetzelfde verband

Opgave

Beschrijven de formules $B = 15 + 2a$ en $a = \frac{B - 15}{2}$ hetzelfde verband?

Laat dat met berekeningen zien.

Aanpak

Vul in de eerste formule bijvoorbeeld $a = 5$ in en bereken B.
Het antwoord dat je krijgt voor B vul je in de andere formule in en dan bereken je of je weer $a = 5$ krijgt.
Vul nu nog een ander getal in voor a. Als het weer klopt, beschrijven de formules hetzelfde verband.

Uitwerking

$a = 5 \quad \rightarrow \quad B = 15 + 2 \times 5 = 25$

$B = 25 \quad \rightarrow \quad a = \frac{25 - 15}{2} = 5$

Bij beide formules hoort $a = 5$ en $B = 25$.

$a = 10 \quad \rightarrow \quad B = 15 + 2 \times 10 = 35$

$B = 35 \quad \rightarrow \quad a = \frac{35 - 15}{2} = 10$

Bij beide formules hoort $a = 10$ en $B = 35$.

Het klopt twee keer, de formules beschrijven hetzelfde verband.

Theorie 7X Vergelijkingen oplossen

Opgaven 5, 8, 15, 20, 23, 44, 40-51, 59, 62, 78, 87, 109, 113, 116, 117, 120, 123, 129, 139

Voorbeelden van **vergelijkingen** zijn

$2x + 6 = 4$ $\quad$ $0{,}5x = 3 - 25x$

$3 + 6x = 10 - x$ $\quad$ $x^2 + 6x = -5$

Ook 45 = 13 + 4 × tijd (uren) is een vergelijking.
Bij een vergelijking kun je een oplossing vinden. Die oplossing is een getal.

Voor het oplossen van vergelijkingen ken je drie manieren:

1. oplossen met grafieken
2. oplossen met de balansmethode
3. oplossen met inklemmen.

1. Vergelijkingen oplossen **met grafieken** doe je alleen als de grafiek al getekend is. Je kunt dan uit de grafiek het gevraagde punt of snijpunt aflezen. De horizontale coördinaat is de oplossing van de vergelijking. Als er staat *bereken*, dan mag je niet aflezen.

2. Vergelijkingen oplossen met **de balansmethode** kun je gebruiken als je twee lineaire verbanden met elkaar moet vergelijken.

3. Vergelijkingen oplossen **met inklemmen** doe je
   - als het oplossen met grafieken te onnauwkeurig is
   - als je een vergelijking hebt waarbij de balansmethode niet werkt, bijvoorbeeld een vergelijking met machten of met een deelstreep.

Voorbeeld Oplossen met grafieken

Opgave

Koeriersbedrijf De Kerrijer berekent de bezorgkosten met de formule
$\mathbf{B = 27{,}95 + 1{,}51g}$.
Hierin is B de *bezorgkosten* in euro's en g het *gewicht* in kilogrammen.

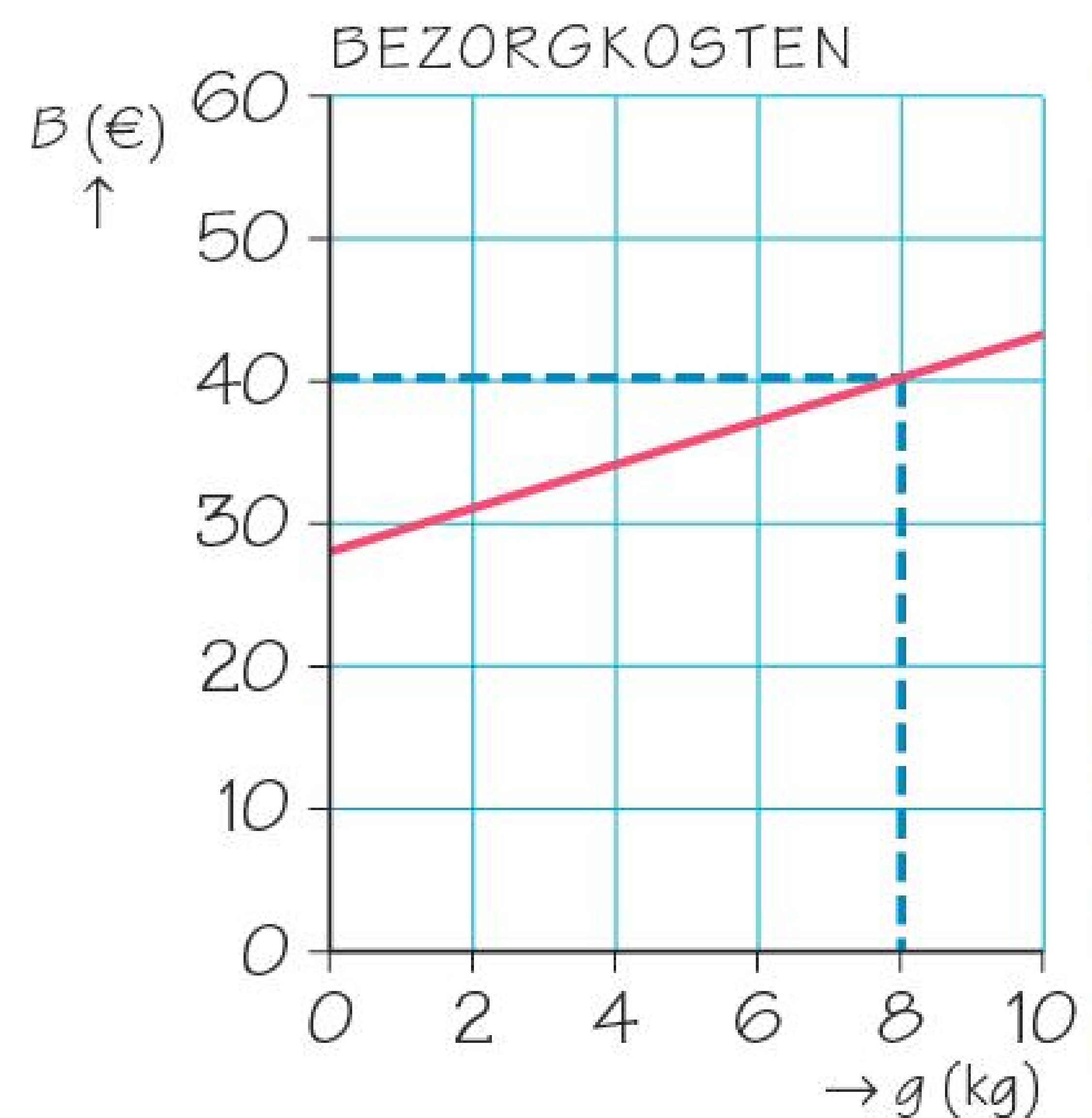
a Teken de grafiek.
b Hoeveel weegt een pakje waarvoor je € 40 bezorgkosten betaalt?

Aanpak

a Vul $g = 0$ en $g = 10$ in de formule in. Teken de punten die daarbij horen en teken de grafiek door die punten.
b Lees uit de grafiek af welk gewicht hoort bij € 40 bezorgkosten.

Uitwerking

a Zie de grafiek hiernaast.
b Bij € 40 hoort een pakje van 8 kg.



Voorbeeld Oplossen met de balansmethode

Opgave

De firma's Quick en de Kerrijer bezorgen pakjes.
Zij berekenen de bezorgkosten met formules.

Quick **bezorgkosten (€) = 2,75 × gewicht (kg)**
De Kerrijer **bezorgkosten (€) = 27,95 + 1,51 × gewicht (kg)**.

a Bij welk gewicht zijn de bezorgkosten gelijk? Rond af op twee decimalen.
b Hoeveel zijn de bezorgkosten dan?

Aanpak

a Maak van *gewicht in kg* de letter *g*.
Stel de formules aan elkaar gelijk.
Los de vergelijking op met de balansmethode.
b Gebruik de oplossing van opgave a om de bezorgkosten te berekenen. Vul je oplossing in één van de formules in.

Uitwerking

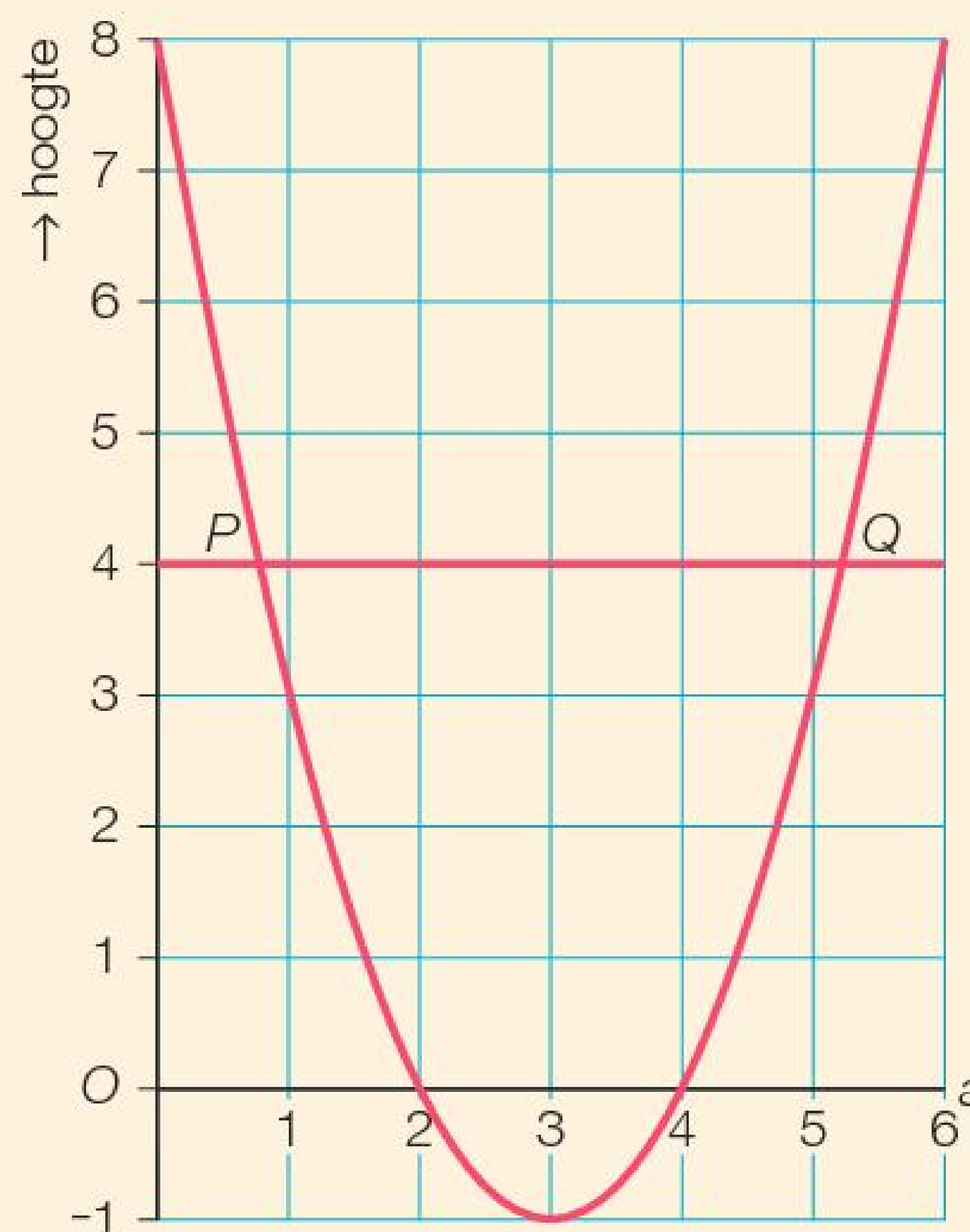
a $27{,}95 + 1{,}51g = 2{,}75g$
$-2{,}75g \quad -2{,}75g$ In het rechterlid geen variabelen.
$27{,}95 - 1{,}24g = 0$
$-27{,}95 \quad -27{,}95$ In het linkerlid geen losse getallen.
$-1{,}24g = -27{,}95$
$:-1{,}24 \quad :-1{,}24$ Delen door het getal dat voor de variabele staat.
$g = 22{,}540...$
Bij pakjes van 22,54 kg zijn de firma's even duur.

b $2{,}75 \times 22{,}54 = 61{,}985$
De bezorgkosten zijn € 61,99.

Voorbeeld Oplossen met inklemmen

Opgave

Hiernaast zie je de grafieken van **hoogte = $a^2 - 6a + 8$** en **hoogte = 4**.
Hierin is de *hoogte* in meters en *a* de *horizontale afstand* in meters.
Bereken de coördinaten van het snijpunt *P*.
Rond af op één decimaal.



Aanpak

Maak van de formules de vergelijking.
In de vergelijking zie je een macht.
Los de vergelijking op met inklemmen.
In de grafiek zie je dat *a* ligt tussen 0,5 en 1.

Zorg in de uitwerking altijd voor minstens 3 berekeningen.

Uitwerking

$a^2 - 6a + 8 = 4$
$a = 0{,}6 \rightarrow 0{,}6^2 - 6 \times 0{,}6 + 8 = 4{,}76$ te veel
$a = 0{,}7 \rightarrow 0{,}7^2 - 6 \times 0{,}7 + 8 = 4{,}29$ te veel
$a = 0{,}8 \rightarrow 0{,}8^2 - 6 \times 0{,}8 + 8 = 3{,}84$ te weinig
3,84 ligt dichterbij 4 dan 4,29, dus a = 0,8.
De hoogte is 4, dus P(0,8; 4).

7.3 Examenopgaven

IJsberg

IJsbergen ontstaan doordat grote stukken ijs afbreken van een gletsjer en dan de zee in drijven. Een ijsberg die naar het zuiden drijft, wordt kleiner doordat hij langzaam smelt. Onderzoekers hebben het gewicht van zo'n ijsberg geschat, zie de tabel.



t (maanden)	0	2	4	6	8	10
G (ton)	80 000	70 000	62 000	55 000	48 000	41 000

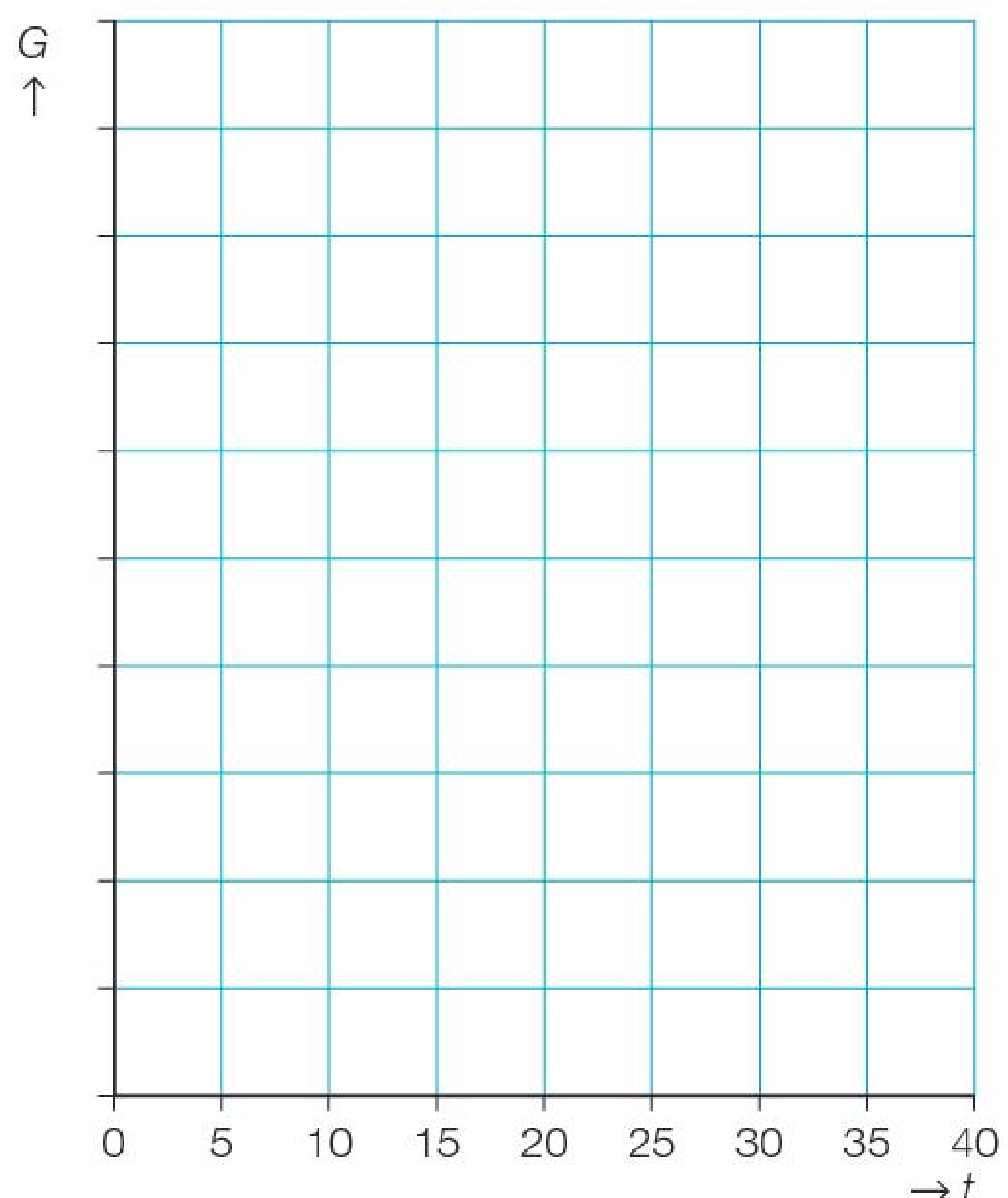
In de tabel is t de tijd in maanden na het afbreken van de ijsberg en G het geschatte gewicht van de ijsberg in ton.

1 N Bereken met hoeveel procent het gewicht van de ijsberg in de eerste 2 maanden is afgenomen.

De onderzoekers hebben een formule gemaakt die goed bij de tabel past.

$G = 80\,000 - 4900 \times t + 113 \times t^2 - t^3$

2 N Laat met een berekening zien dat in de twintigste maand volgens de formule ongeveer 1600 ton ijs gesmolten is.



3 N [▸ WERKBOEK] Teken in het assenstelsel de grafiek die bij de formule hoort. Gebruik hierbij de tabel. Maak zelf een juiste verdeling bij de verticale as.

4 N Bereken in de hoeveelste maand na het afbreken van de ijsberg het laatste stukje van de ijsberg volgens de formule gesmolten moet zijn.

Auto's

In 1900 waren er in Nederland 200 auto's. In 1938 waren er al 80 000 auto's. De groei was in deze jaren exponentieel volgens de formule $A = 200 \times 1{,}17^t$.
Hierbij is A het aantal auto's in Nederland en t het aantal jaren na 1900.

5 P Klopte deze formule voor het aantal auto's in 2014? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

In 1938 was er één snelweg in Nederland van 12 km lang en waren er 80 000 auto's. In 2014 lag er in Nederland 2500 km snelweg en waren er 8 miljoen auto's.

6 5R Was er in 2014 meer of minder meter snelweg per auto beschikbaar dan in 1938?

Kettingmail

Een museum heeft extra geld nodig voor een speciale tentoonstelling. Dat geld willen ze ophalen met een e-mailactie. Ze sturen een e-mail naar 4 mensen. Aan deze mensen wordt gevraagd om 10 euro te schenken aan het museum en de e-mail door te sturen naar 4 andere mensen en hen ook te vragen om 10 euro te schenken aan het museum. Dit noemen we een kettingmail.
We gaan er in deze opgave vanuit dat iedereen die zo'n e-mail ontvangt, de 10 euro schenkt en de e-mail aan 4 andere mensen doorstuurt.
De eerste 4 mensen die de e-mail ontvangen horen bij ronde 1.
Het verband tussen het aantal e-mails en de (bijbehorende) ronde wordt gegeven door de formule $A = 4^r$.
Hierin is A het aantal e-mails dat verstuurd wordt in ronde r.

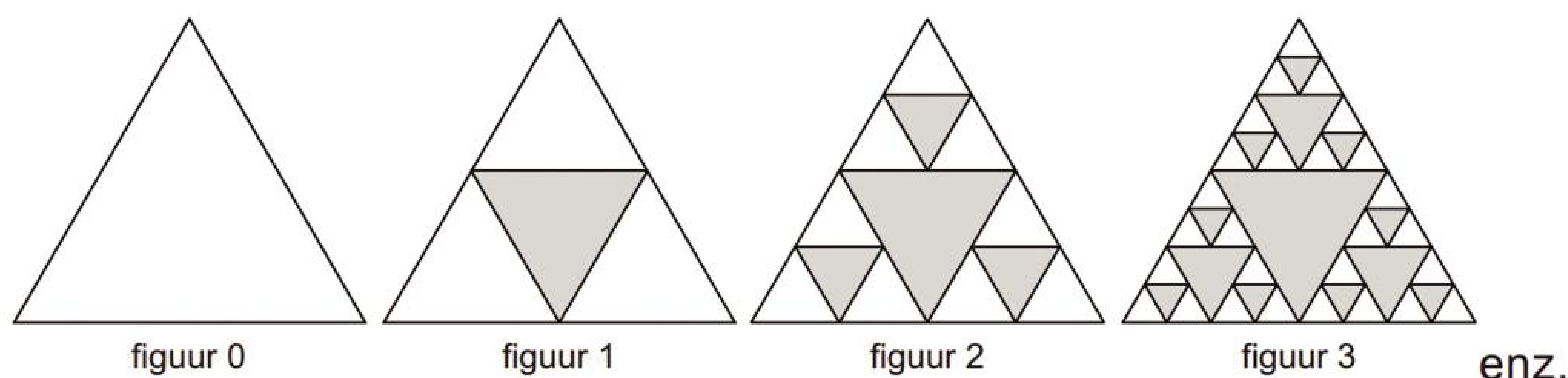
7 P Laat met een berekening zien dat er in ronde 3 al meer dan 50 e-mails worden verstuurd.

8 P,X Bereken in welke ronde er 1024 e-mails verstuurd worden.

9 X In totaal moet er 50 000 euro opgehaald worden om de tentoonstelling door te laten gaan. Omdat iedereen meedoet, is er na de eerste ronde 40 euro binnen, na de tweede ronde 40 + 160 = 200 euro, enzovoort. Na welke ronde is er 50 000 euro opgehaald?

Reeks van driehoeken

Je ziet een reeks van driehoeken. Figuur 0 is een gelijkzijdige driehoek.
Bij figuur 1 zijn de middens van de drie zijden met elkaar verbonden. Door de middelste driehoek grijs te kleuren, blijven er drie kleinere witte gelijkzijdige driehoeken over die samen figuur 1 vormen. Hetzelfde gebeurt bij de witte gelijkzijdige driehoeken van figuur 1 en zo ontstaat figuur 2. Enzovoort.



Ga bij onderstaande vragen voor figuur 0 uit van een gelijkzijdige driehoek met zijden van 100 cm.

Er is een verband tussen de totale *oppervlakte* van de witte driehoeken in een figuur en het bijbehorende nummer *n* van de figuur.
Bij dit verband hoort de volgende formule
oppervlakte = 4330 × 0,75*ⁿ*.
Hierin is *oppervlakte* in cm^2.

10 P Bereken hoeveel cm^2 de totale oppervlakte van de witte driehoeken in figuur 5 is. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op een geheel getal.

11 Q Bij welk nummer van de figuur is de totale oppervlakte van de witte driehoeken voor het eerst minder dan 100 cm^2?

8 Ruimtemeetkunde

In dit hoofdstuk herhaal je wat je hebt geleerd over ruimtemeetkunde. Zo oefen je voor je examen. Bij wiskunde werkt het net als bij sport: trainen en volhouden helpt. Je kunt op verschillende manieren het hoofdstuk doorwerken.

manier 1
Je begint met het maken van de opgaven. Kom je er niet uit, zoek dan in de theorie naar uitleg. In welke theorie je moet kijken, zie je aan de letter onder het opgavenummer.

manier 2
Je begint met het doornemen van de theorie. Bij elke theorie staan de opgaven vermeld die daarbij horen. Je kunt die opgaven maken om de theorie te oefenen. Vaak is een opgave onderdeel van een serie. Maak in dat geval de hele serie.

Aan het eind van het hoofdstuk vind je examenopgaven die bij het hoofdstuk passen.





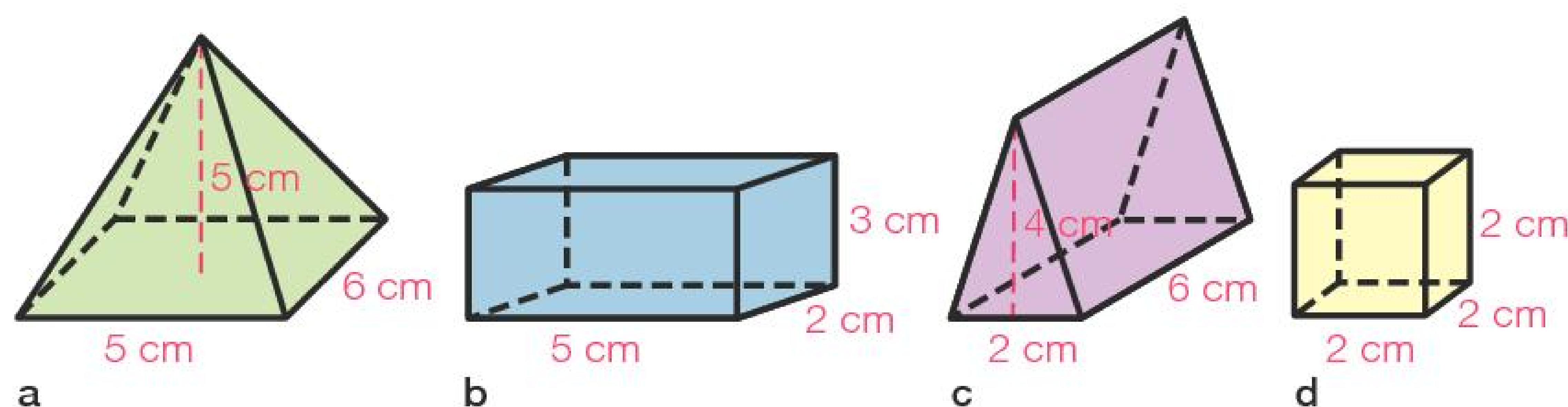
8.1 Opgaven

Op het examen worden de volgende formules gegeven. Je hoeft ze dus niet uit het hoofd te leren. Je hebt ze nodig bij een aantal opgaven in dit hoofdstuk.

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2
inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud bol = $\frac{4}{3}$ × π × straal^3

Wiskundige ruimtefiguren

Hieronder zie je een aantal wiskundige ruimtefiguren.



1 A [WERKBOEK] Vul de tabel in.

	naam	aantal zijvlakken	aantal ribben	aantal hoekpunten
a				
b				
c				
d				

2 C Teken het bovenaanzicht van de ruimtefiguren A en B en het vooraanzicht van de ruimtefiguren C en D op ware grootte.

3 E Teken figuur D op roosterpapier. Zet letters bij de hoekpunten.

4 Q Bereken de inhoud van elk van de figuren.

5 D — [▸ 📖 WERKBOEK] Van figuur b wordt een perspectieftekening gemaakt.
Het begin van die tekening staat in je werkboek.
Maak de perspectieftekening af.

6 B,6N — Teken de uitslag van figuur c op ware grootte.

7 F,6N — Bereken de oppervlakte van figuur c.

8 R — Van figuur c wordt een vergroting gemaakt.
De vergrotingsfactor is 15.
Hoeveel keer zo groot is de inhoud?

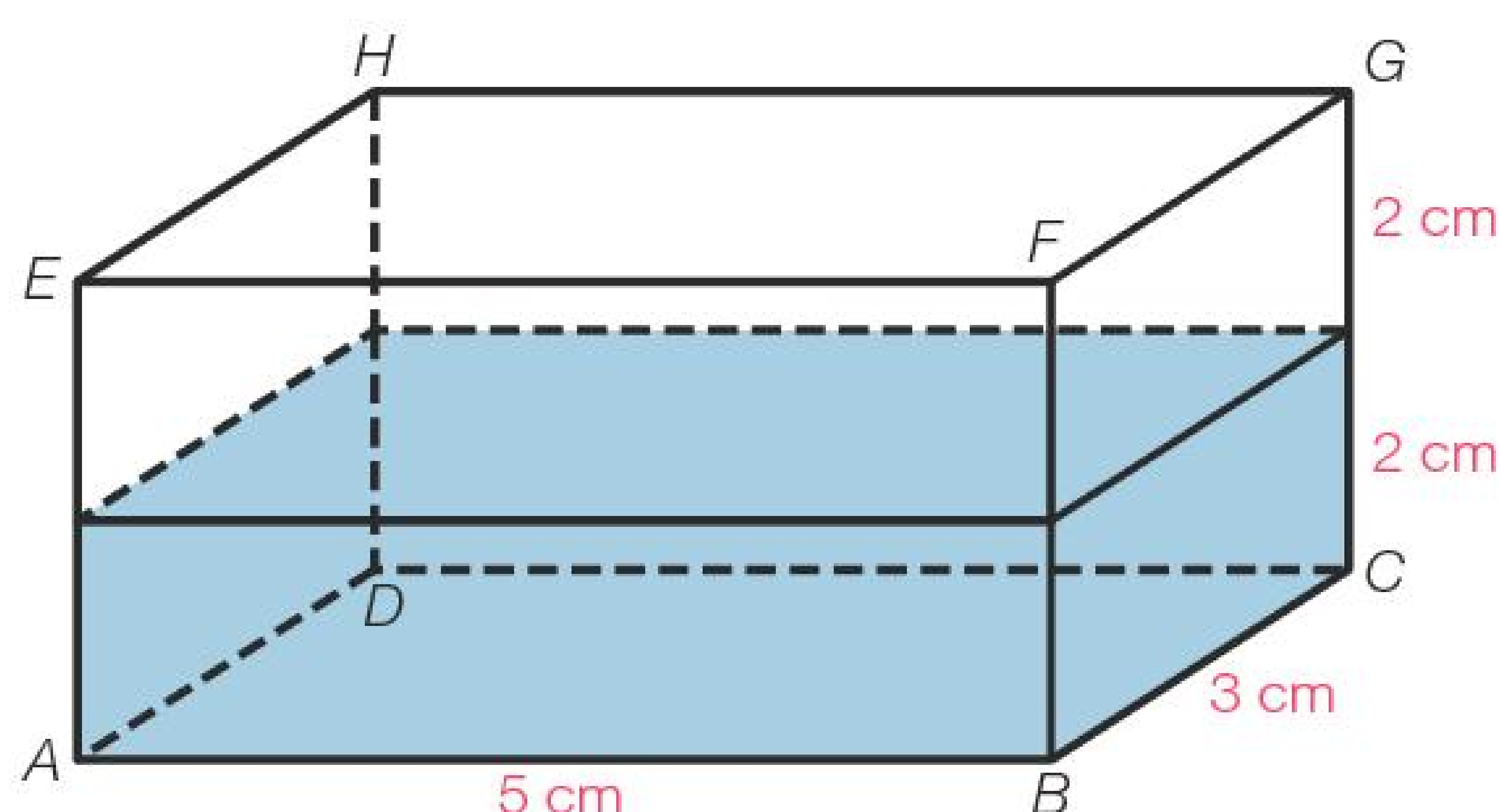
GT

9 Q,S — Van figuur a wordt een vergroting gemaakt. De inhoud van de vergroting is 750 cm^3.
Bereken de hoogte van de vergroting. Rond af op één decimaal.

GT

Balk

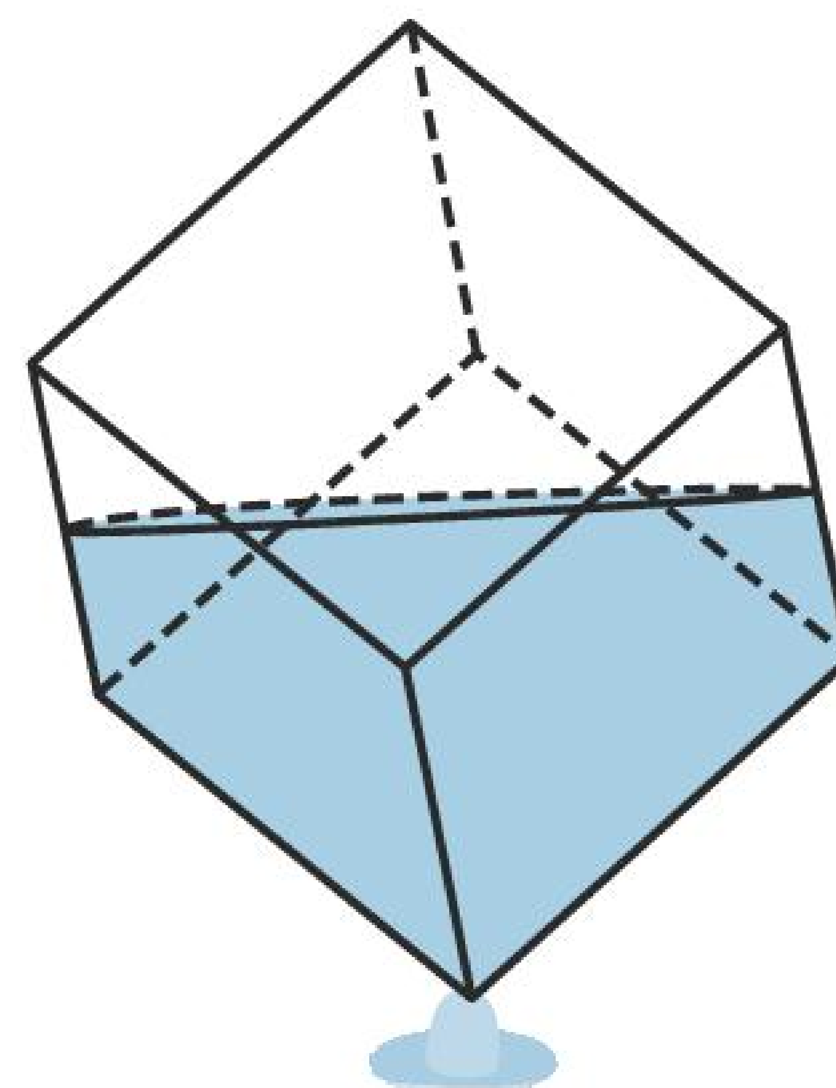
10 B — Teken de uitslag van de balk op ware grootte.
Zet letters bij alle hoekpunten.



11 B — De balk is met de onderste helft in de verf gedoopt.
Kleur in de uitslag het gedeelte dat daarbij hoort.

Kubus

In je werkboek staat de uitslag van een kubus.
Het is een maquette voor een kunstwerk. Dat kunstwerk wordt op een punt neergezet. De onderste helft wordt blauw geverfd.



12 B — [▸ 📖 WERKBOEK] Teken de grenzen in de uitslag en kleur de helft blauw.

13 B,F, 5R,6D — De uitslag van de kubus is gemaakt op schaal 1 : 50.
Hoeveel vierkante meter van het kunstwerk is blauw?

Kubusbouwwerk

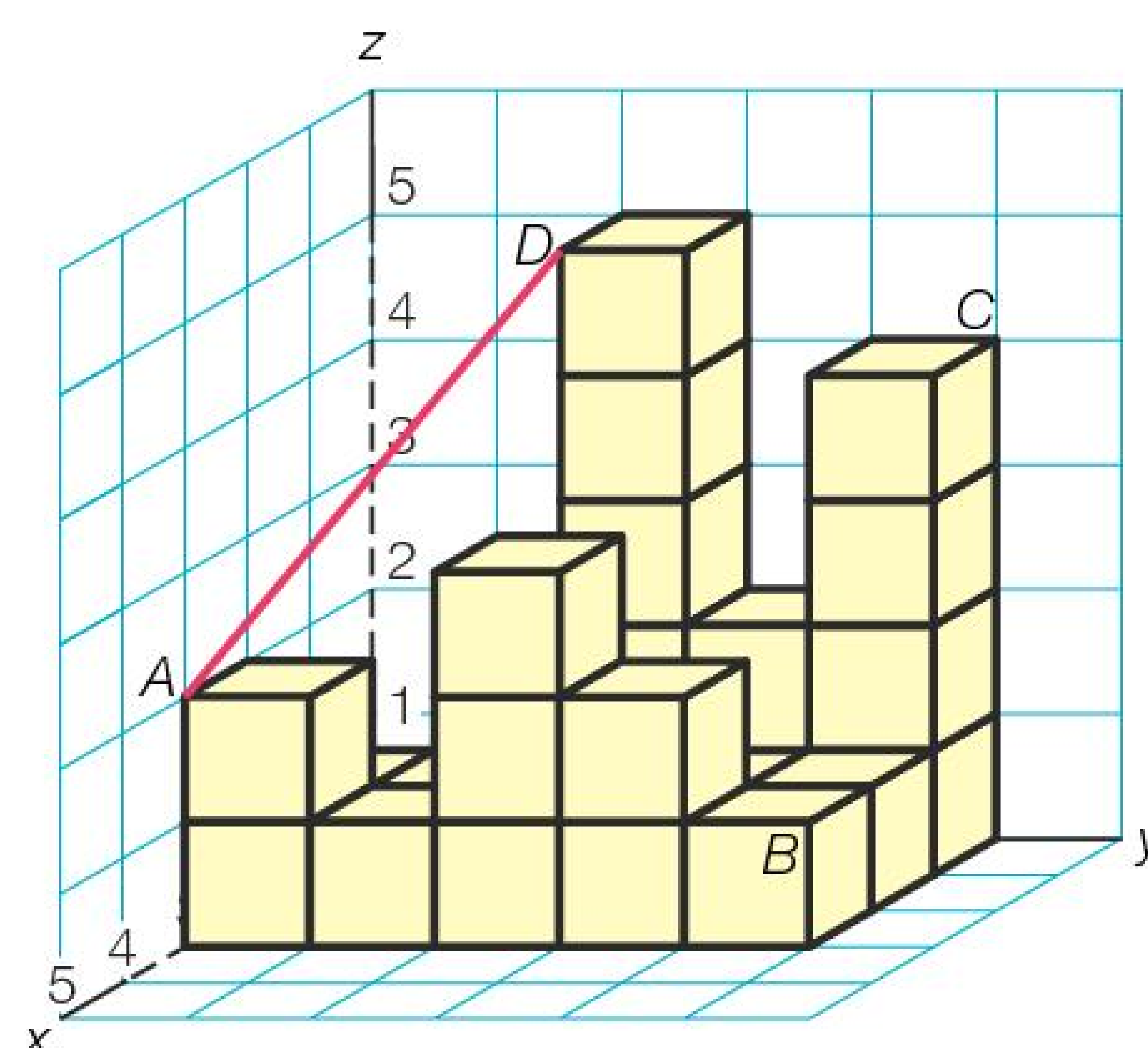
Hiernaast zie je het bovenaanzicht van een bouwwerk van kubussen met ribben van 1 cm.
In elk hokje staat het aantal kubussen dat op elkaar gestapeld is.

1	1	5	2	4
1	1	1	1	1
2	1	3	2	1

voor

14 C Teken het vooraanzicht van het bouwwerk.

15 C Teken het rechterzijaanzicht van het bouwwerk.



Het blokkenbouwwerk van de vorige opgave wordt getekend in een driedimensionaal assenstel. De linkerbovenhoek van het bovenaanzicht staat in de oorsprong. De coördinaten van punt *A* zijn (3, 0, 2)

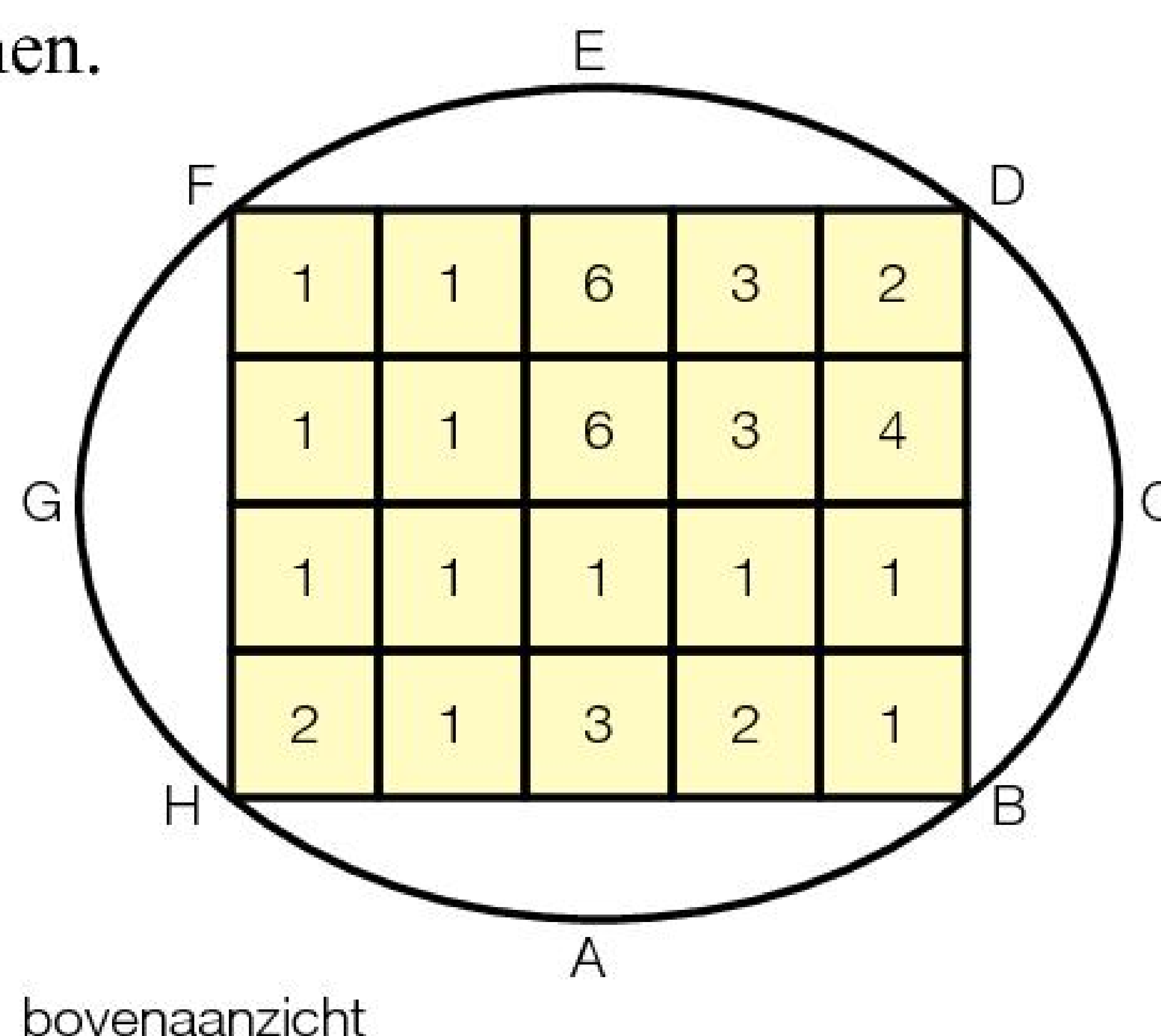
GT

16 N Schrijf de coördinaten op van de punten *B*, *C* en *D*.

17 K Van *A* naar *D* wordt een rode draad gespannen.
Bereken de lengte van die draad.
Rond af op één decimaal.

GT

Johan maakt een bouwwerk van dobbelstenen. Hiernaast zie je het bovenaanzicht.



bovenaanzicht

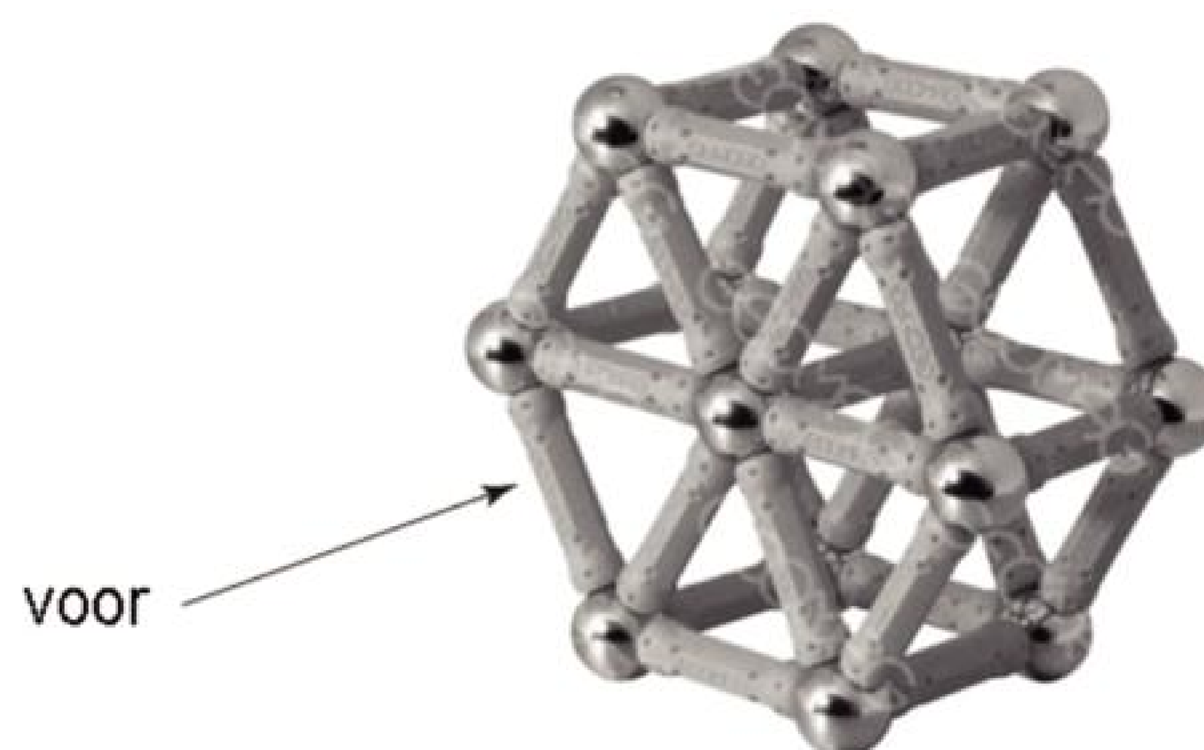
18 C Johan maakt een foto van het bouwwerk.
Op welke plaats heeft hij zijn camera neergezet? Kies uit A tot en met H.

19 C Johan haalt zo veel mogelijk dobbelstenen van het bouwwerk weg. Daarbij let hij er op dat het vooraanzicht en het rechterzijaanzicht niet veranderen.
Teken het nieuwe bovenaanzicht. Zet in elk vakje het aantal dobbelstenen dat Johan laat staan.



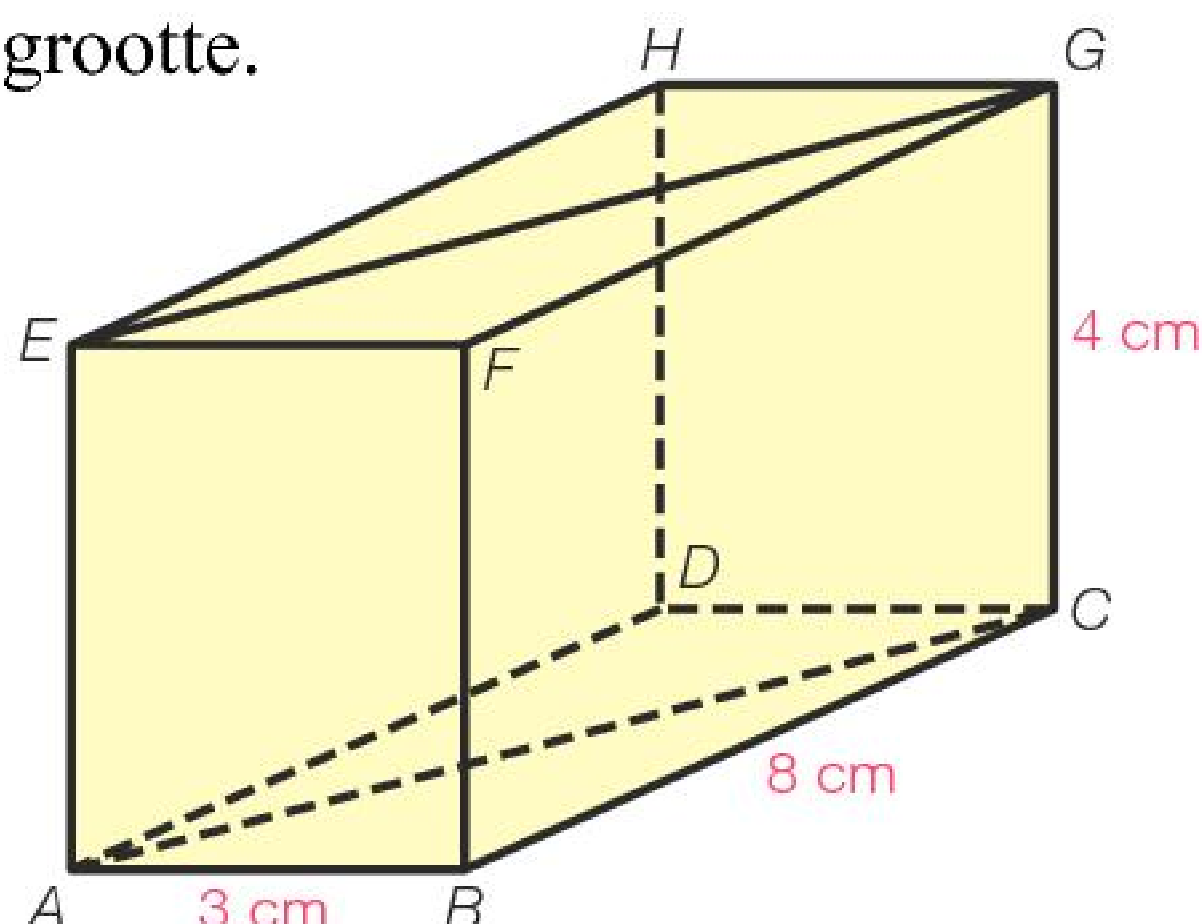
Magnetic

20 C [▸ WERKBOEK] In een doos Magnetic zitten magnetische staafjes en metalen knikkers. Met de staafjes en de knikkers kunnen figuren gemaakt worden. Alle staafjes hebben dezelfde lengte en alle knikkers zijn even groot. Met Magnetic kan de ruimtefiguur hiernaast worden gebouwd. In je werkboek is een begin gemaakt met het tekenen van het vooraanzicht van deze ruimtefiguur. Het midden van een knikker wordt voorgesteld door een punt. De afstand tussen twee punten is telkens 5 cm.
Maak het vooraanzicht verder af.



Balk

21 G,H Teken doorsnede *ACGE* van de balk op ware grootte.



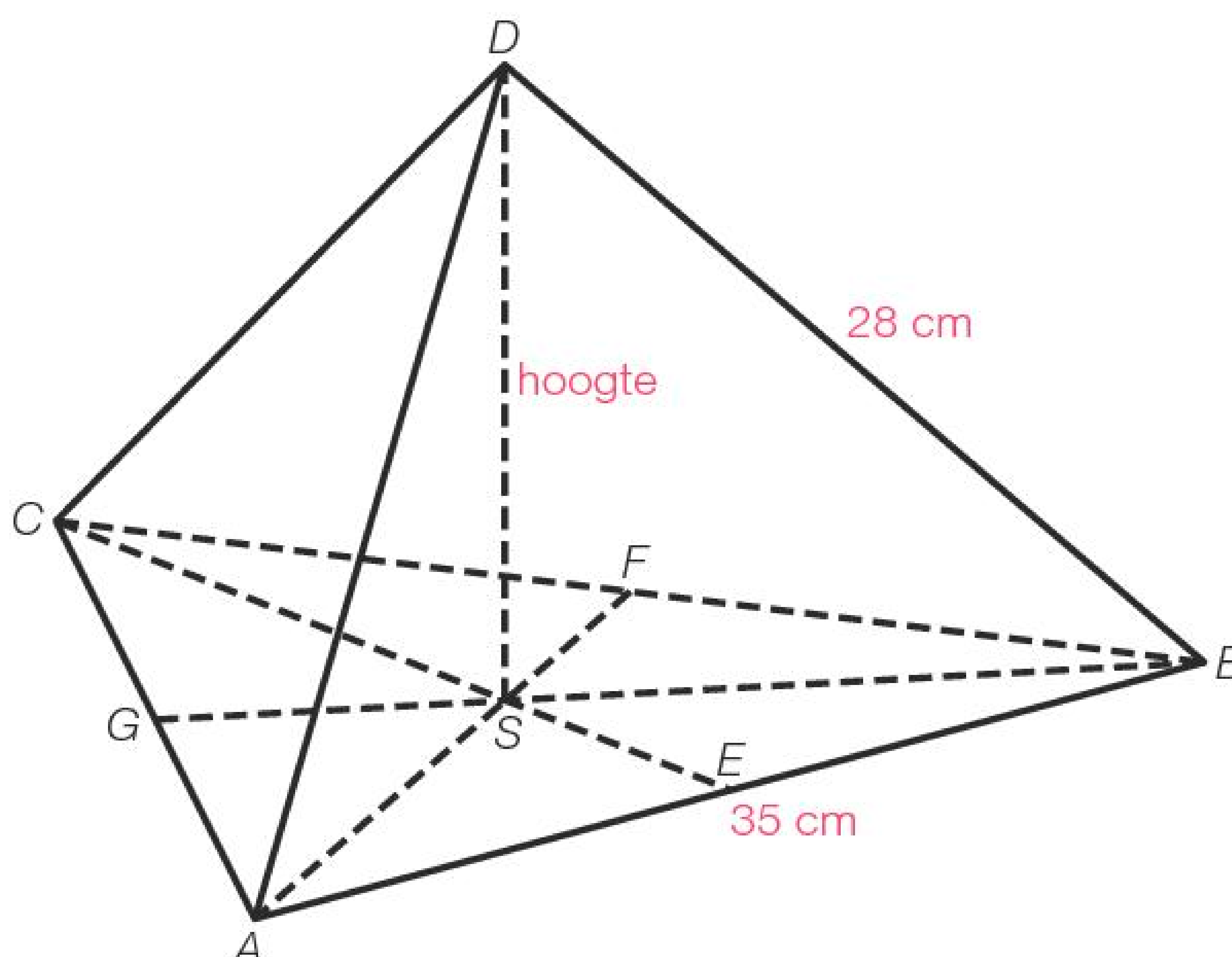
22 H Zijn alle diagonaalvlakken van de balk even groot? Leg je antwoord uit.

23 F De balk wordt doormidden gezaagd langs de doorsnede *ACGE*. Zo ontstaan twee prisma's. Eén van de prisma's wordt in zijn geheel met goudverf bedekt.
Hoeveel vierkante centimeter goudverf wordt gebruikt?

GT

Piramide

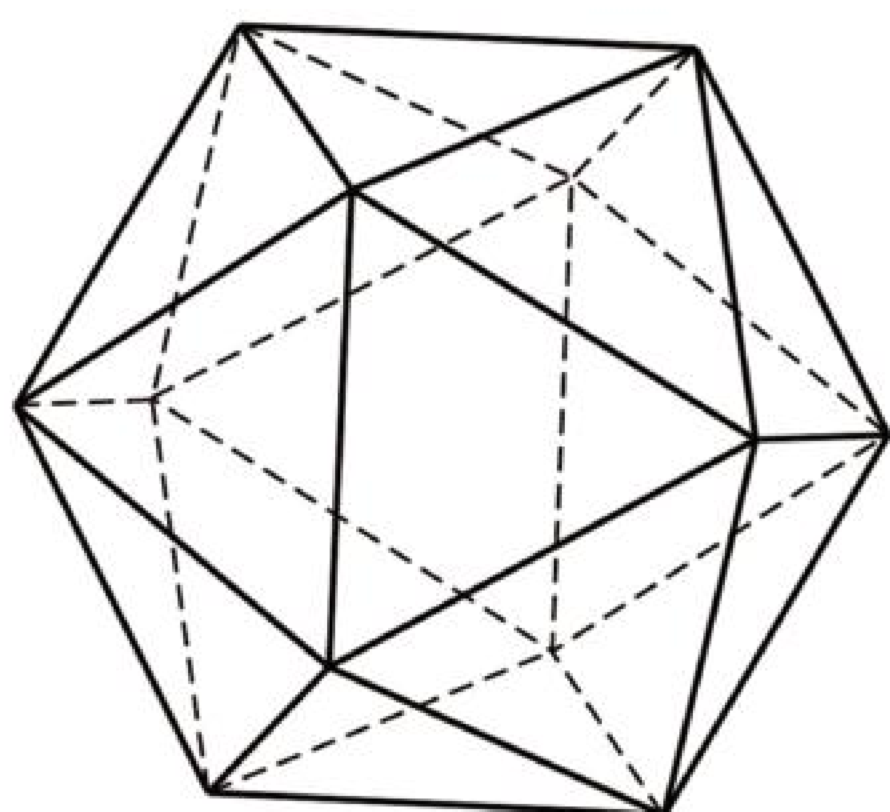
24 L,6M,6N Hiernaast zie je een piramide met de gelijkzijdige driehoek *ABC* als grondvlak. De opstaande ribben zijn 28 cm.
Bereken hoeveel centimeter de hoogte *DS* van de piramide is.
Rond af op hele centimeters.



GT

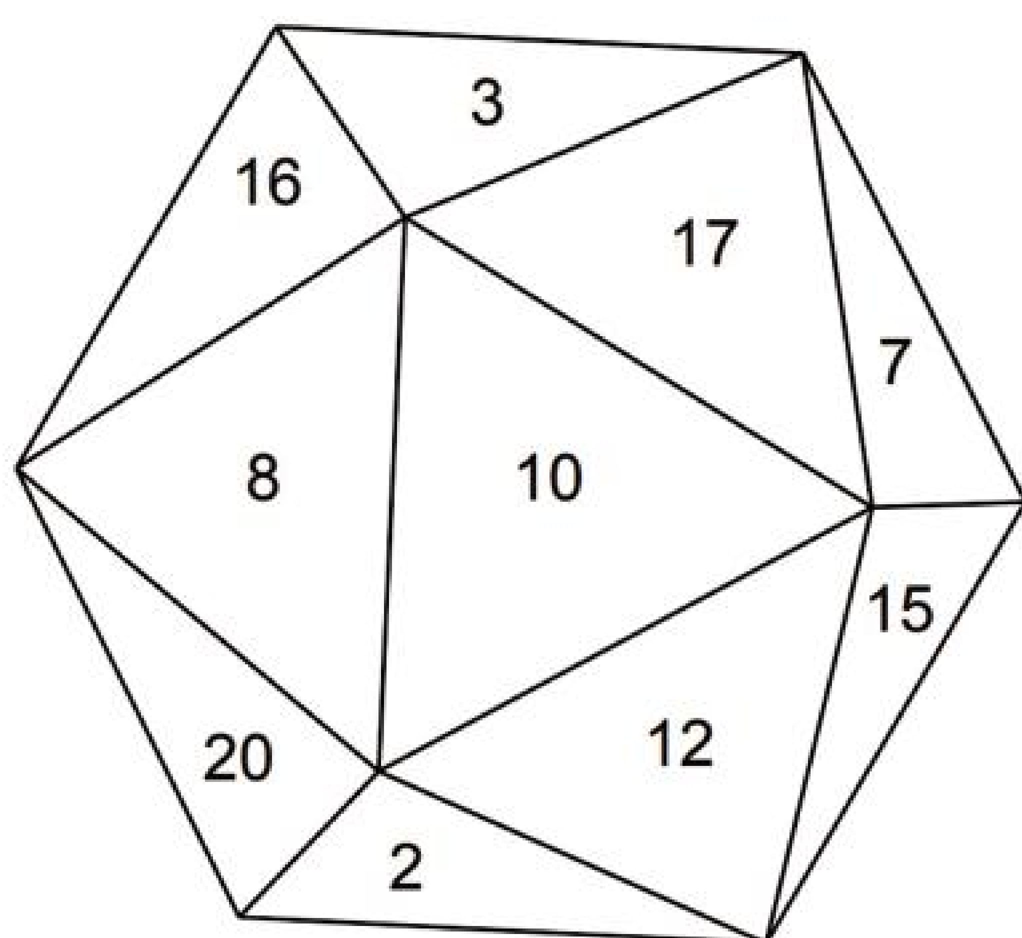
Twintigvlak

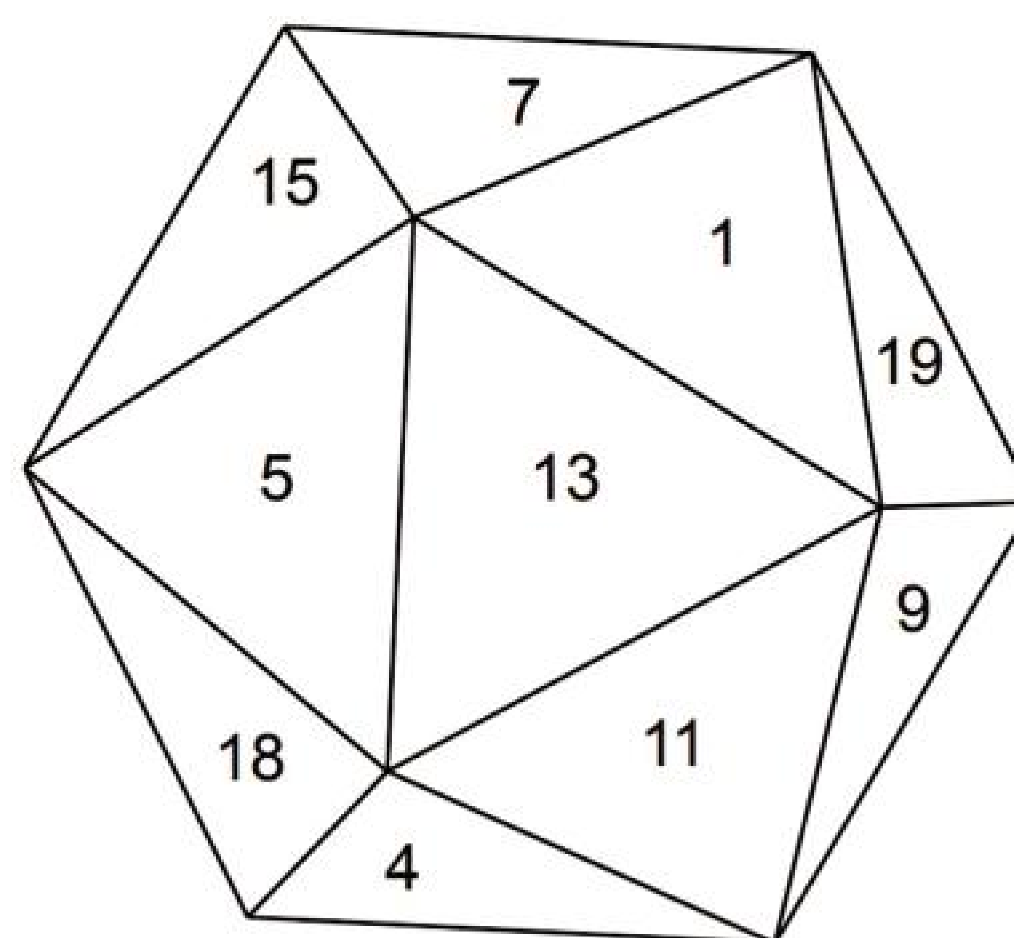
De ruimtefiguur hieronder bestaat uit 20 gelijkzijdige driehoeken. Het is een twintigvlak. Er bestaat ook een dobbelsteen in de vorm van een twintigvlak. Hieronder zie je een foto van zo'n dobbelsteen.



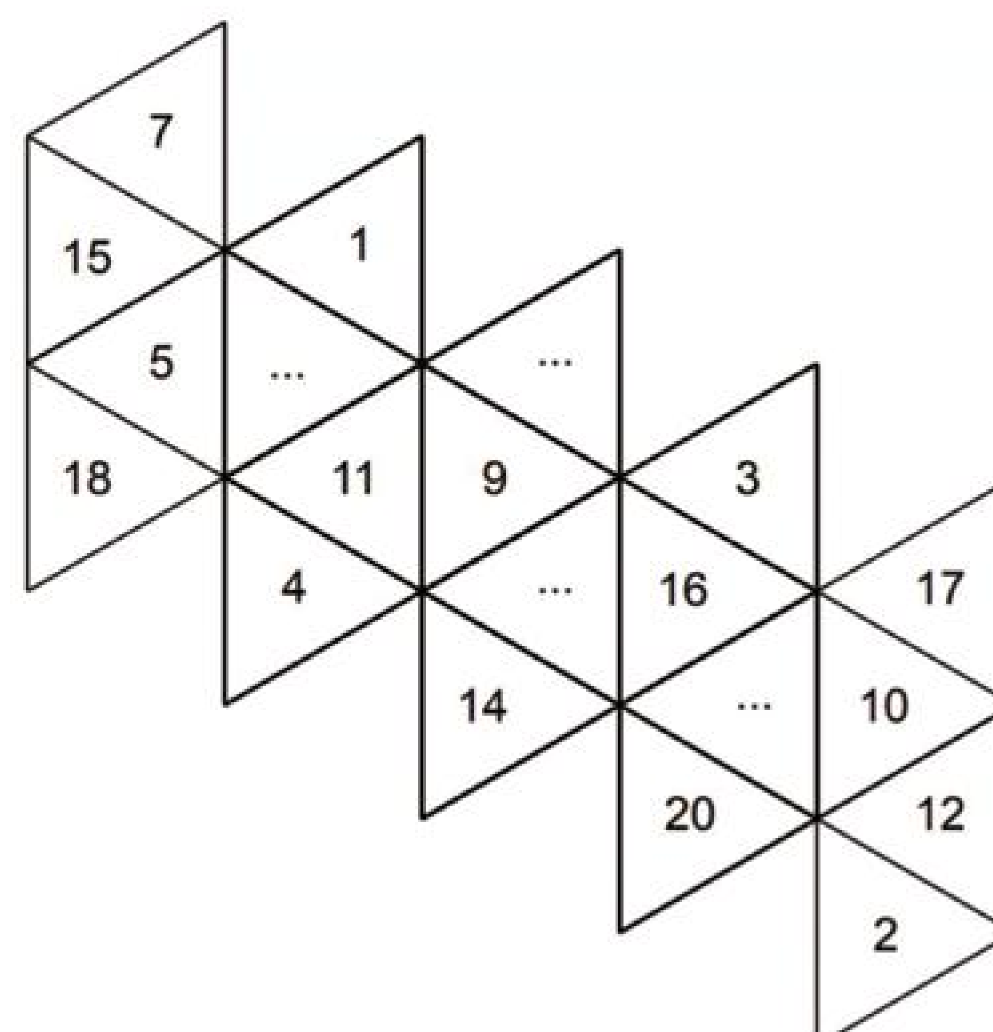


Onderstaande tekeningen laten deze dobbelsteen zien vanuit twee verschillende richtingen. Voor de duidelijkheid is de dobbelsteen zo gedraaid dat met deze twee tekeningen bijna alle getallen te zien zijn.





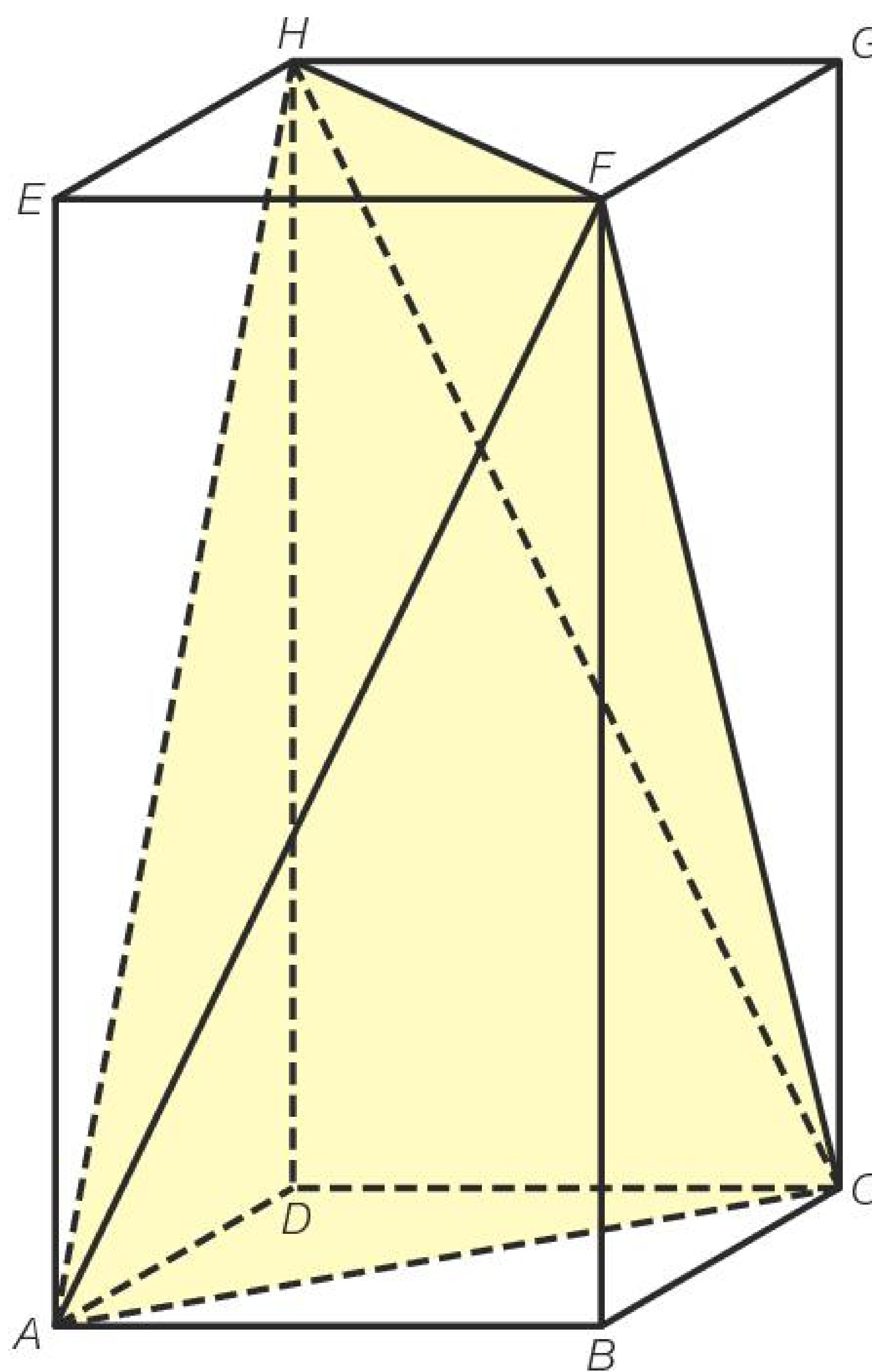
25 B [▸ WERKBOEK] In je werkboek staat een uitslag van deze dobbelsteen met getallen.
In deze uitslag ontbreken de getallen 6, 8, 13 en 19.
Zet in de uitslag deze getallen op de juiste plaats.



IJsje

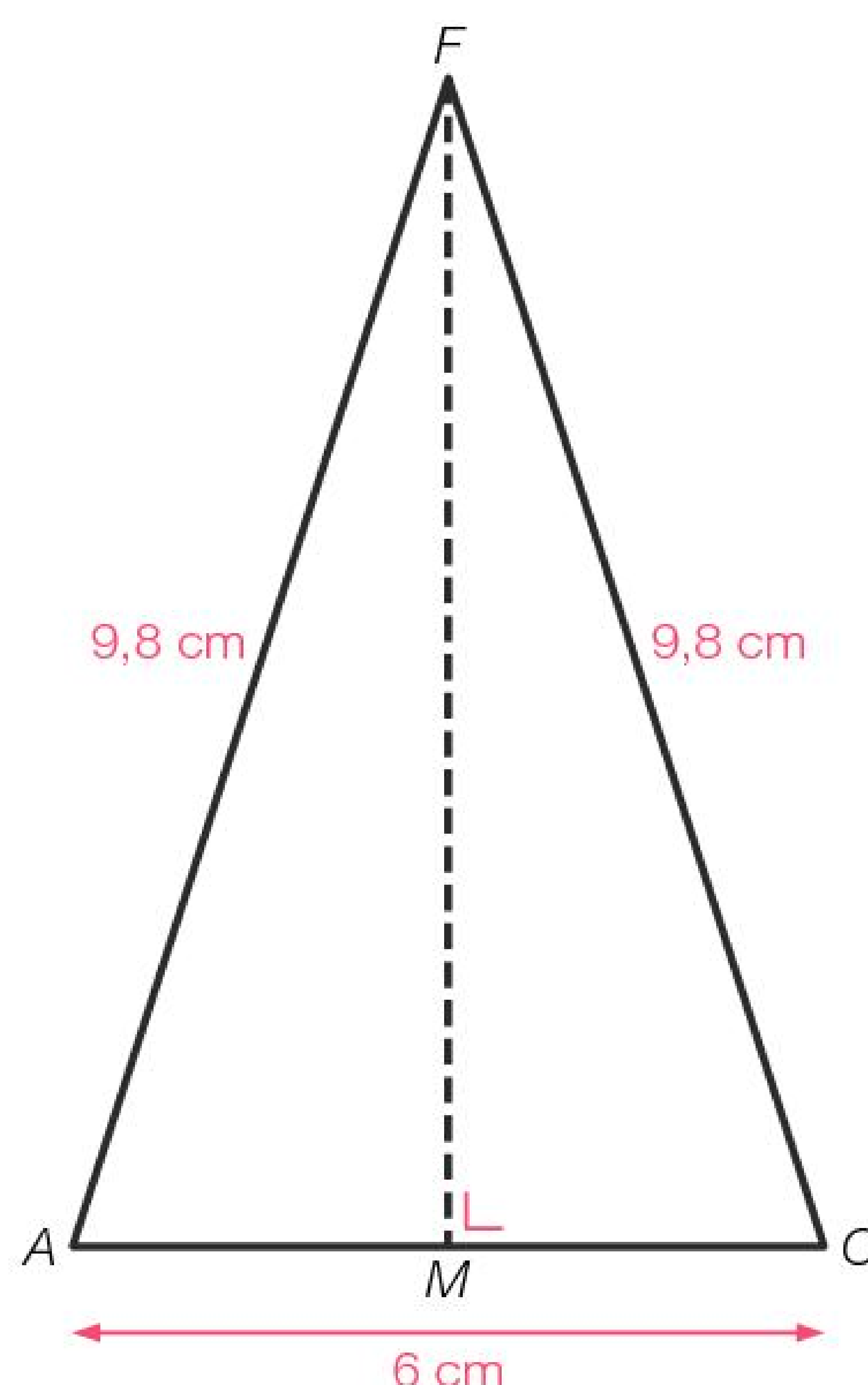
Hieronder zie je twee foto's van een ijsje. Het model van het ijsje past precies in balk *ABCD EFGH*, waarvan de vlakken *ABCD* en *EFGH* vierkant zijn. Het model bestaat uit vier even grote, gelijkbenige driehoeken *ACF*, *ACH*, *AFH* en *CFH*.
In deze driehoeken geldt $AF = AH = CF = CH = 9{,}8$ cm en $AC = FH = 6$ cm.





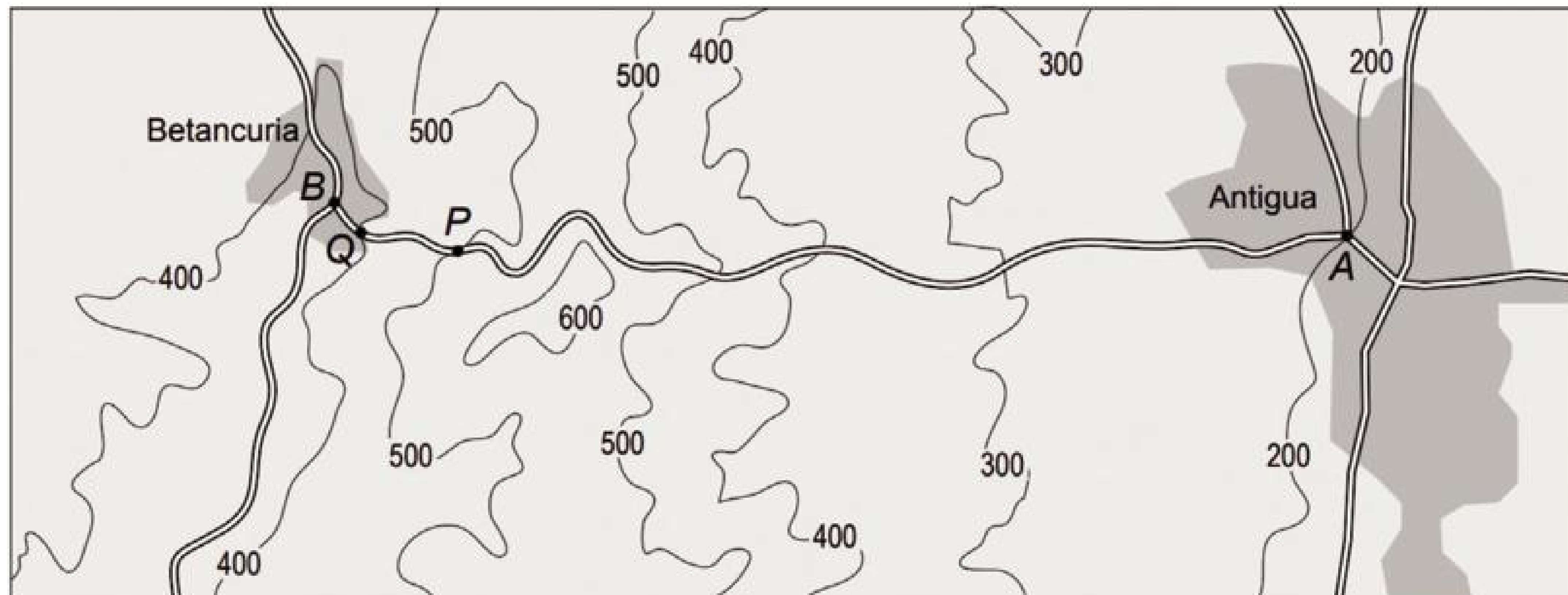
26 B [▸ WERKBOEK] Voor het maken van de verpakking wordt eerst een uitslag getekend en daarna de oppervlakte uitgerekend. In je werkboek is de uitslag getekend.
Zet bij alle hoekpunten in de uitslag de juiste letter.

27 F,6N,6R In driehoek *ACF* is de hoogte *FM* getekend.
Bereken hoeveel cm^2 de totale oppervlakte van de uitslag is. Rond af op gehelen.



Fuerteventura

Gerrit en Jeannette zijn op vakantie op het eiland Fuerteventura. Ze willen een wandeling gaan maken van Betancuria naar Antigua. Hieronder zie je een kaart van het gebied met daarop de wandelweg van punt B naar punt A. Op de kaart staan hoogtelijnen getekend, met daarbij de hoogte in meters boven de zeespiegel aangegeven.

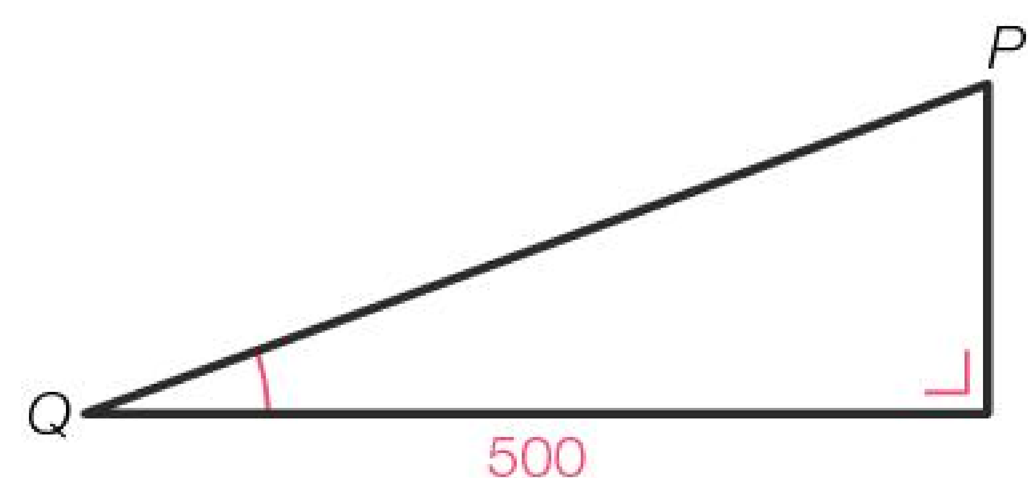


28 0 Punt B ligt op 380 m hoogte.
Hoeveel meter ligt punt A lager dan punt B?

29 0 [WERKBOEK] Op het hoogste punt van de wandeling maakt Jeannette een foto.
Kleur op de kaart het gedeelte van de wandelweg waar het hoogste punt van de wandeling kan liggen.

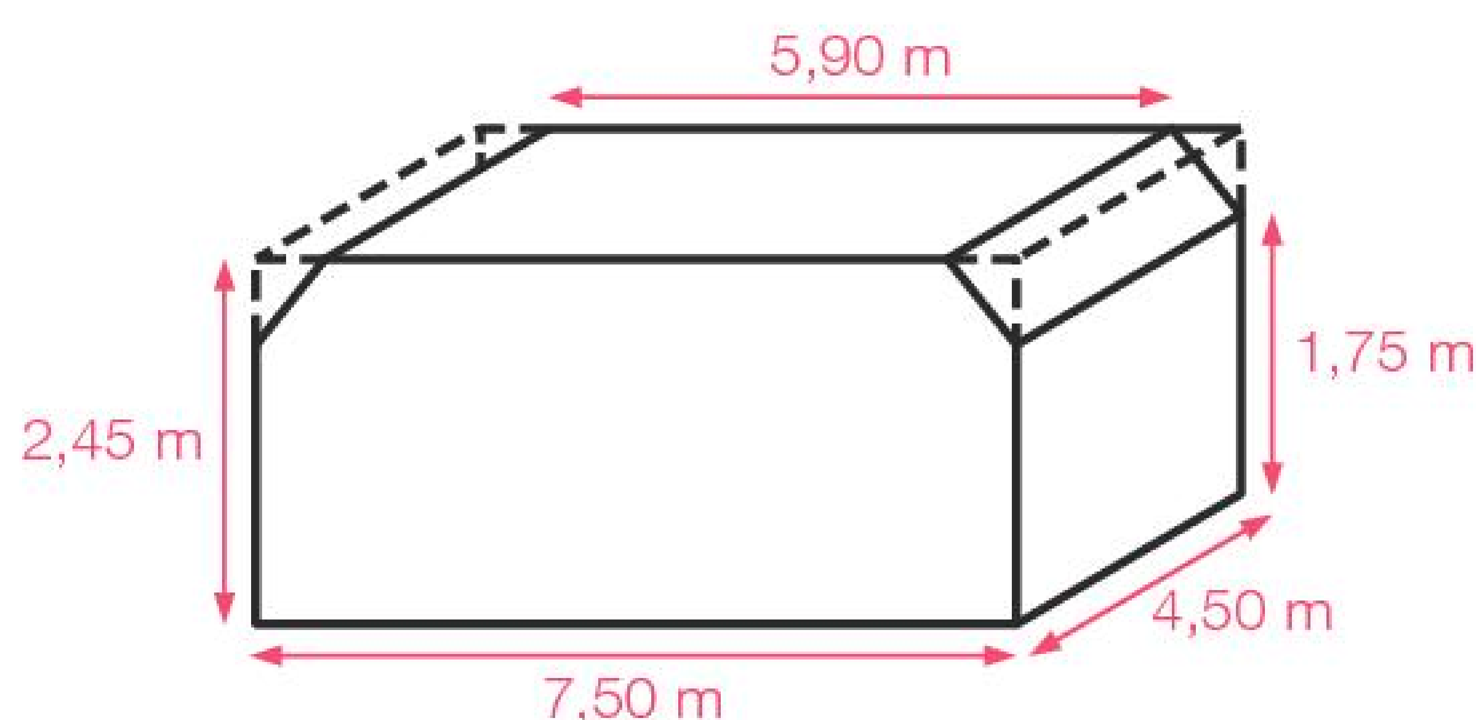


30 0,6L Het steilste stuk van de wandeling ligt tussen de punten Q en P en is overal even steil. De horizontale afstand is 500 m.
Bereken hoeveel graden hellingshoek Q is.



Boerderij

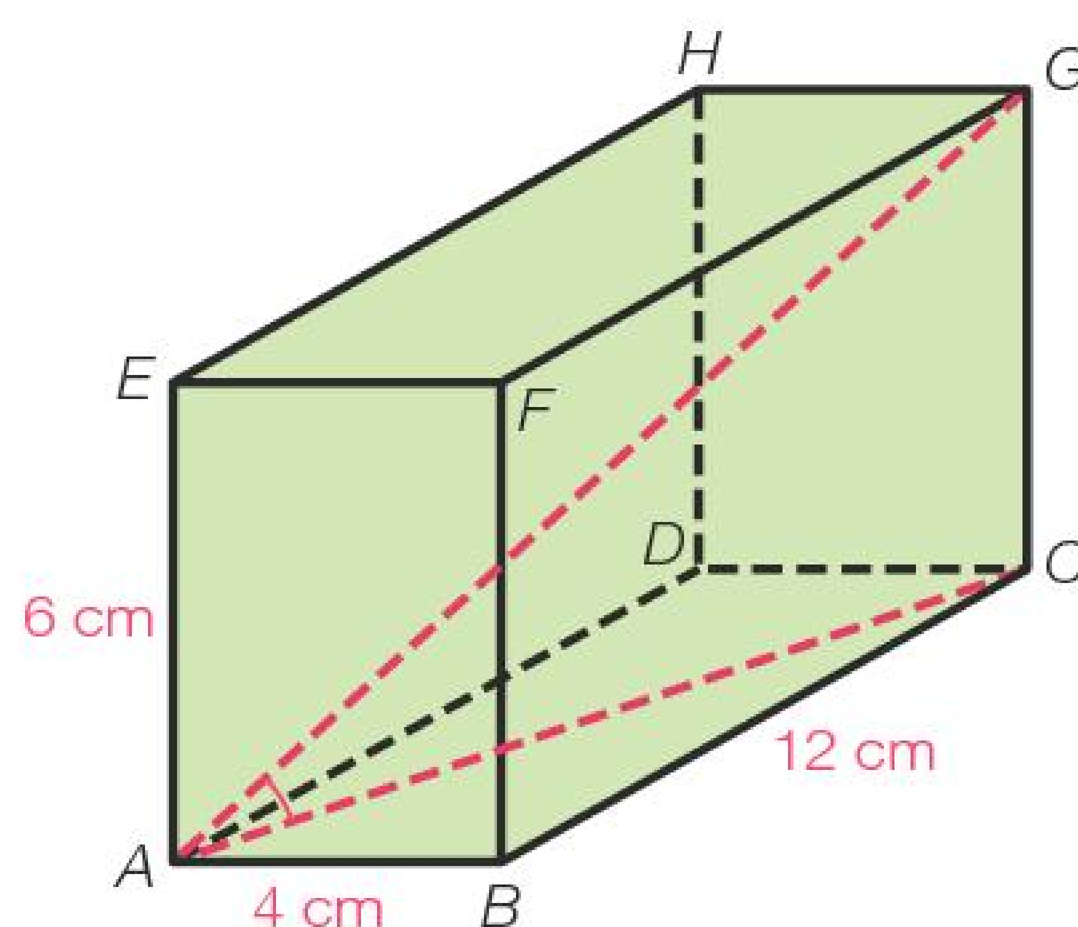
31 Q De familie Van Dam woont in een boerderij. De woonkamer van deze boerderij heeft de vorm van een prisma. Hiernaast staat een tekening van deze woonkamer. Laat met een berekening zien dat de inhoud van deze kamer afgerond 80 m^3 is.



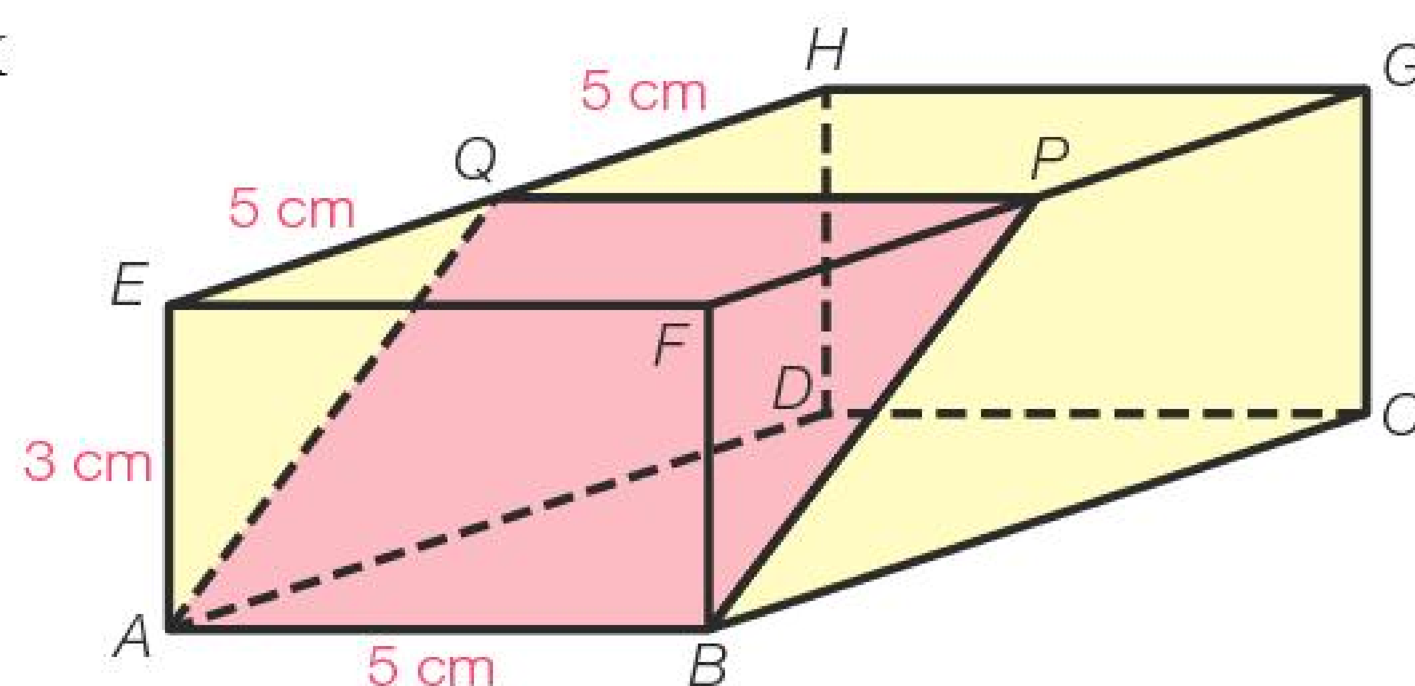
GT

Berekeningen in de ruimte

32 J,L Van de balk *ABCD EFGH* is $AB = 4$ cm, $BC = 12$ cm en $AE = 6$ cm. Bereken hoek $\angle CAG$.



33 I Teken de doorsnede *ABPQ* van de balk op ware grootte.

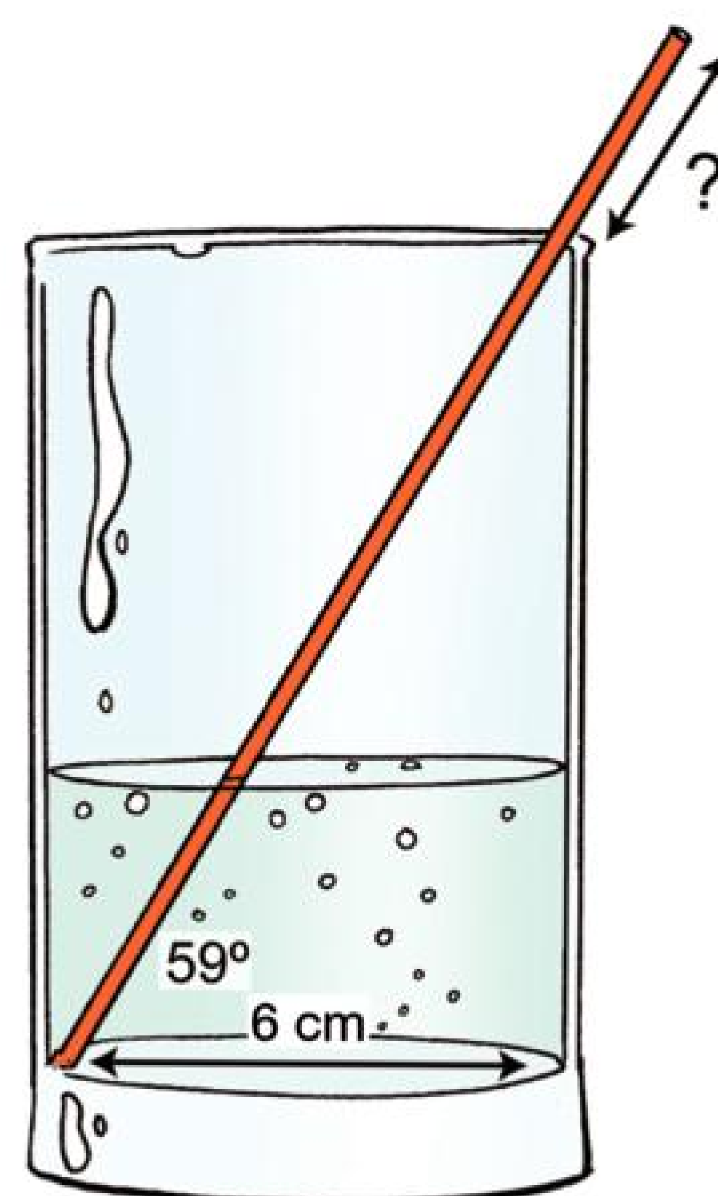


Glas

Een rietje van 15 cm staat in een glas. Het rietje maakt een hoek van 59° met de bodem. De middellijn van het grondvlak is 6 cm.

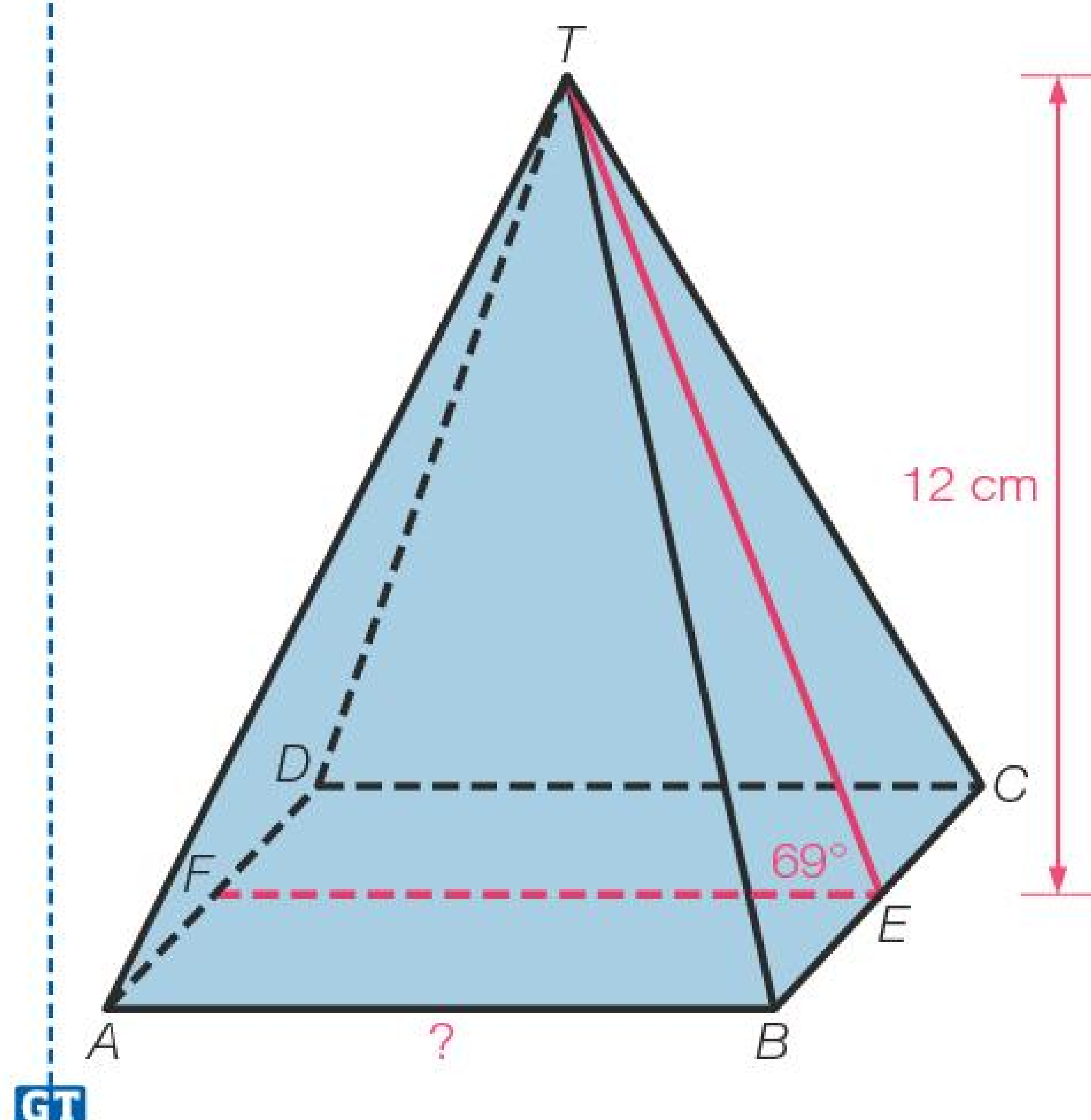
34 L Hoeveel centimeter van het rietje steekt boven het glas uit? Rond af op één decimaal.

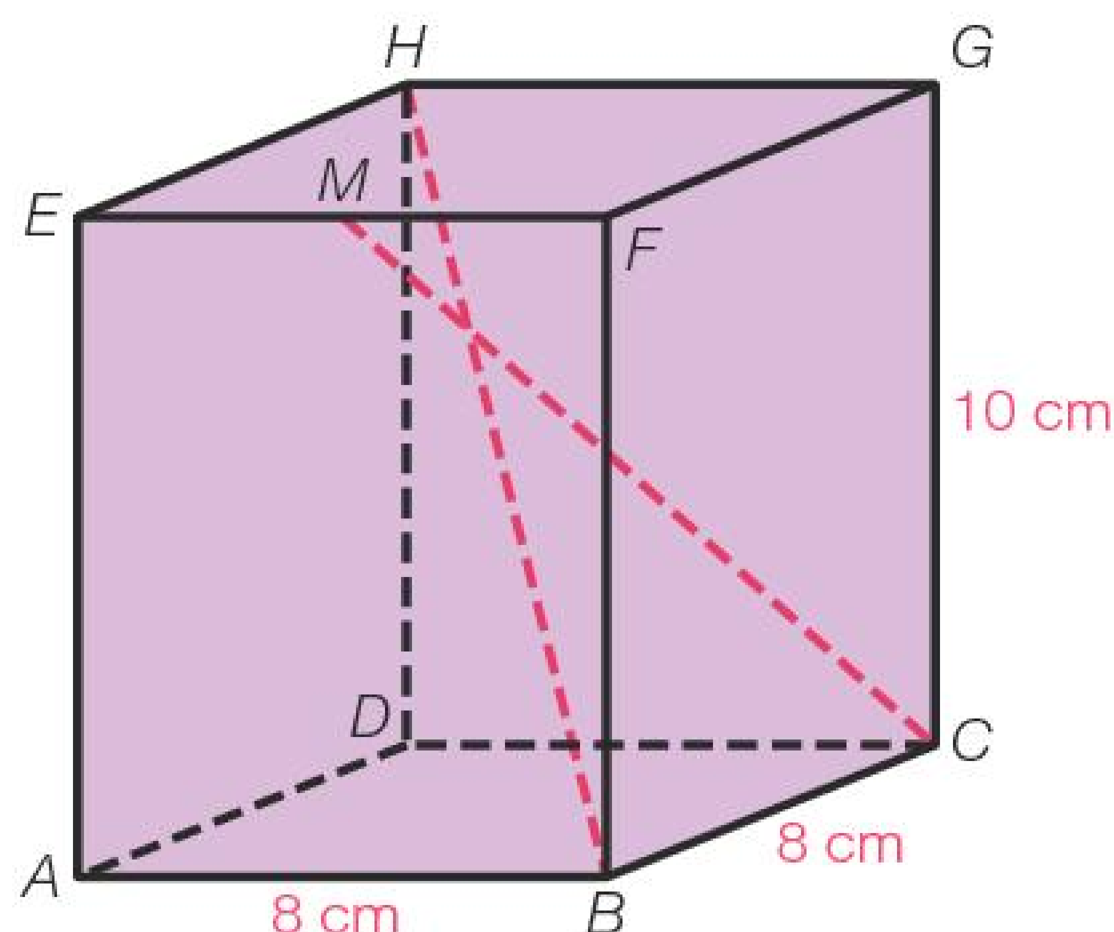
35 L Hoe hoog is het glas? Rond af op hele centimeters.



Lijnstukken berekenen

36 L,6M
De piramide is 12 cm hoog. $\angle FET = 69°$.
Bereken AB. Rond af op één decimaal.





GT

Van de balk $ABCD\ EFGH$ is het grondvlak een vierkant met zijden van 8 cm.
De hoogte is 10 cm.

37 J
Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal BH. Rond af op één decimaal.

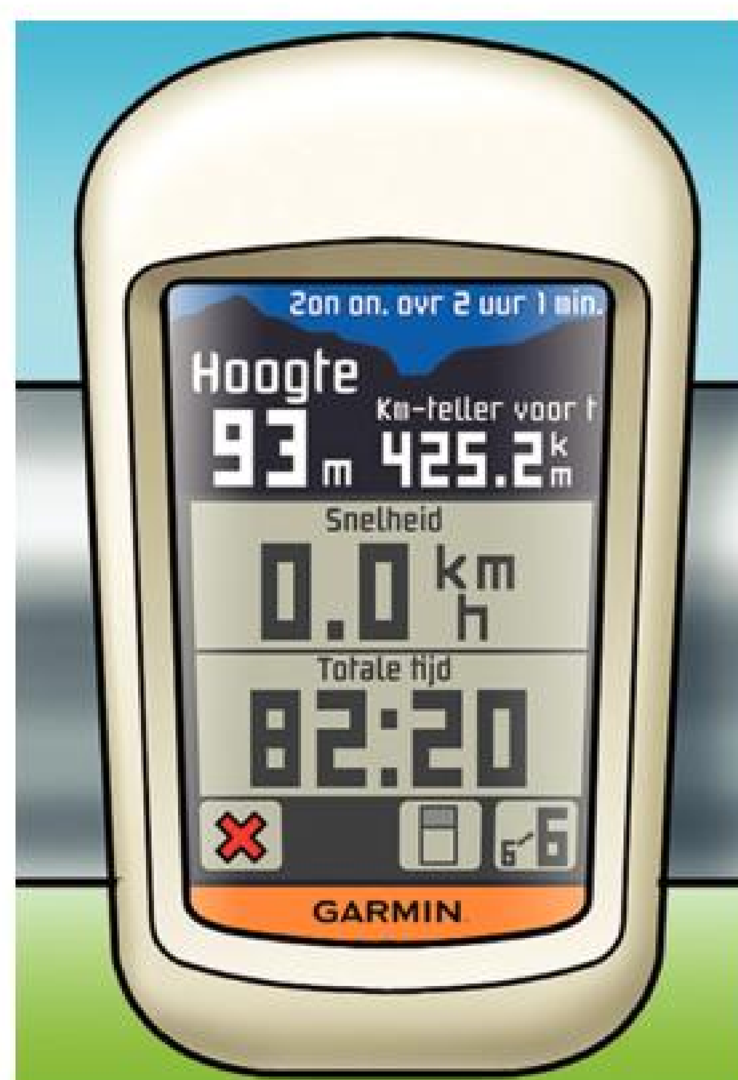
GT

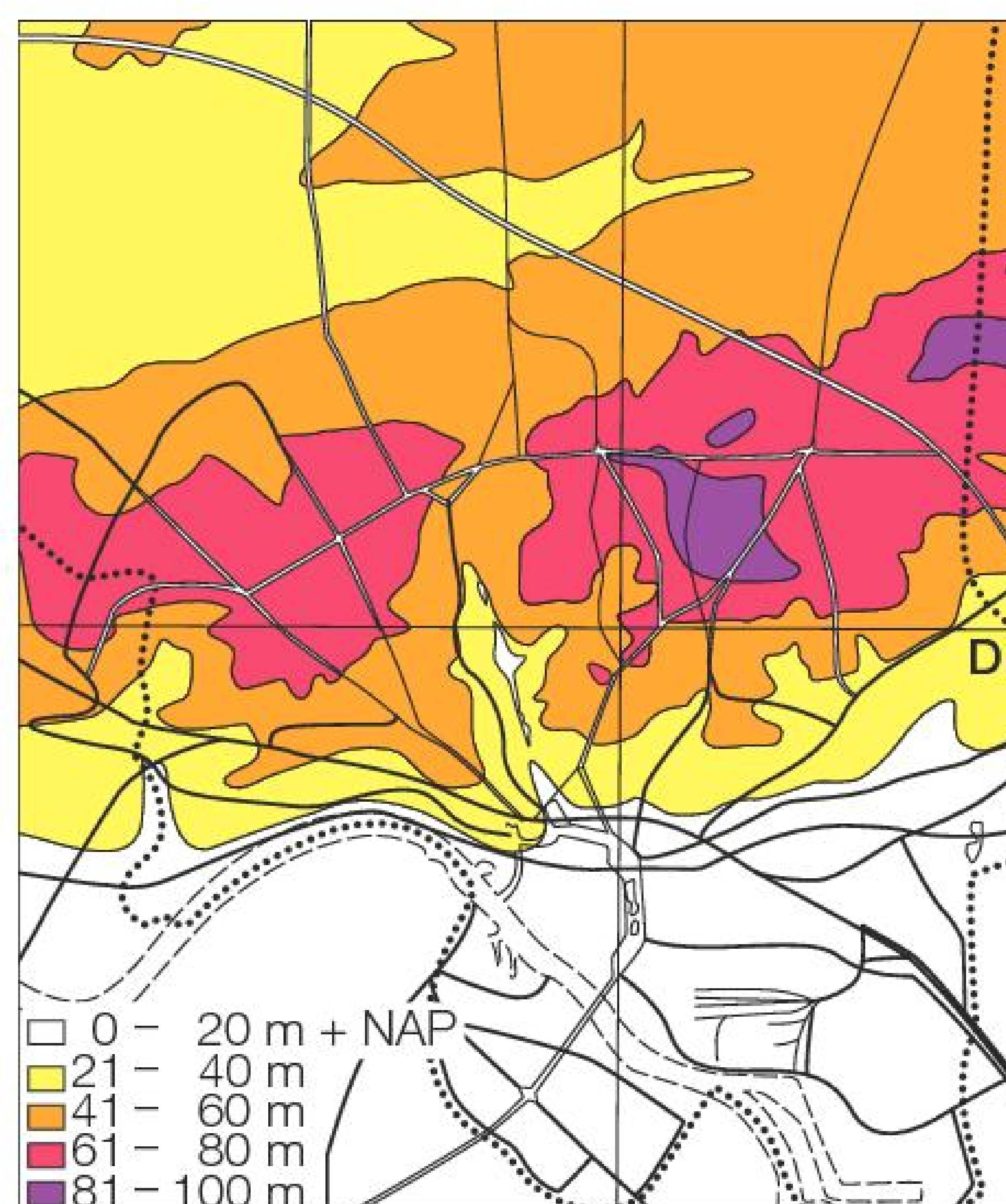
38 K
M is het midden van de ribbe EF van de balk.
Bereken de lengte van CM. Rond af op één decimaal.

GT

Hoogte

Jessica heeft een navigatieapparaat met veel functies. Zij kan er onder meer op zien op welke hoogte zij is.





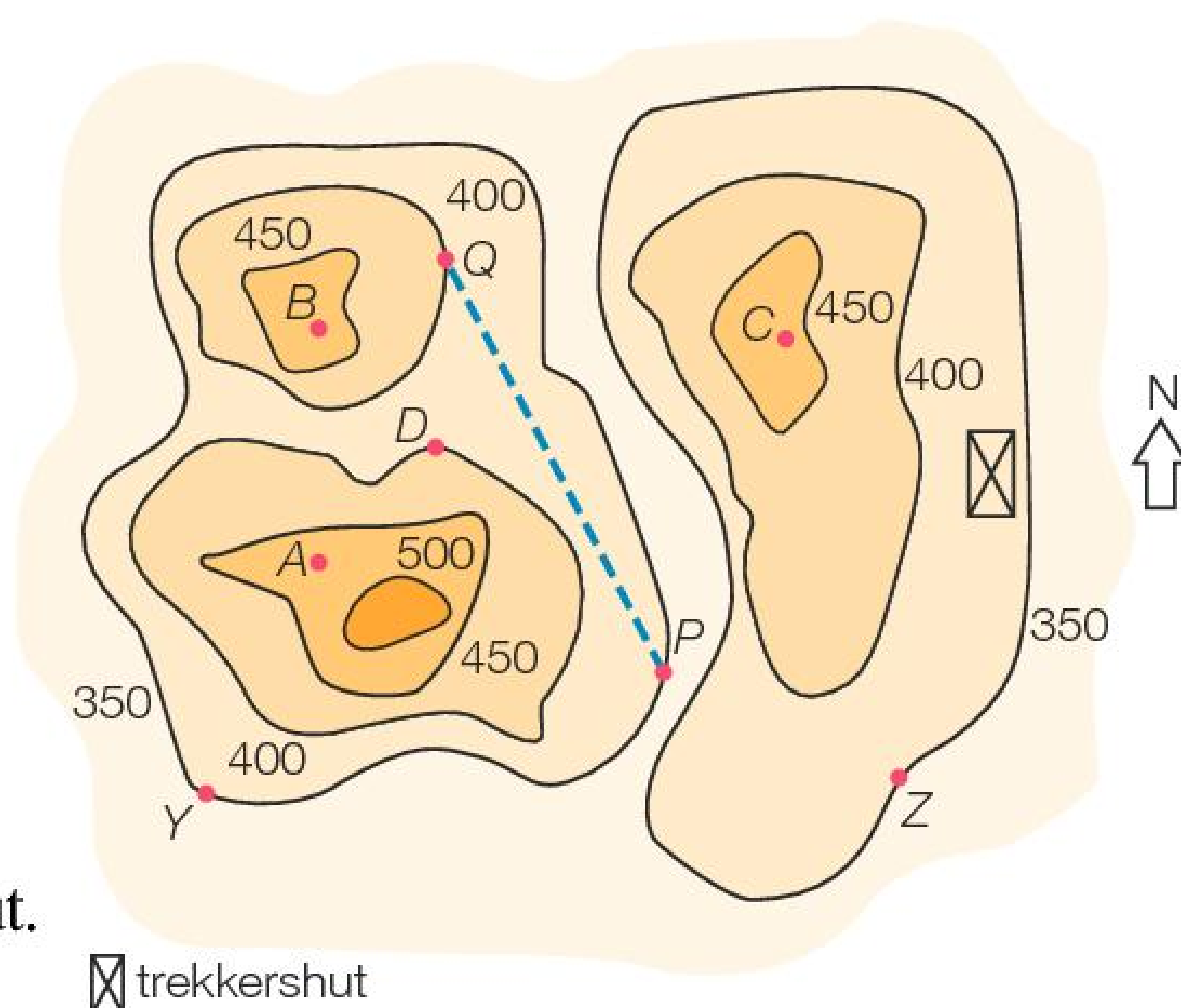
Op een dag wandelt Jessica op de Veluwezoom. Je ziet het kaartje met hoogtelijnen daarvan op de vorige bladzijde. Tijdens een rust kijkt Jessica op haar navigatieapparaat.

39 0 [▸ 📖 WERKBOEK] Zet een kruisje op een plaats van de kaart waar zij op dat moment kan zijn.

40 0 Hoeveel meter is het verschil tussen de hoogtelijnen op het kaartje van de Veluwezoom?

Hoogtelijnenkaart

Hans loopt op een pad van P naar Q. De afstand is 203,1 m. Het pad is overal even steil.



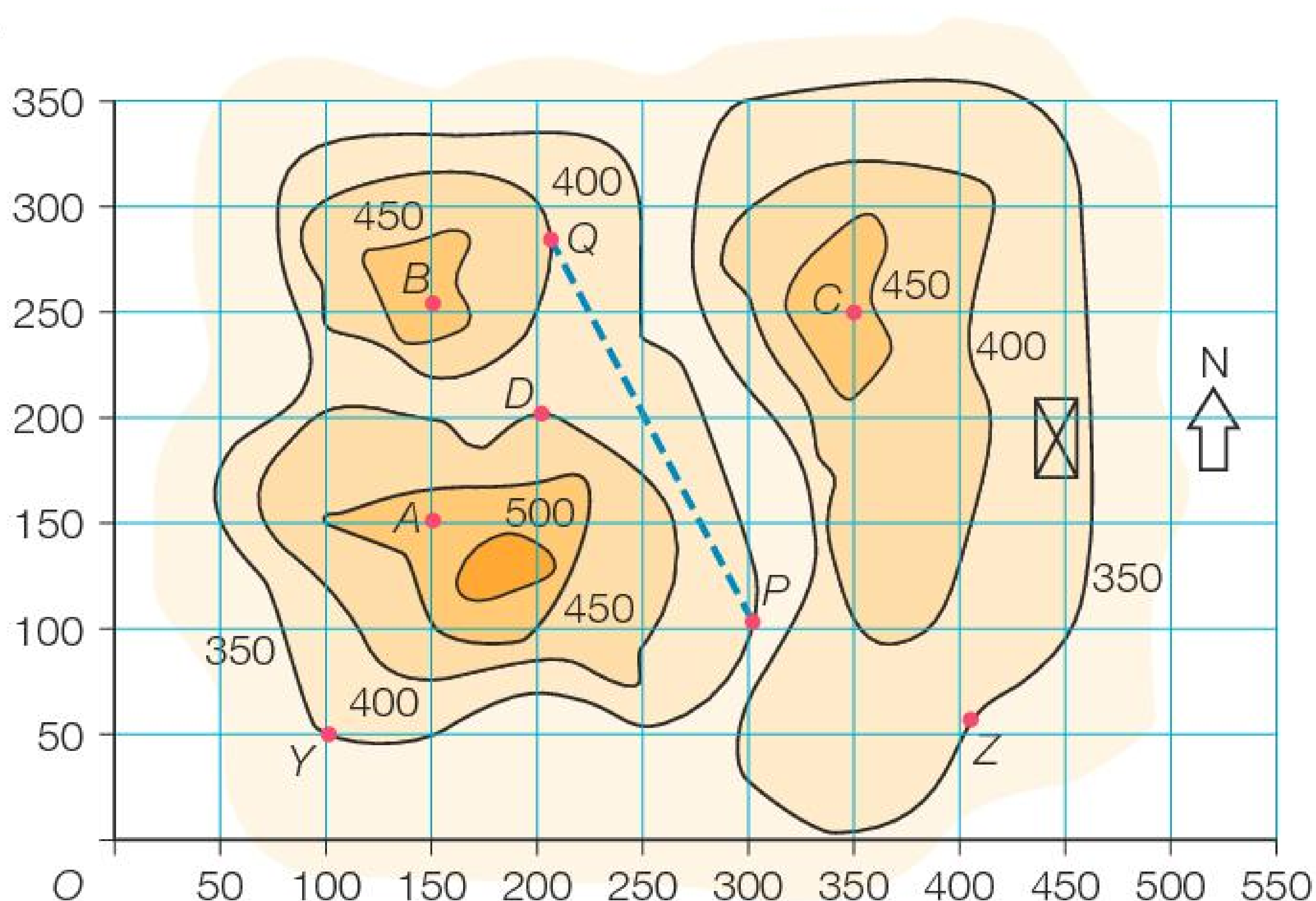
41 0 Wat weet je van de hoogte van het hoogste punt van het pad?

42 0,6L Bereken de hellingshoek van het pad van P naar Q.

43 0 Rechts op de kaart zie je een trekkershut. Rienk staat in punt Y. Kan Rienk de trekkershut zien?

44 P [▸ 📖 WERKBOEK] Teken de verticale doorsnede van B naar C.

45 M Rienk heeft een raster over de hoogtelijnenkaart gelegd. Hij kan punt A omschrijven als $A(150, 150, 470)$. Schrijf de coördinaten van punt D op.



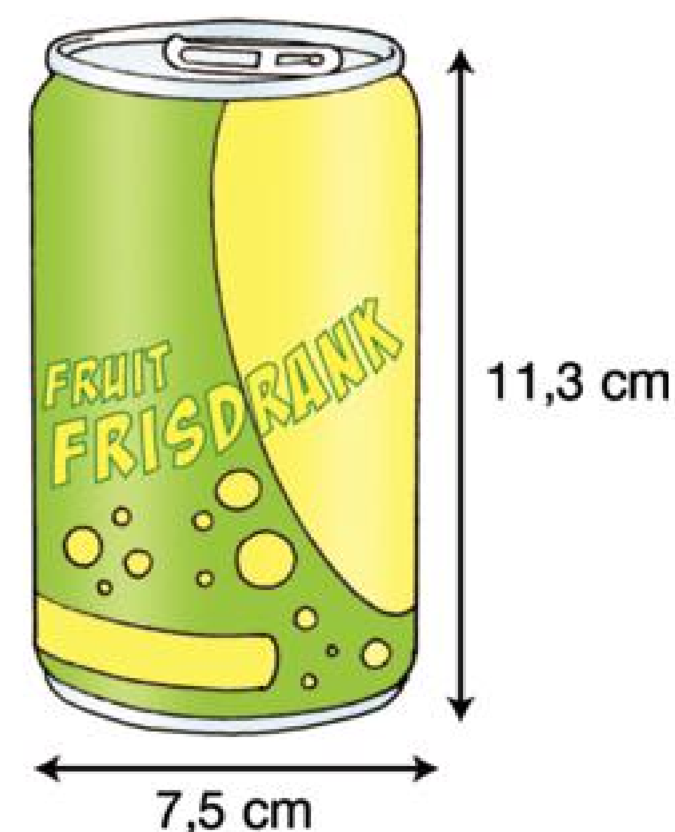
GT

46 J,N Tussen P en C komt een kabelbaan. C ligt op een hoogte van 480 m. Bereken de lengte van de kabelbaan. Rond af op hele meters.

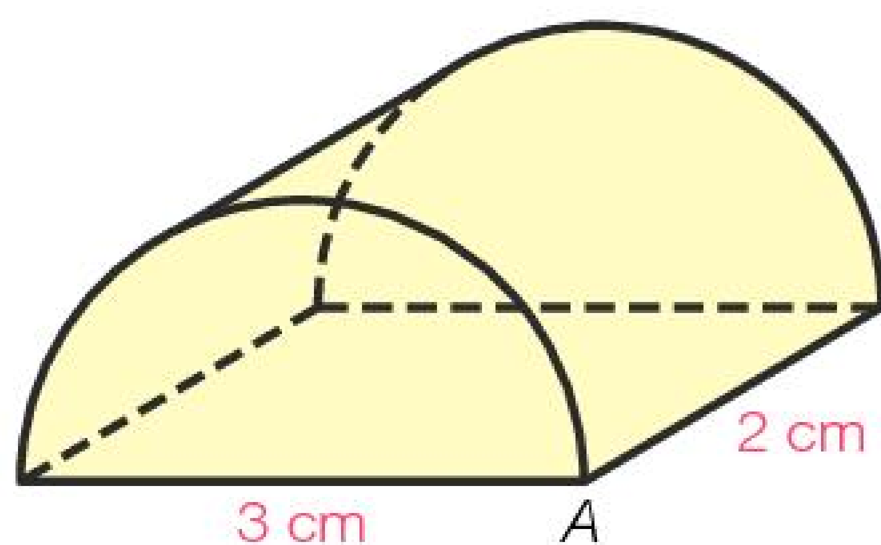
GT

Inhoud

47 (0,5T) Bereken de inhoud van het blikje frisdrank in liters. Rond af op één decimaal.



48 (Q) Bereken de inhoud van de ruimtefiguur hieronder. Rond af op hele cm^3.



Piramide

De Pyramide van Austerlitz, in de provincie Utrecht, is gemaakt van aarde. De oorspronkelijke piramide was 40 m hoog. Het grondvlak is een vierkant. Als je beneden om de piramide heen loopt is dat een wandelingetje van 300 m.



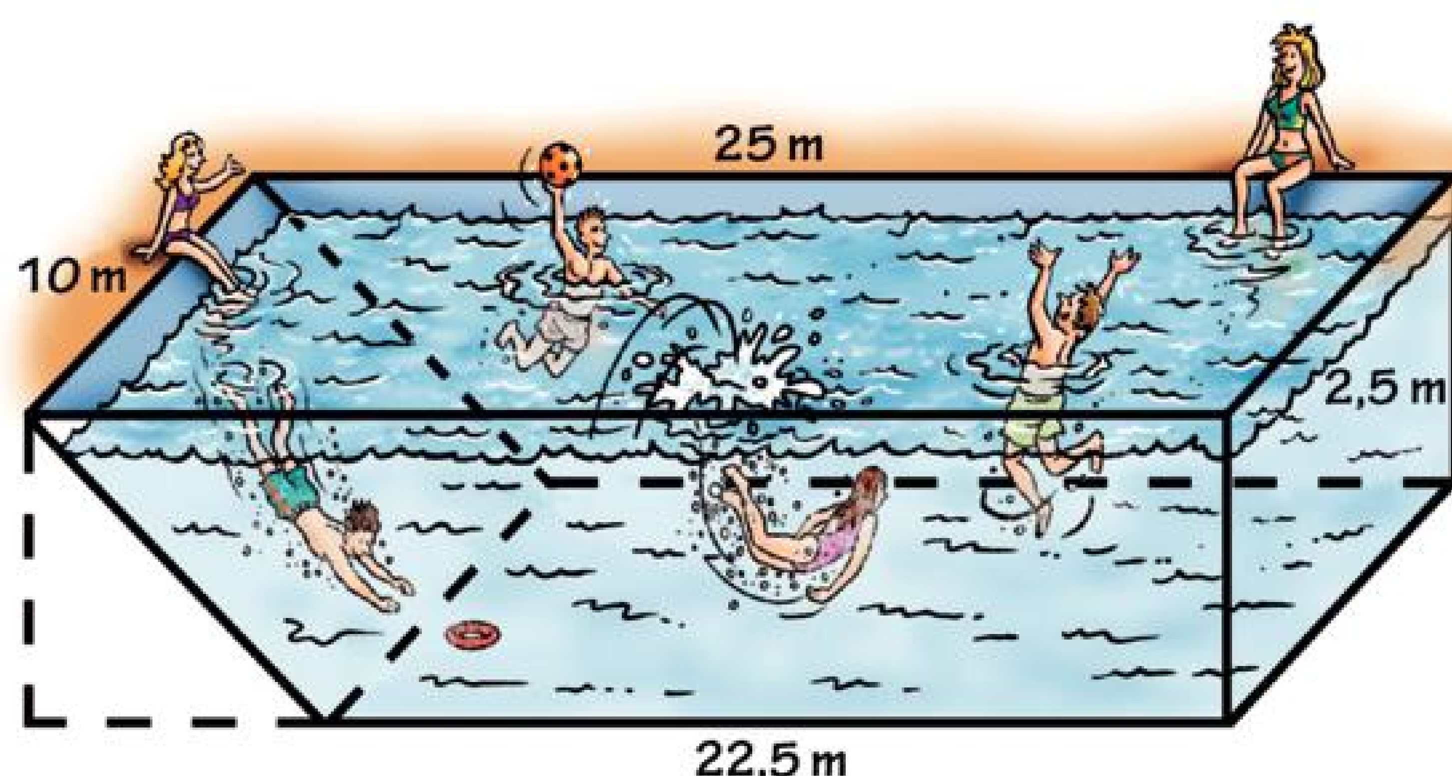
49 (Q) Hoeveel kubieke meter aarde is gebruikt om de piramide te maken?

GT

50 (R) Je ziet op de foto dat het topje van de aarden piramide is weggehaald. Op het platte stukje is een obelisk neergezet. De hoogte van het weggehaalde topje is 4 m. Hoeveel kubieke meter grond is nog over?

GT

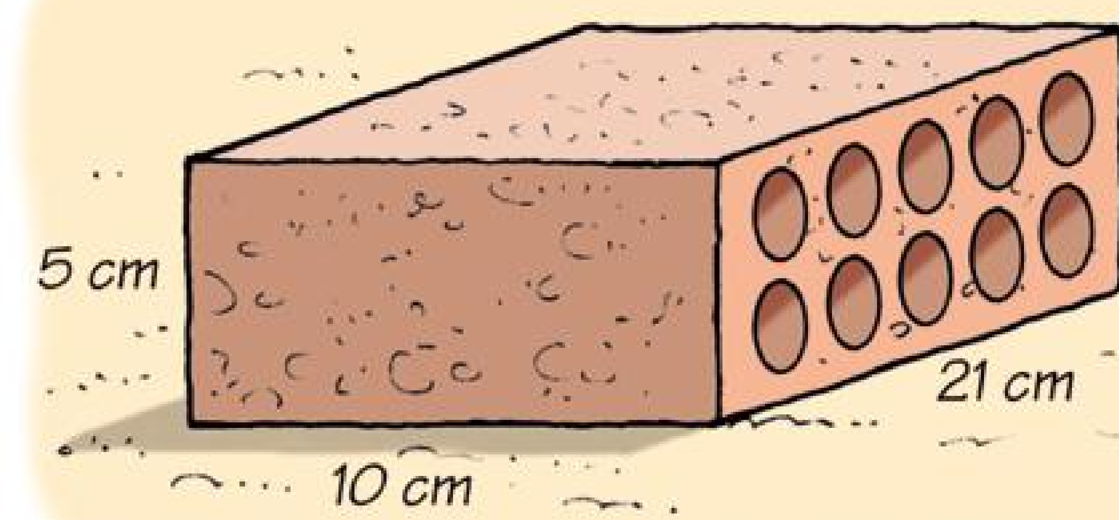
Zwembad



51 (0,5T) Het zwembad wordt tot de rand gevuld. Hoeveel liter water zit er dan in het bad?

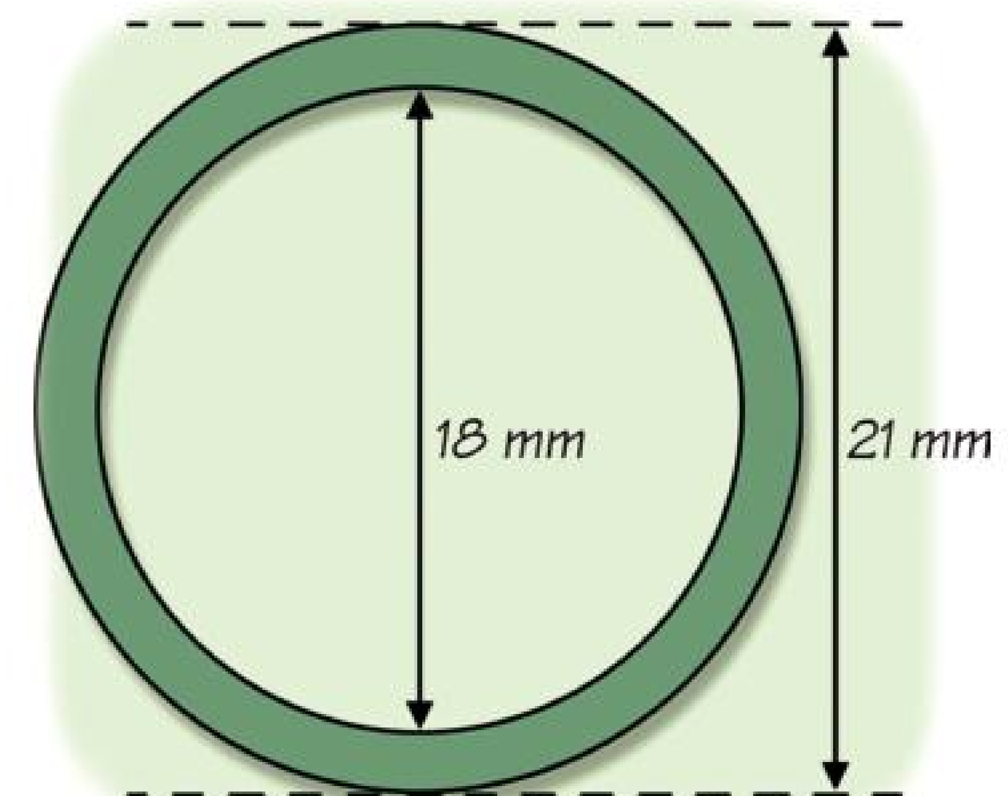
Steenfabriek

52 Q,5R Bij de steenfabriek maken ze bakstenen met cilindervormige openingen. De bakstenen zijn 21 bij 10 bij 5 cm. De openingen hebben een diameter van 15 mm.
Hoeveel cm^3 klei bevat één baksteen?
Rond af op hele kubieke centimeters.



Tuinslang

Edo heeft een tuinslang van 15 m lang. De diameter van de slang zie je in de tekening.

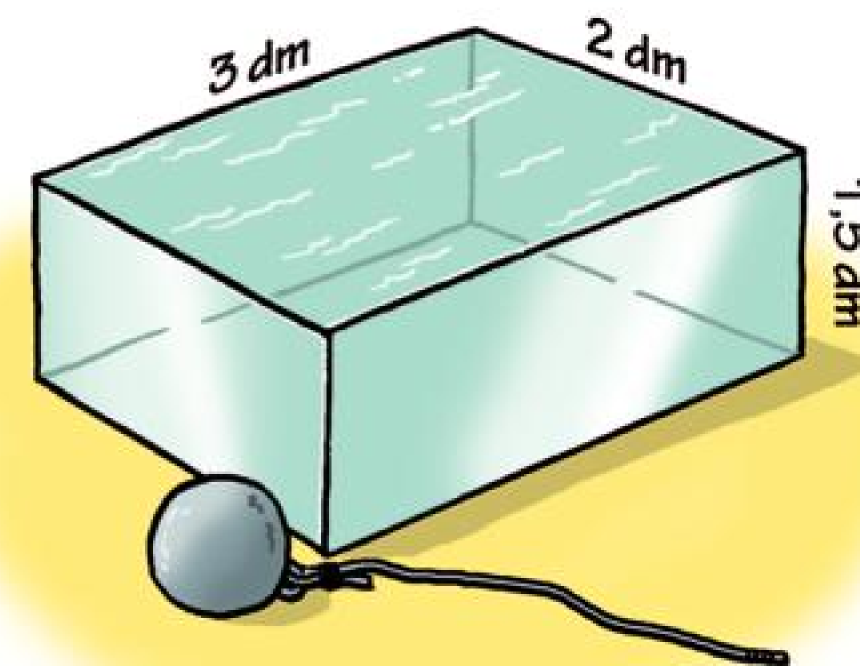


53 Q,5R Hoeveel liter water zit er in een volle slang?
Rond af op twee decimalen.

54 Q,5R,5T De tuinslang is gemaakt van tricoflex.
Hoeveel cm^3 tricoflex is gebruikt voor deze slang? Rond af op hele cm^3.

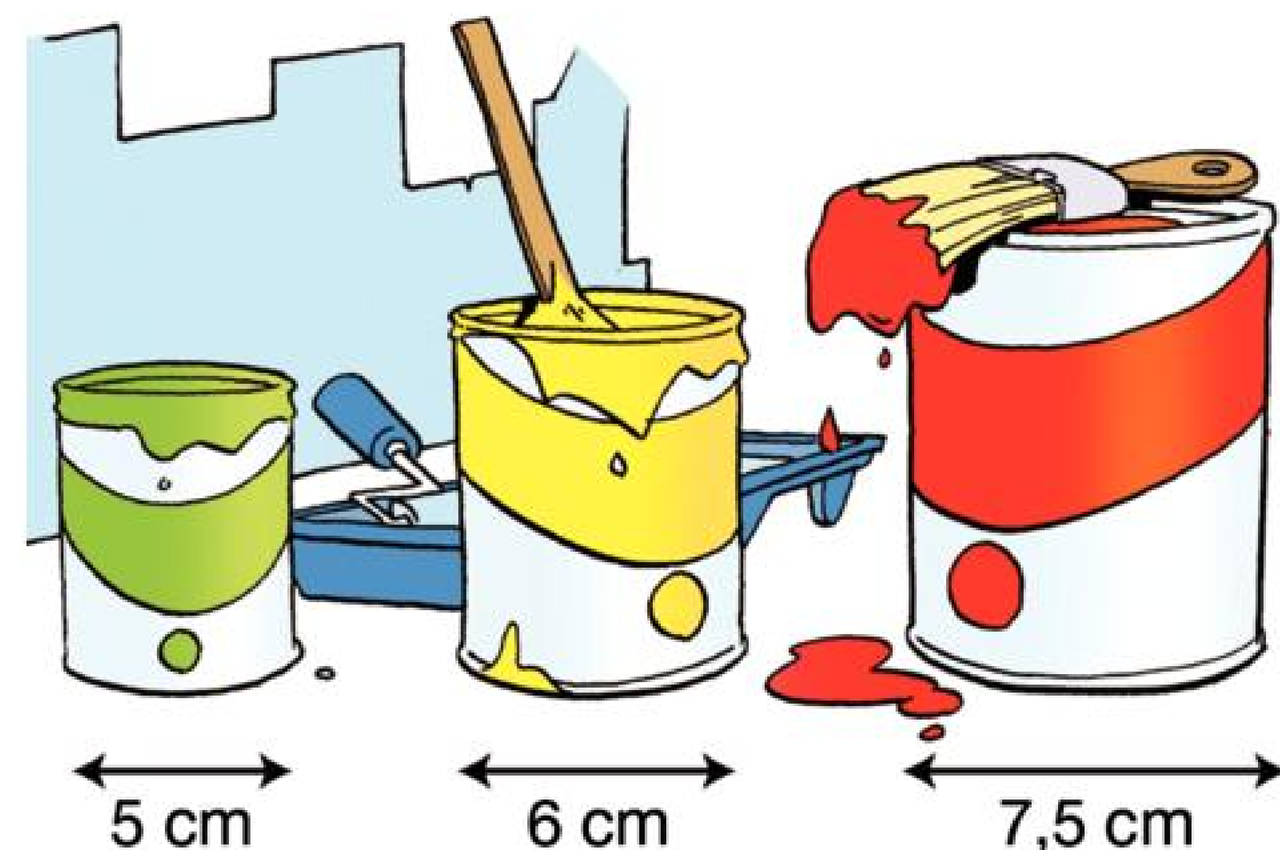
Waterbak

55 Q,5T De waterbak is tot de rand gevuld met water.
Ernie legt er een loden kogel in. De kogel heeft een diameter van 9 cm.
Bereken hoeveel centiliter water uit de bak loopt als je de kogel erin legt. Rond af op één decimaal.



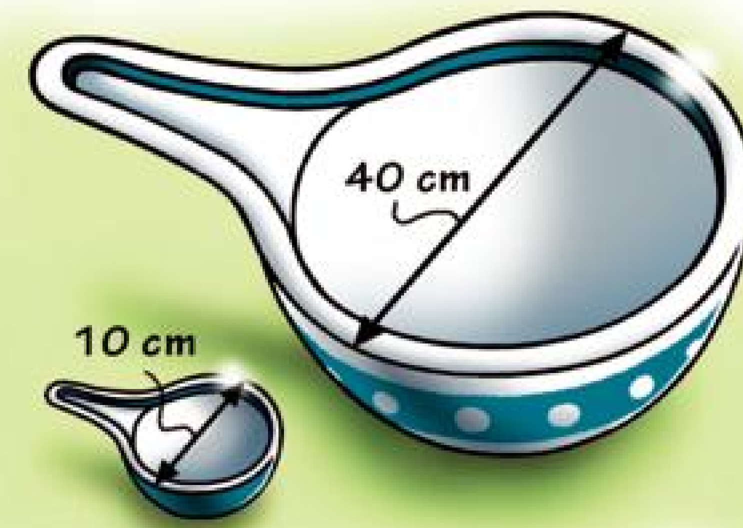
Verf

56 R Sandra koopt verf. De verf zit in gelijkvormige blikken. In het kleinste blik zit 0,5 liter verf.
Bereken hoeveel liter verf in elk van de twee andere blikken zit.



Soeppan

57 R De soeppan van camping La Brugère heeft de vorm van een halve bol. De pollepel waarmee de soep opgeschept wordt, heeft ook de vorm van een halve bol. Eén schep soep is precies één portie.
Hoeveel porties zitten er in de pan als die tot de rand gevuld is?



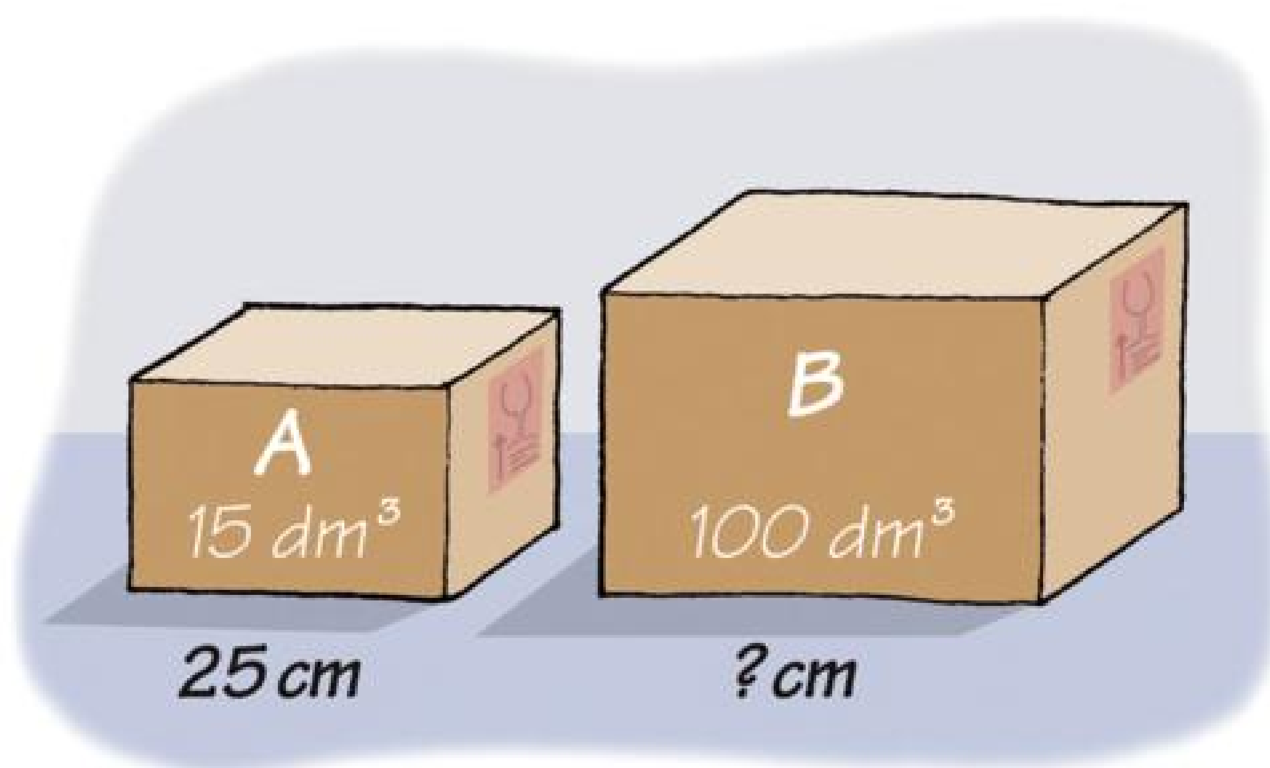
GT

Maquette

58 S,5T Tjark maakt een maquette voor een gebouw. De inhoud van de maquette is 90 cm^3. De inhoud van het echte gebouw is 1400 m^3.
Op welke schaal is de maquette gemaakt?

Dozen

59 S De twee dozen zijn gelijkvormig. De inhoud van doos A is 15 dm^3.
De inhoud van doos B is 100 dm^3. De breedte van doos A is 25 cm.

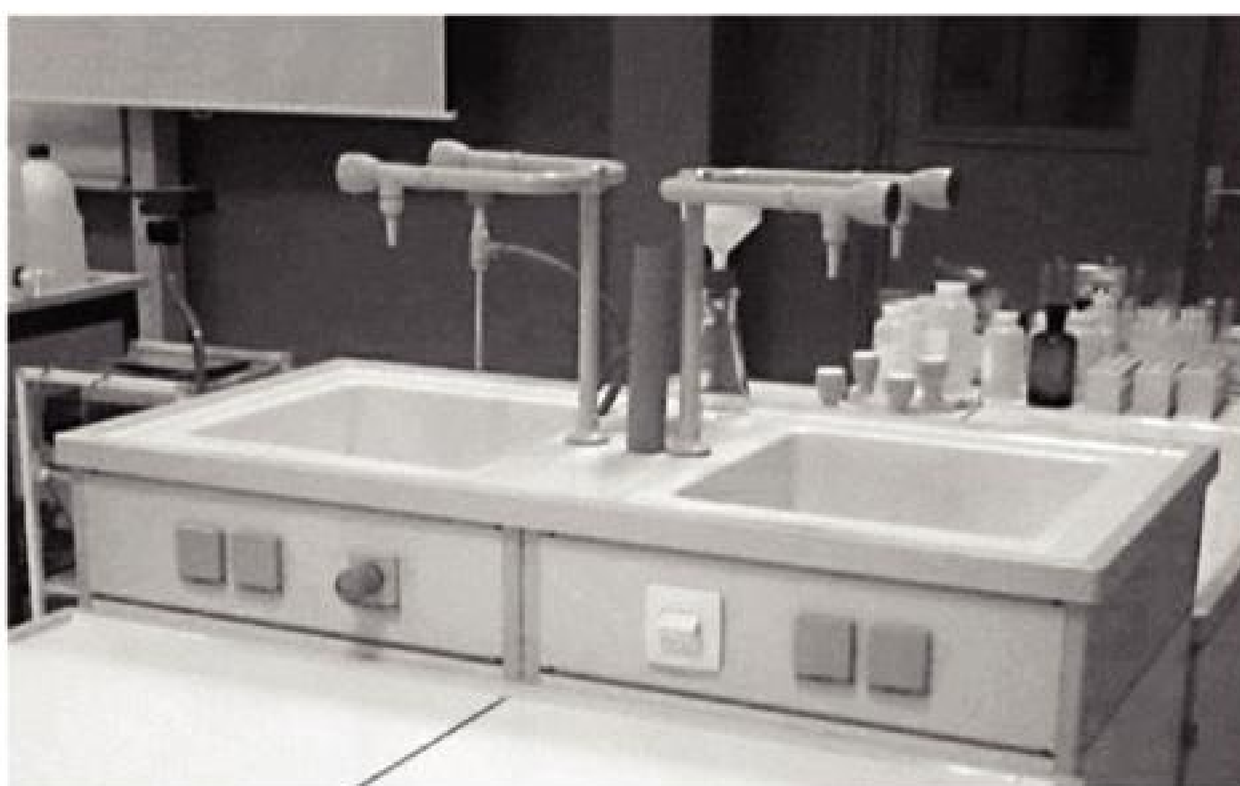


Bereken de breedte van doos B. Rond af op hele centimeters.

GT

Gootsteenbakken

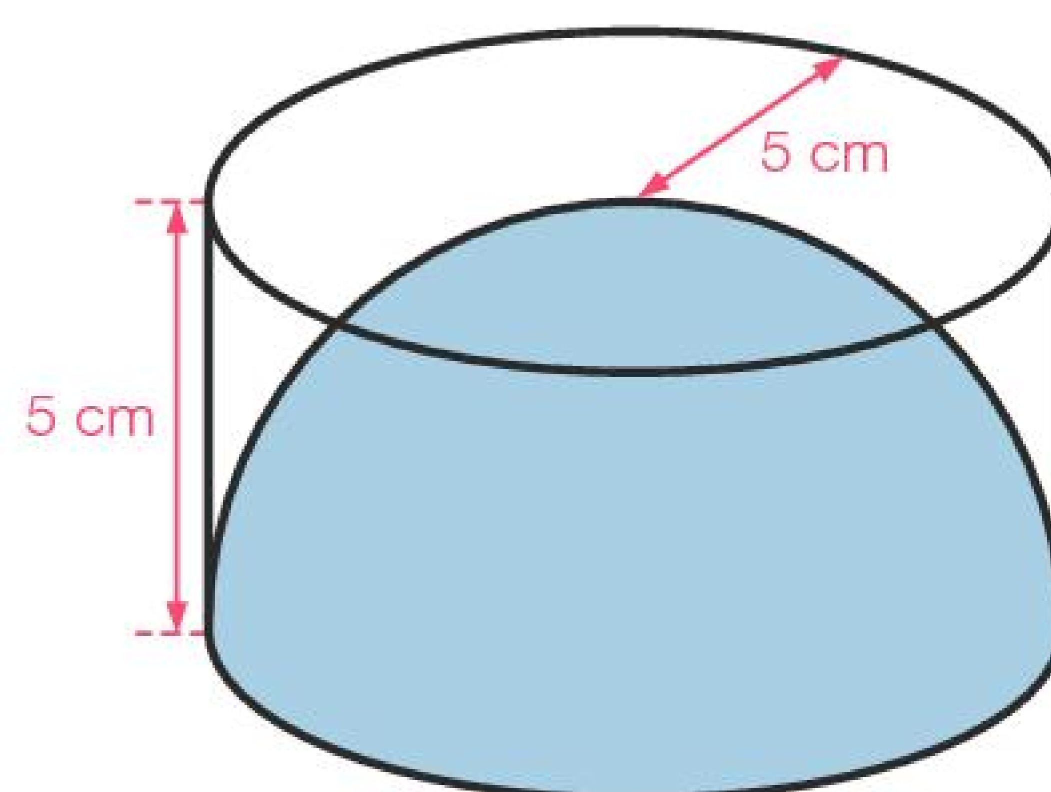
60 Q,5T In het natuurkundelokaal zijn twee gootsteenbakken. De rechthoekige gootsteenbakken zijn elk 25 cm breed en 35 cm lang. De natuurkundedocent vult de linker gootsteenbak met 14 liter water.



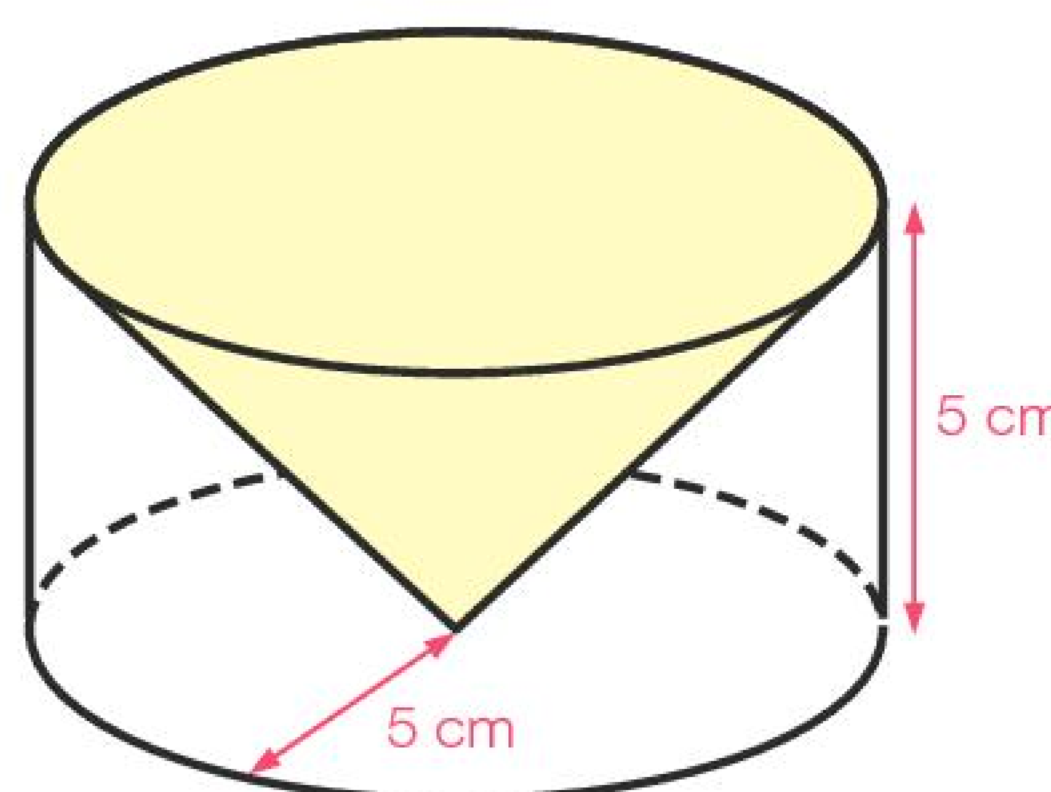
Bereken hoeveel centimeter hoog het water dan in de gootsteenbak staat.

Bol en kegel

61 Q
In de figuur hiernaast staat een halve bol afgebeeld in een draadmodel van een cilinder. De straal en de hoogte van de cilinder zijn 5 cm. De inhoud van een halve bol kun je uitrekenen met de formule
inhoud halve bol = getal × straal^{3}.
Bereken in twee decimalen de waarde van *getal* in de formule.

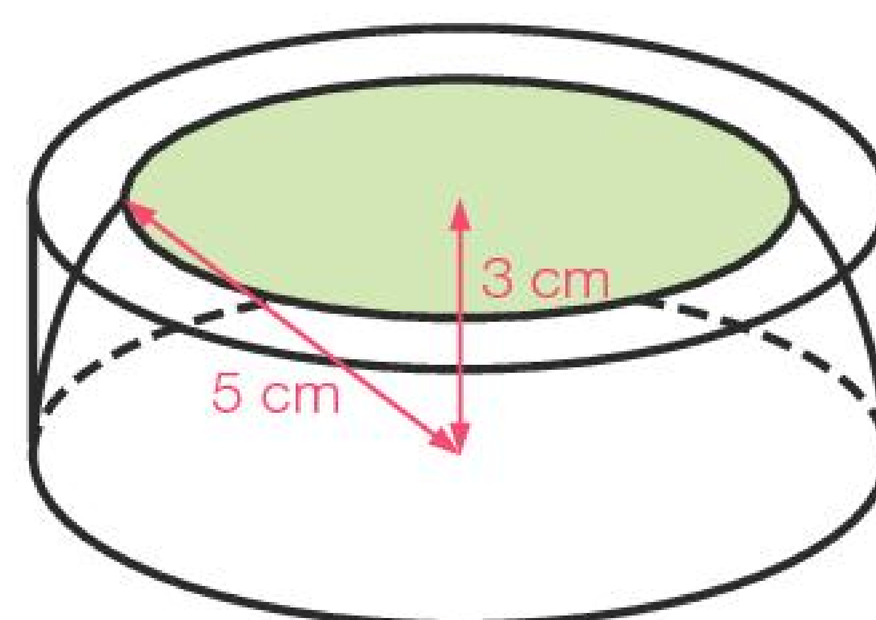


62 Q
In de tekening hiernaast staat een kegel op zijn kop in een draadmodel van een cilinder. De straal en de hoogte van deze cilinder zijn ook 5 cm.
Welk deel van de cilinder is gevuld met de kegel? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.



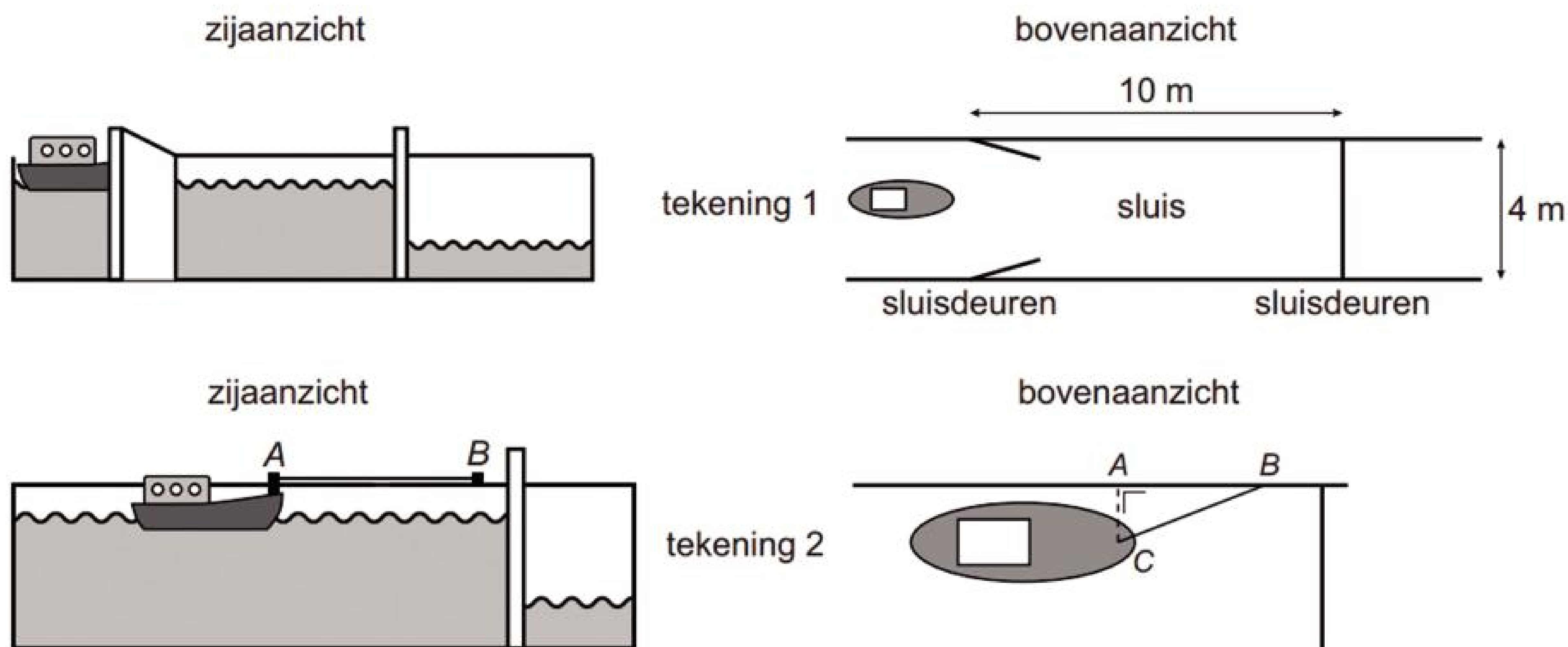
63 G
[▸ WERKBOEK] Bij de twee vorige opgaven zie je twee cilinders met de halve bol en de kegel. In je werkboek staat een verticale doorsnede door het midden van de beide cilinders op ware grootte getekend.
Teken in deze doorsneden de halve bol en de kegel.

64 6N,6R
Op een hoogte van 3 cm snijden we de cilinder met de halve bol horizontaal door. Het snijvlak met de halve bol is groen gekleurd. Zie de tekening hiernaast.
Bereken de oppervlakte van het snijvlak van de halve bol. Rond af op twee decimalen.



Sluis

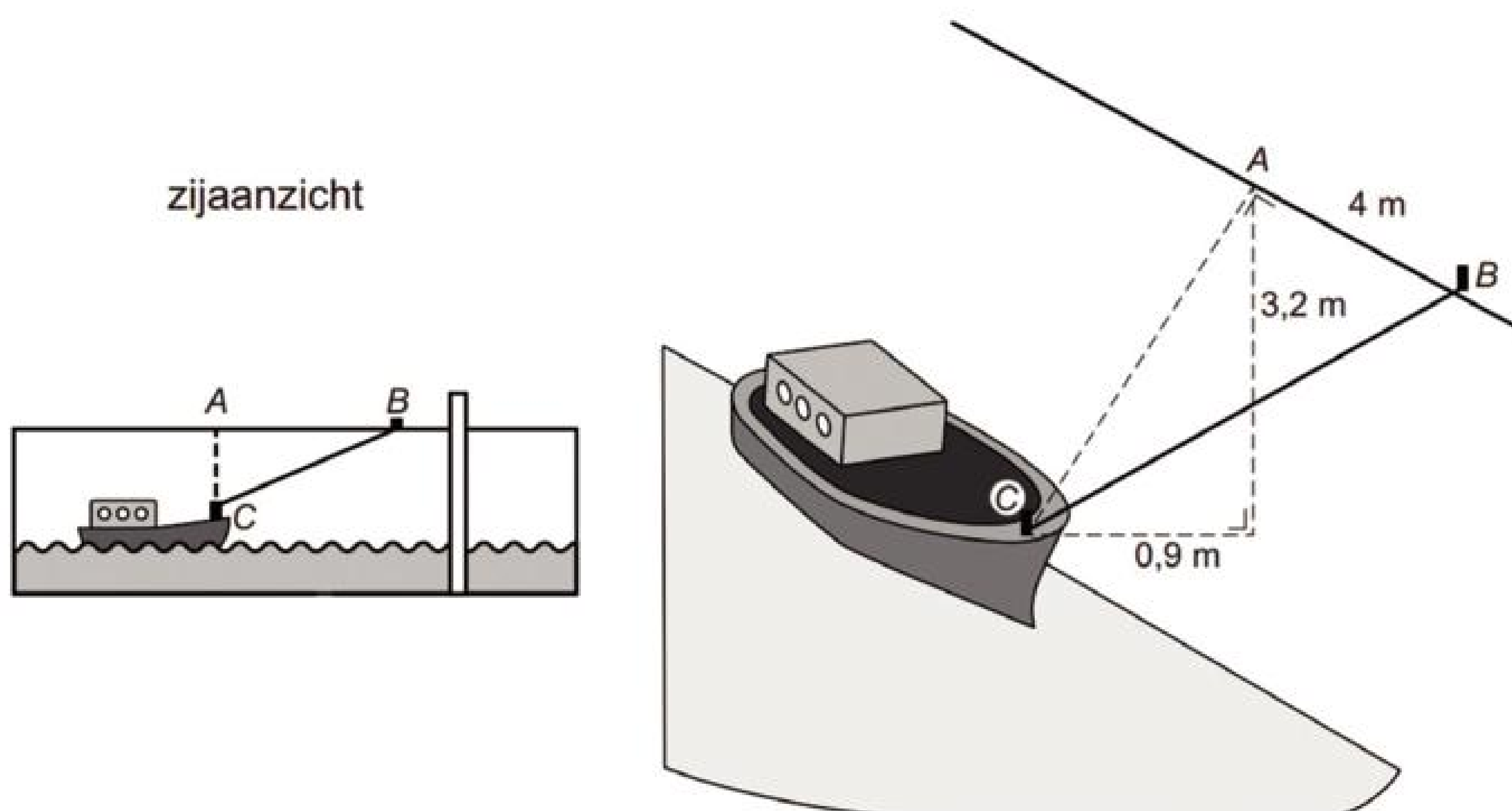
Een schipper vaart met zijn boot door een sluis. Hij vaart van hoog naar laag water. De tekeningen laten zien hoe dat gaat. Als de boot de sluis binnenvaart, staat het water in de sluis even hoog als het hoge water. Zie tekening 1. Het water in de sluis zakt langzaam tot de hoogte van het lage water.



In de sluis maakt de schipper de boot met een touw tussen *B* en *C* aan de kade vast. Zie tekening 2. Het punt *C* op de boot ligt op gelijke hoogte met de punten *A* en *B* op de rand van de kade. De afstand tussen *A* en *C* is 0,9 m en de afstand tussen *A* en *B* is 4 m.

65 6N Bereken in één decimaal hoeveel meter de lengte van het touw tussen *B* en *C* minimaal is.

66 6N Tijdens het zakken van het water moet het touw waarmee de boot aan de kade vastligt (*BC* in de tekening), langer gemaakt worden, zodat de boot kan zakken met het water tot 3,2 m lager.
Bereken in één decimaal hoeveel meter de lengte van het touw tussen *B* en *C* minimaal is als de boot op het laagste punt ligt.



Chippies

In de cilindervormige bus zitten chips. De bus is 23 cm hoog en heeft een diameter van 8 cm.



67 Q Laat met een berekening zien dat de inhoud van deze bus afgerond 1156 cm^3 is.

68 F Op bus is een etiket geplakt. Het etiket past precies in één keer zonder overlap rond de bus.
Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van het etiket van de bus is. Rond af op hele cm^2.

69 Q De chips kun je ook in een kleine bus kopen. De kleine bus is 8,5 cm hoog en heeft ook een diameter van 8 cm. De inhoud van de grote bus is 1156 cm^3. De hoogte van de grote bus is ongeveer 2,7 keer zo groot als de hoogte van de kleine bus. Volgens Jarno is de inhoud van de grote bus nu ook 2,7 keer zo groot als de inhoud van de kleine bus.
Heeft Jarno gelijk? Leg je antwoord uit.







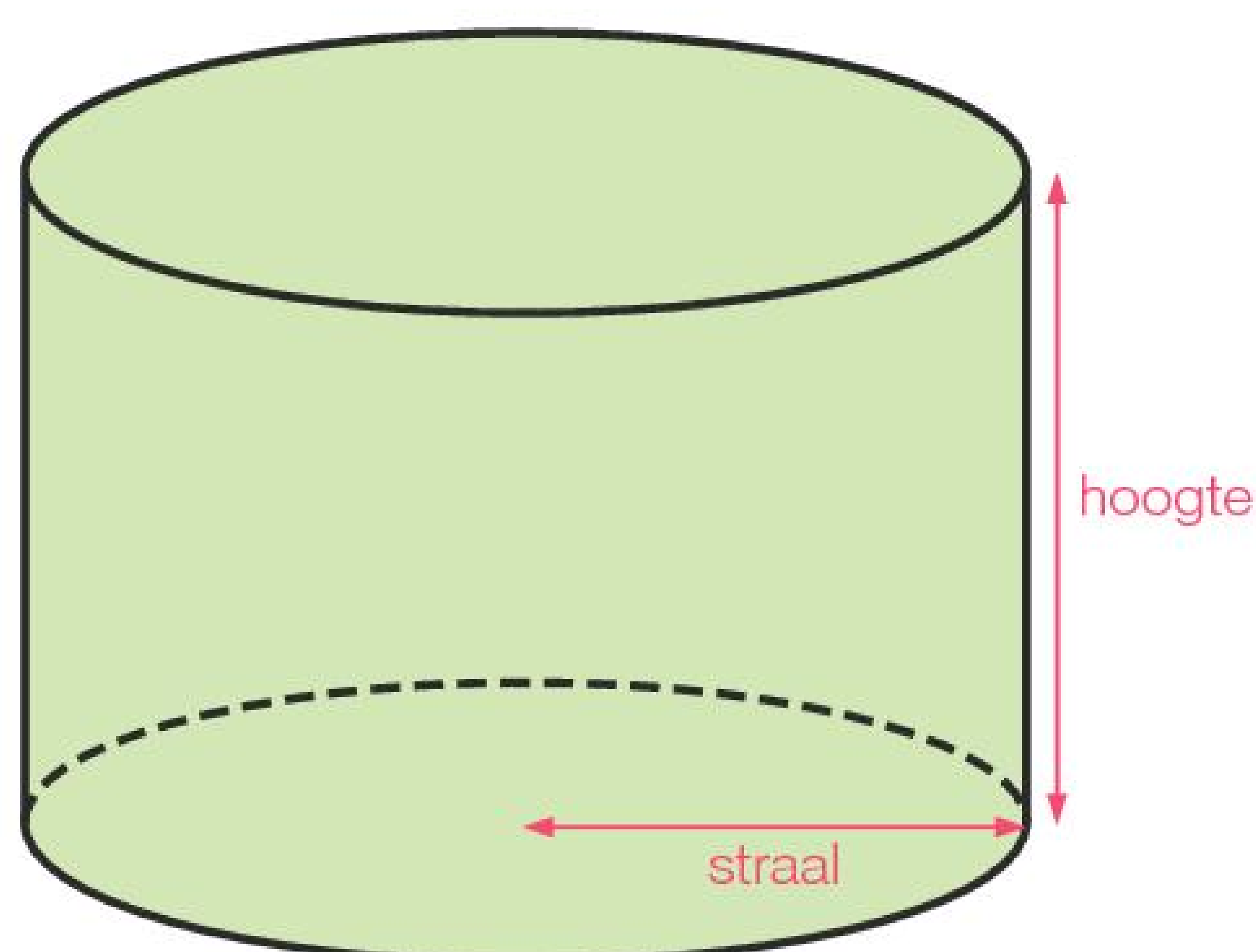
Verfblikken

Verfblikken zijn er in allerlei maten. In deze opgave gaan we steeds uit van een wiskundig model van een verfblik: een cilinder met een cirkel als bodem en een cirkel als deksel. We houden geen rekening met de dikte van het blik.
Een verfblik heeft een hoogte van 14 cm en een straal van 8 cm.



70 Q
Bereken hoeveel kubieke centimeter de inhoud van het verfblik is. Rond je antwoord af op een geheel getal.

71 B,6D,6R
Teken op schaal 1 : 4 de uitslag van dit verfblik.
Schrijf op hoe je de maten van je tekening gevonden hebt.

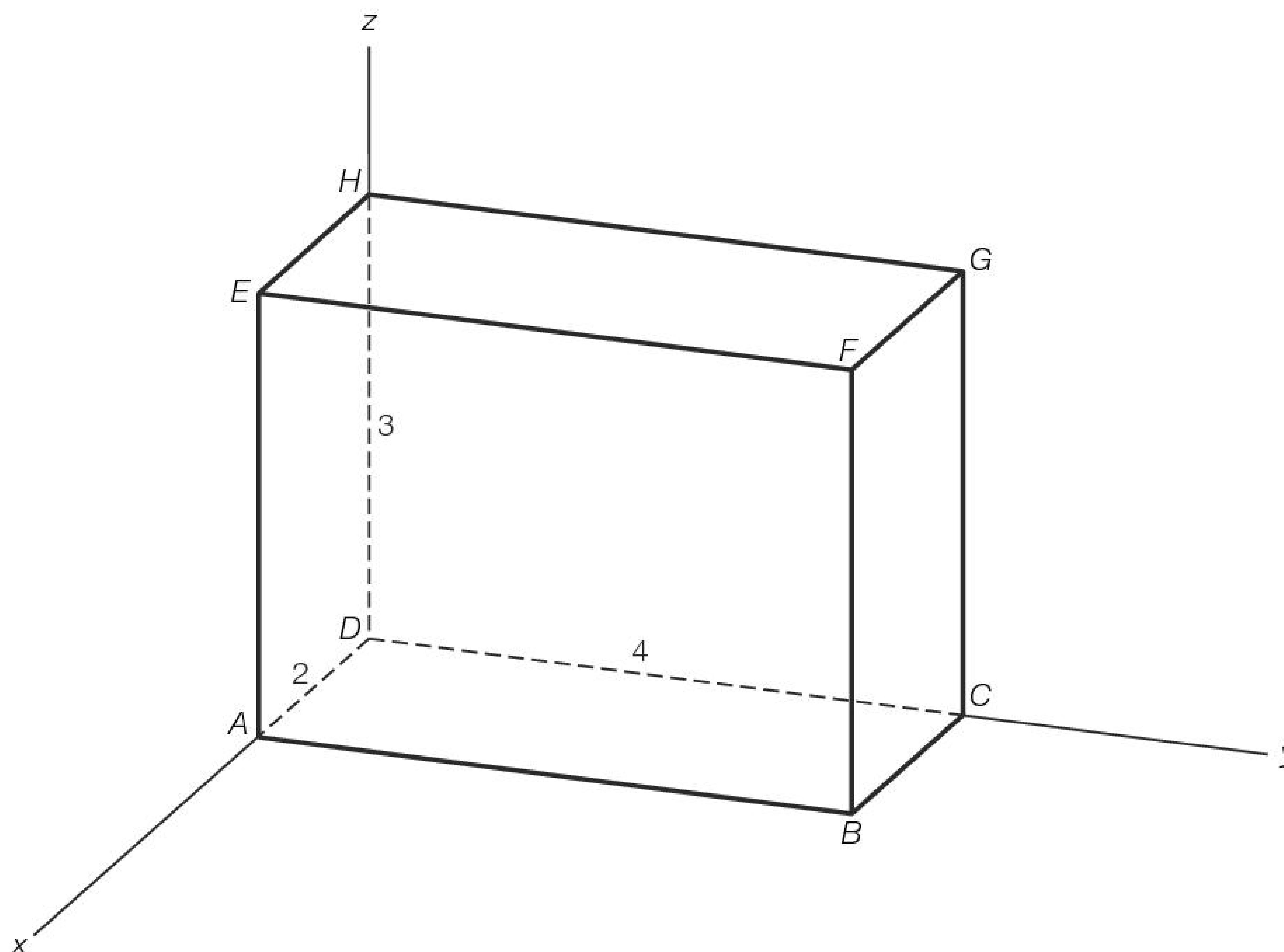


72 Q
Als je de straal van een blik verdubbelt en de hoogte halveert, blijft de inhoud van het blik dan hetzelfde?
Laat zien hoe je het antwoord hebt gevonden.

73 7X
Er zijn blikken nodig met een inhoud van 2500 cm^3. De blikken worden zo gemaakt dat er zo weinig mogelijk metaal voor nodig is. De hoeveelheid metaal die nodig is voor een blik, is zo klein mogelijk als de hoogte van het blik 2 keer zo groot is als de straal.
De inhoud van zo'n blik kan dan worden berekend met de formule
inhoud = 2 × π × straal³.
Bereken hoeveel centimeter de straal en de hoogte van dit blik zijn. Geef je antwoorden in één decimaal.

Balk

Hieronder zie je een tekening van balk *ABCD EFGH* in een assenstelsel.
De maten in cm staan erbij.

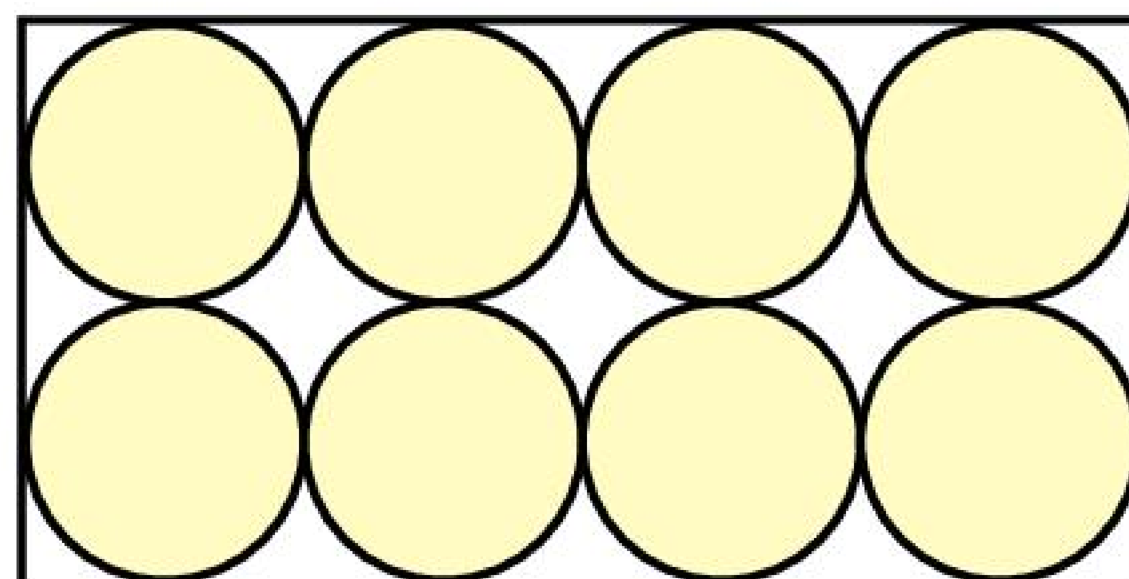


GT

74 N De coördinaten van punt *F* zijn (2, 4, 3).
Schrijf de coördinaten van punt *E* op.

75 J Lijnstuk *AG* is een lichaamsdiagonaal van deze balk.
Bereken hoeveel centimeter *AG* is. Rond je antwoord af op één decimaal.

76 Q De balk wordt helemaal gevuld met bollen van gelijke grootte. Je ziet het bovenaanzicht van de balk.
Bereken hoeveel cm^3 ruimte er in de balk overblijft. Laat zien hoe je aan je antwoord komt.



77 A,N [WERKBOEK] Bovenop deze balk komt een piramide. Het bovenvlak *EFGH* van de balk is het grondvlak van deze piramide.
Top *T* van de piramide heeft coördinaten (1, 2, 6).
Teken in de tekening in je werkboek de piramide op de balk. Laat duidelijk zien hoe je dit gedaan hebt.

GT

Uitschuifcaravan

Hieronder staat informatie over een uitschuifcaravan.

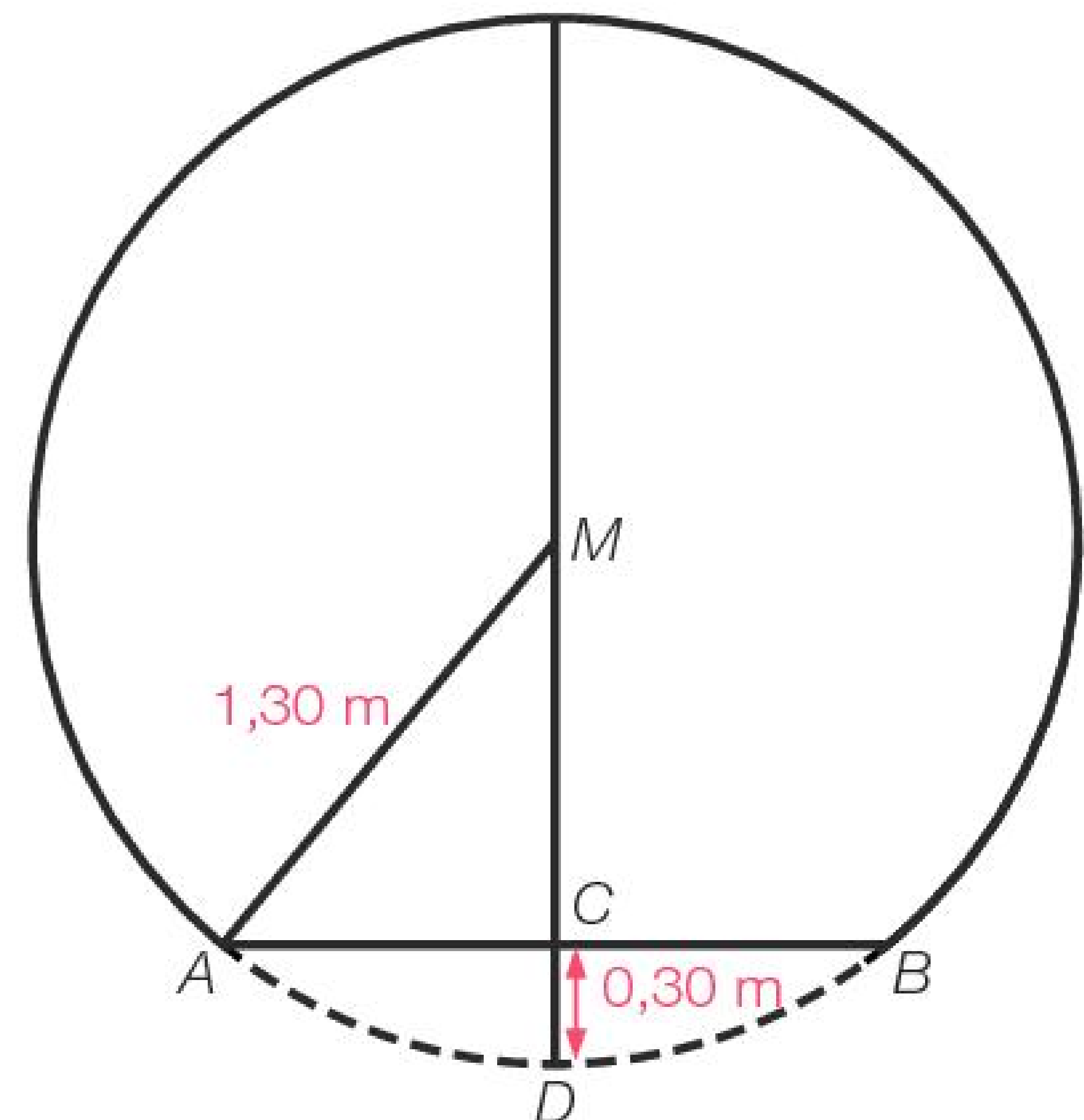




De caravan heeft de vorm van een cilinder, waarvan onderaan een gedeelte afgesneden is. De caravan is een soort buis die aan beide kanten uitgeschoven kan worden, zodat de breedte bijna drie keer zo groot wordt.

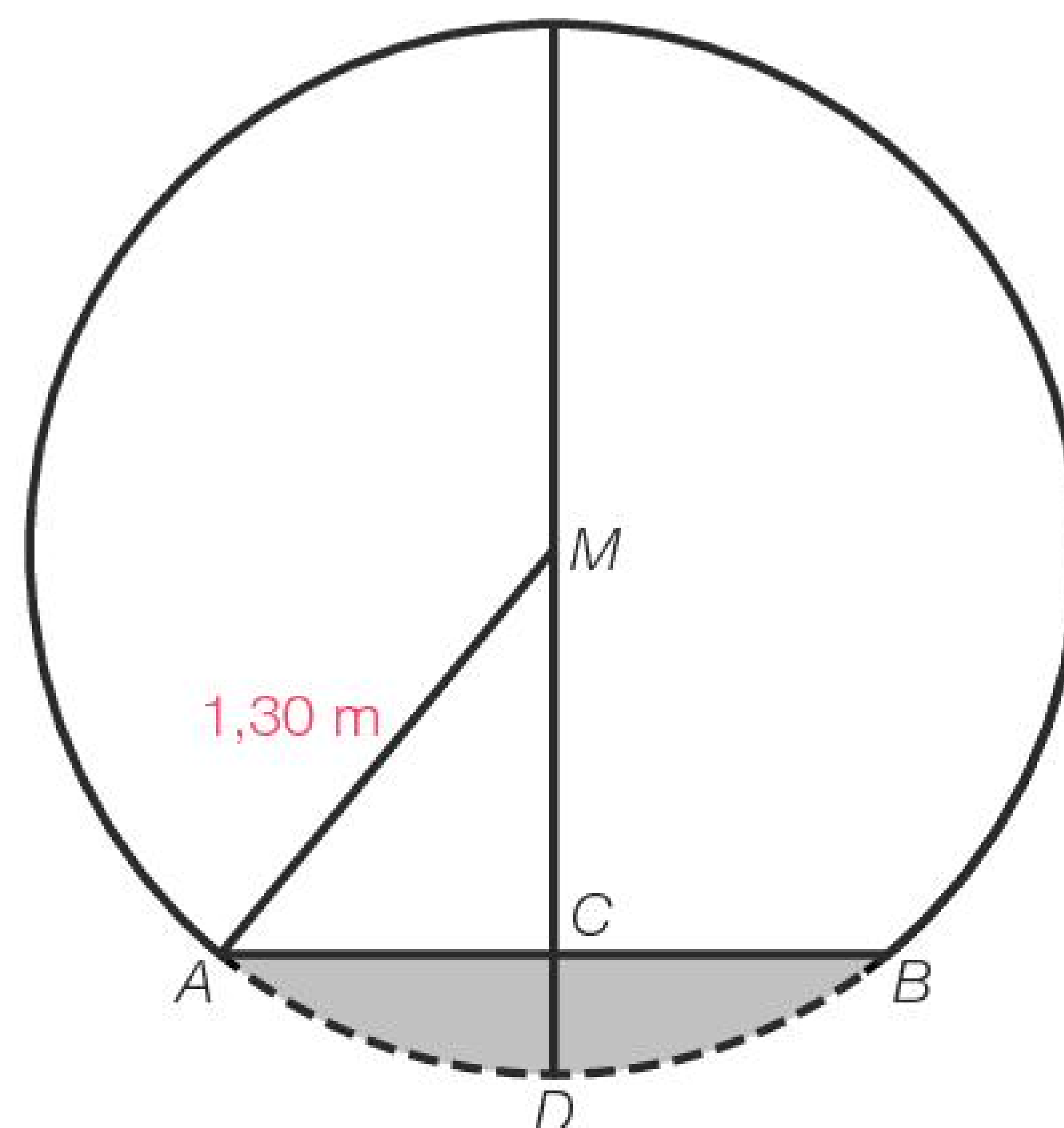
78 5X De maten van de caravan achter de auto worden gegeven in meter en in voet. De breedte van de caravan is 1,80 m = 5,91 voet en de hoogte is 8,26 voet.
Bereken de hoogte van de caravan in meter. Rond je antwoord af op twee decimalen.

79 6N Het zijaanzicht van de caravan heeft de vorm van een afgesneden cirkel met middelpunt *M* en straal 1,30 m. *AB* is het zijaanzicht van de vloer van de caravan. Punt *C* is het midden van *AB*. De lengte van *CD* is 0,30 m.
Bereken de lengte van *AB*. Rond af op één decimaal.



80 5R De caravan bestaat uit drie delen die elk 1,80 m breed zijn. Als de caravan wordt uitgeschoven, blijft het middelste deel op zijn plaats. Eén deel schuift naar rechts en het andere deel even ver naar links. De totale breedte van de uitgeschoven caravan is dan 4,60 m. Dat betekent dat de delen elkaar nog gedeeltelijk overlappen.
Hoeveel centimeter is de overlap van het rechterdeel met het middelste deel, als de caravan helemaal is uitgeschoven?

81 Q,6R Hiernaast zie je het zijaanzicht van de caravan nog een keer. De oppervlakte van het grijze gedeelte van de cirkel is ongeveer 0,41 m^2. Bereken hoeveel m^3 de inhoud van de caravan is, nu deze uitgeschoven is tot een breedte van 4,60 m.

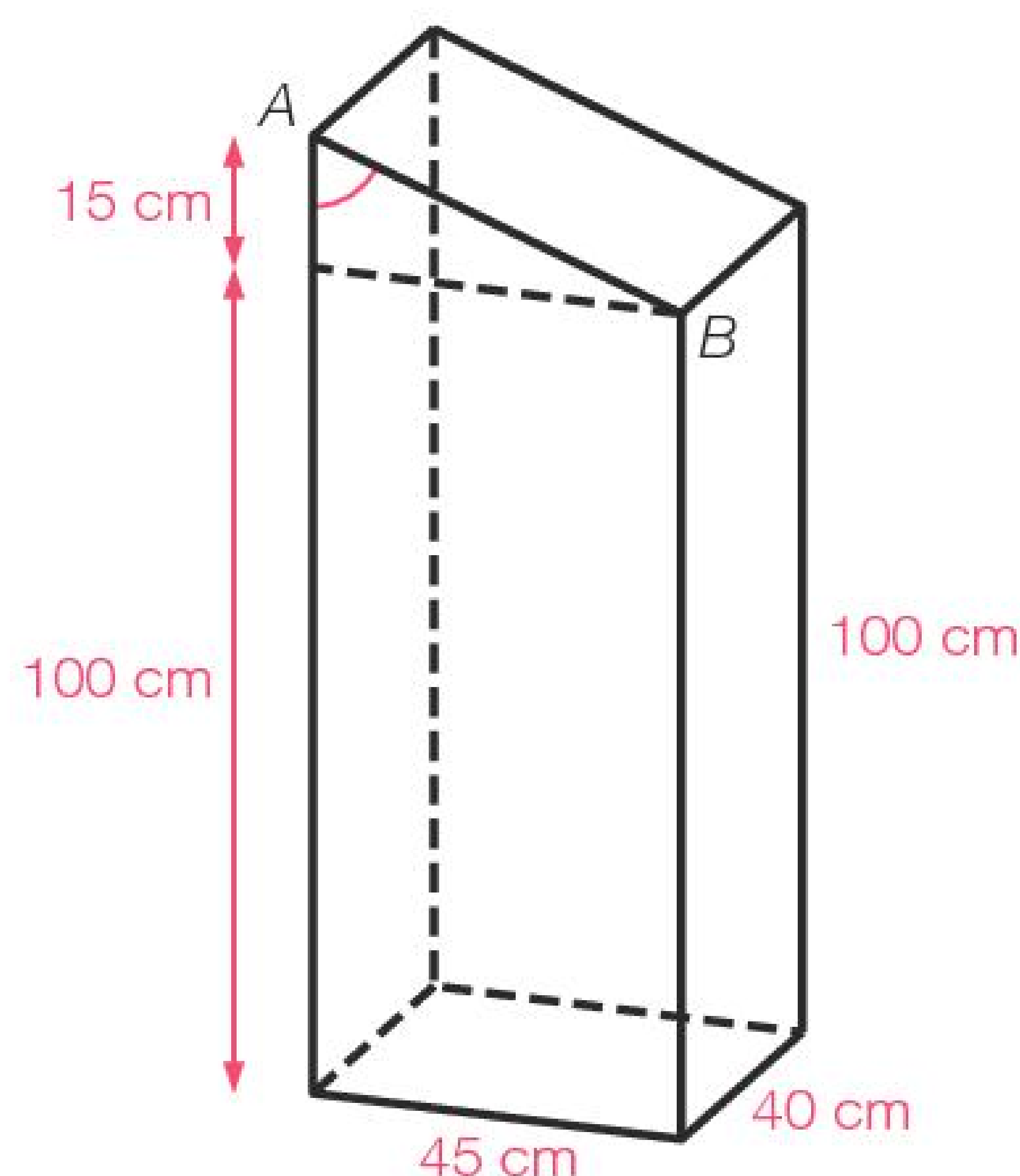


Kliko ombouw

Veel mensen hebben thuis een kliko waarin ze hun afval kwijt kunnen. Er bestaan diverse ombouwen, zodat je de kliko uit het zicht kunt plaatsen. Aan de voorkant zit een deurtje dat je open kunt maken om de kliko eruit te rijden.







Roland wil een kliko-ombouw maken met een bovenkant die schuin afloopt.

82 6N Bereken hoeveel centimeter de lengte van AB is. Rond je antwoord af op één decimaal.

83 6L Voor het maken van de kliko-ombouw is de grootte van hoek A van belang.
Bereken hoeveel graden hoek A is.

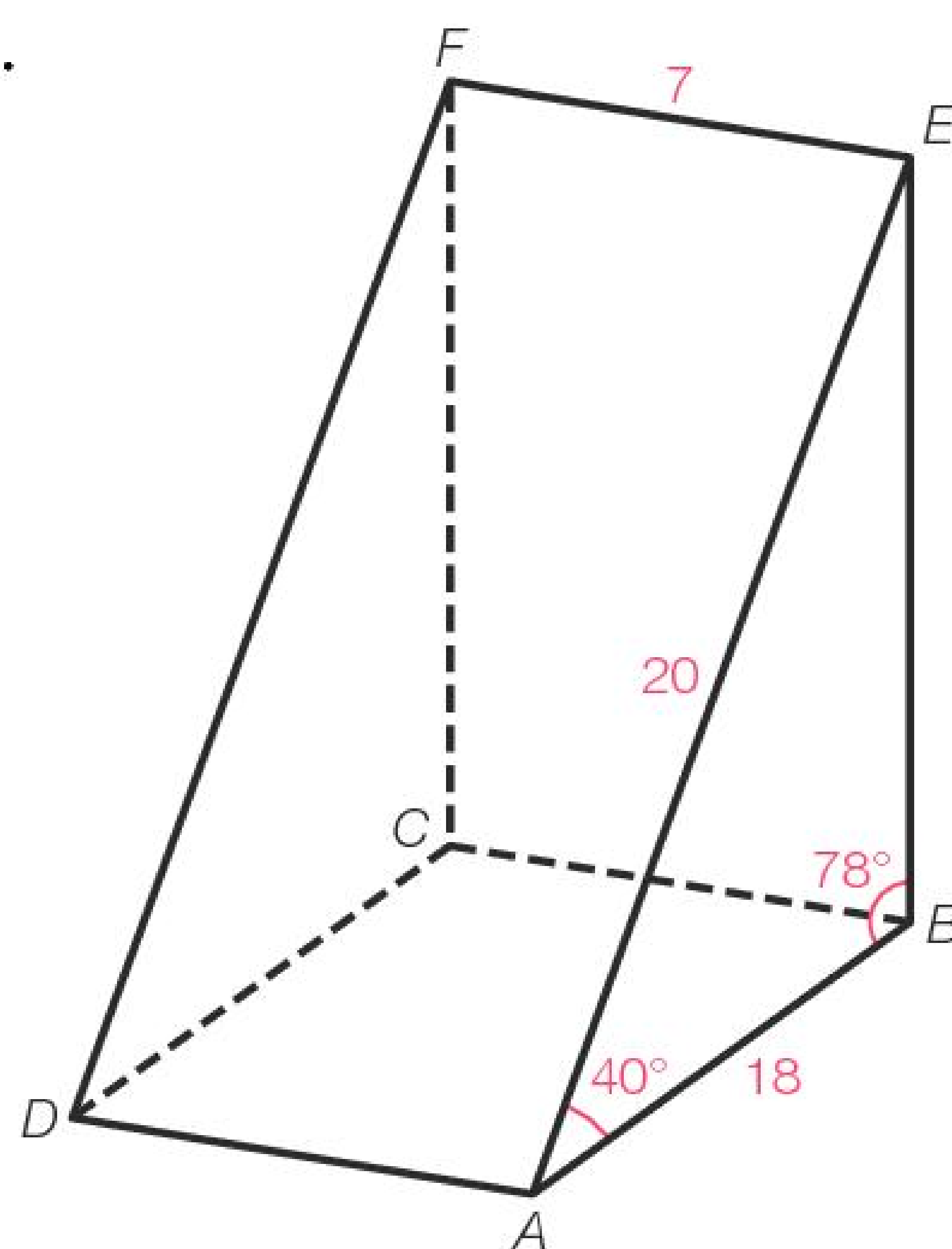
84 Q,5T Bereken hoeveel liter de inhoud van deze ombouw is. Gebruik de maten van de schets van de ombouw.

Sandwichverpakking

Een fabrikant wil sandwiches op een mooie manier verpakken. Hieronder zie je drie sandwichverpakkingen die hij als voorbeeld heeft gebruikt. De zijvlakken van de verpakkingen zijn rechthoeken en driehoeken.



Hiernaast staat een tekening van zo'n verpakking. De afmetingen van de verpakking zijn: $AE = 20$ cm, $AB = 18$ cm, $EF = 7$ cm, $\angle A = 40°$ en $\angle B = 78°$.

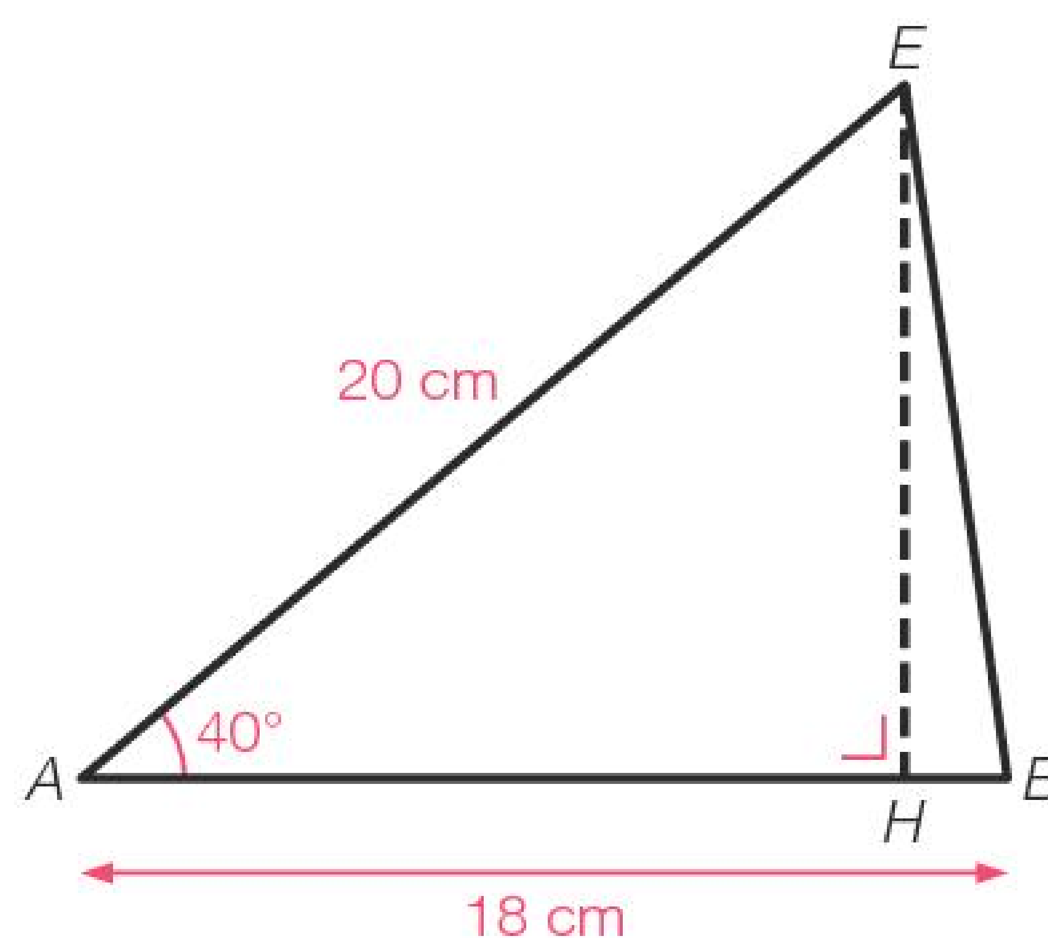


85 A
Deze verpakking heeft de vorm van een wiskundige ruimtefiguur. Wat is de naam van deze wiskundige figuur?

86 B,6D,6F
[▸ WERKBOEK] In je werkboek is een begin gemaakt met de uitslag van de verpakking op schaal 1 : 4. Maak de uitslag verder af. Zet de letters erbij.

87 6M

Hiernaast staat een schets van driehoek *ABE* getekend, de zijkant van de verpakking.
Laat met een berekening zien dat de lengte van hoogtelijn *EH* afgerond 12,9 cm is.

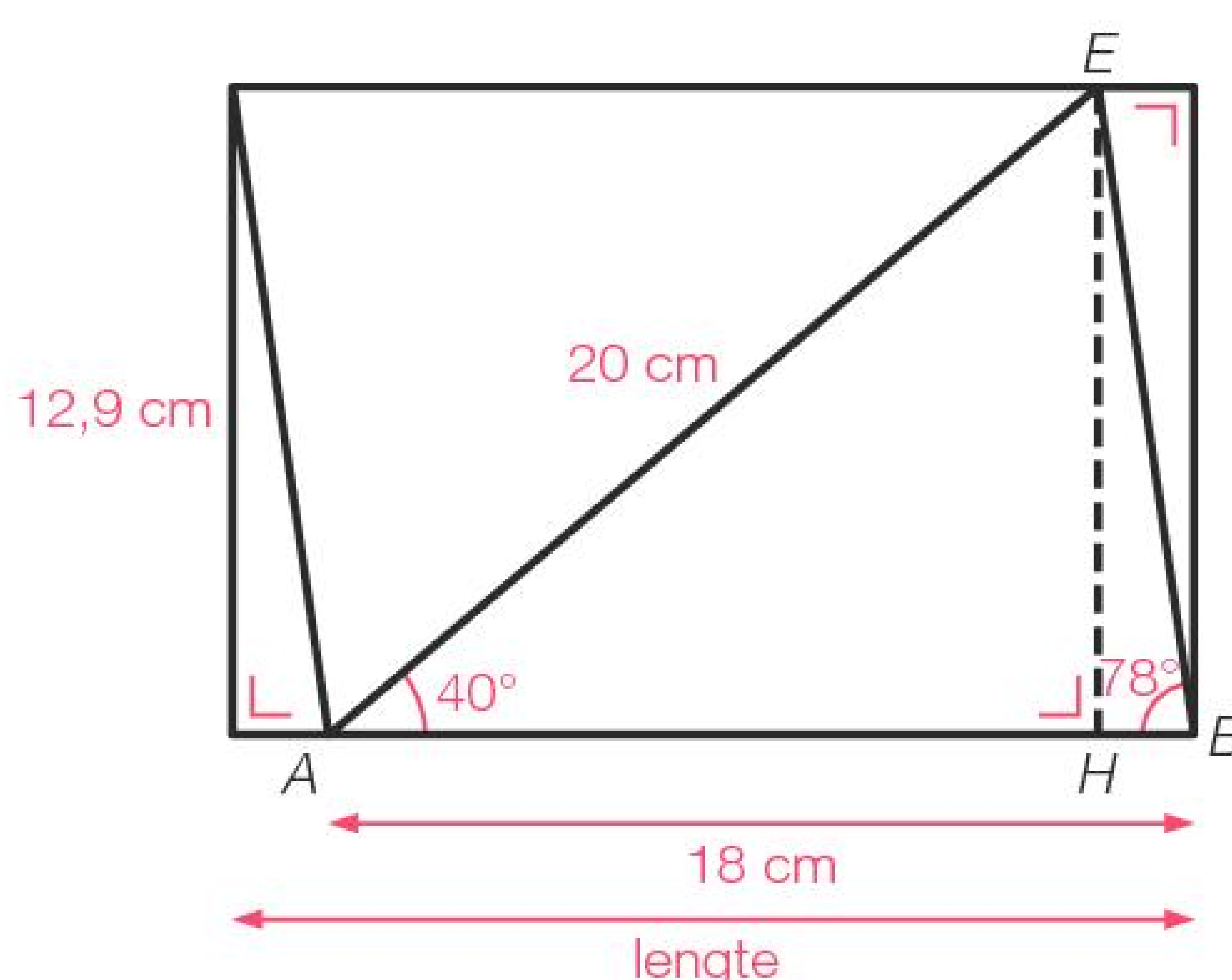


88 Q

Volgens de ontwerper is de inhoud van deze verpakking meer dan 800 cm^3.
Klopt dat?

89 6M,6N

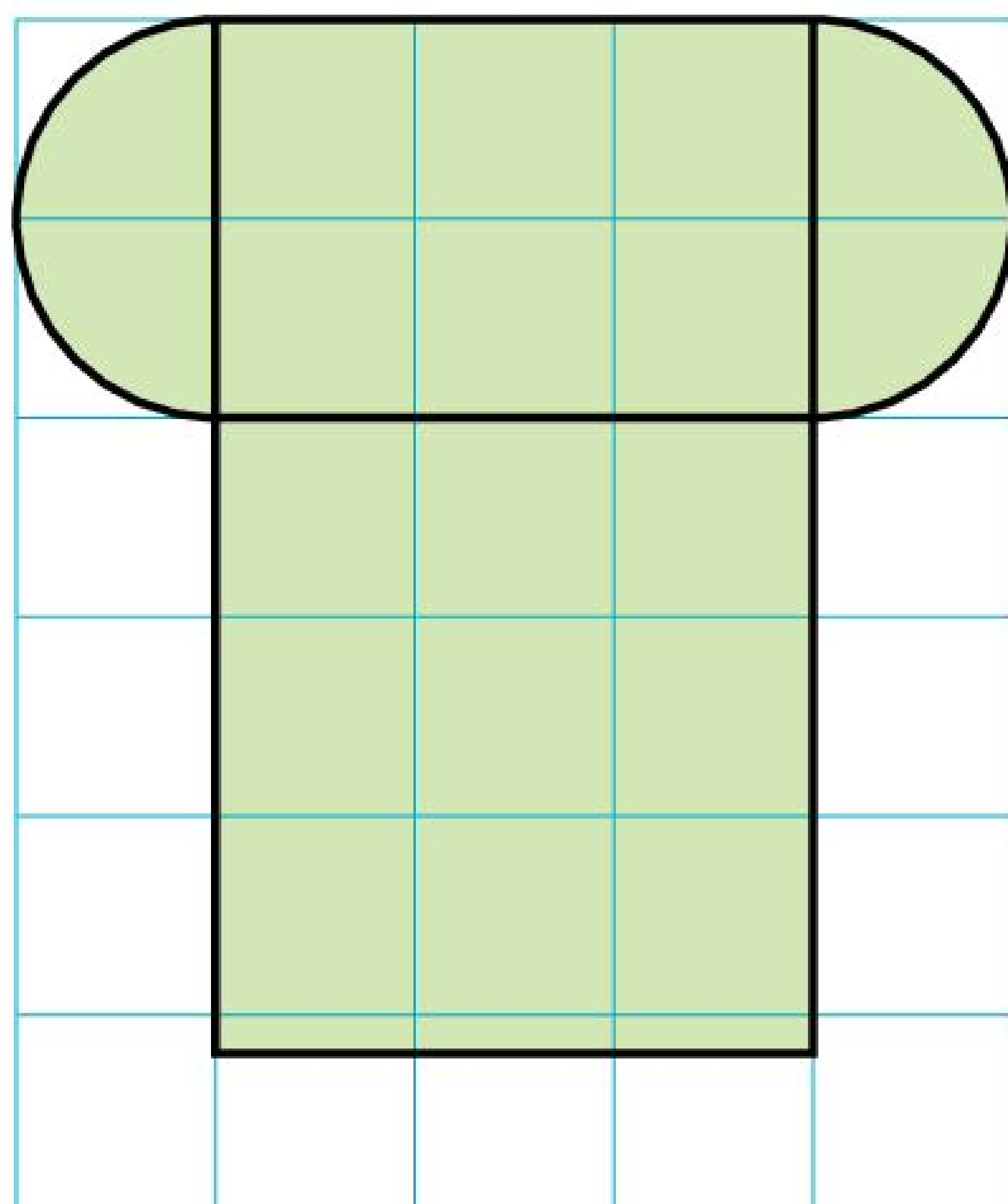
De sandwichverpakkingen worden per zes stuks in een rechthoekige doos verpakt. Hiernaast zie je een tekening van het bovenaanzicht van de doos.
Twee verpakkingen liggen naast elkaar in de doos.
Hoeveel centimeter is de aangegeven lengte van de doos?

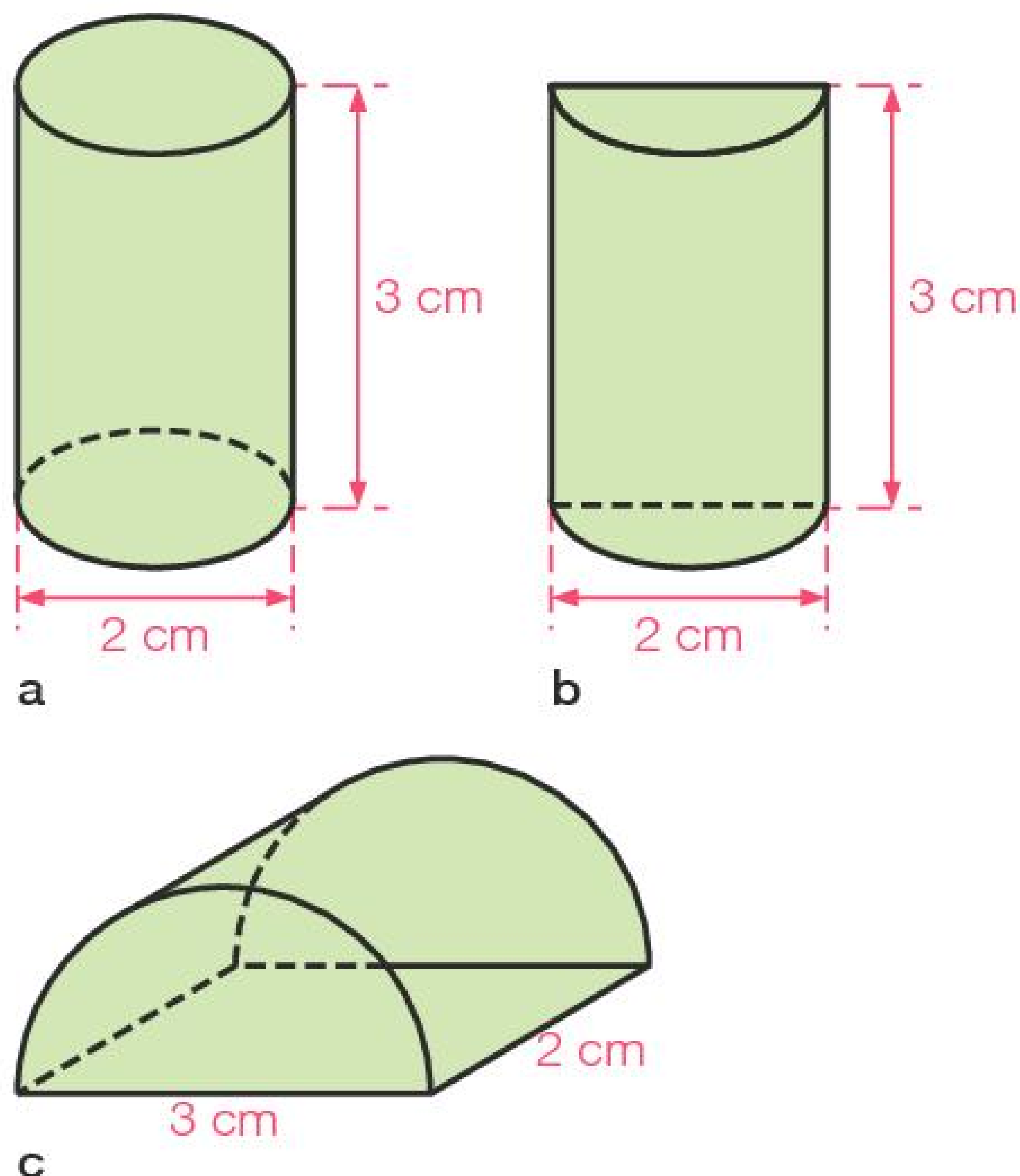


Uitslag

90 B

Bij welke van de drie ruimtefiguren hieronder hoort de uitslag?



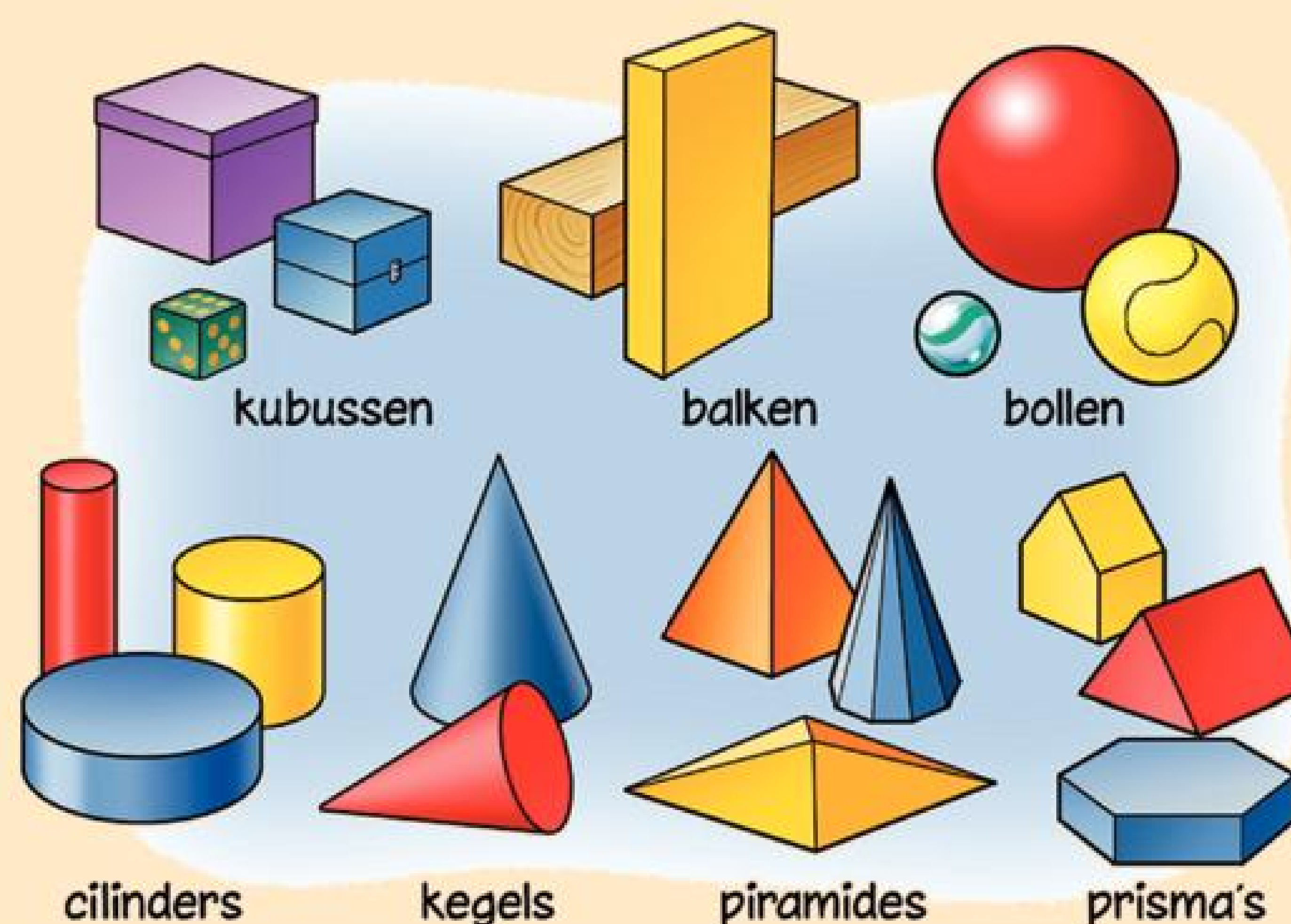


8.2 Theorie

Theorie 8A Namen van ruimtefiguren

Opgaven 1, 77, 85, 90

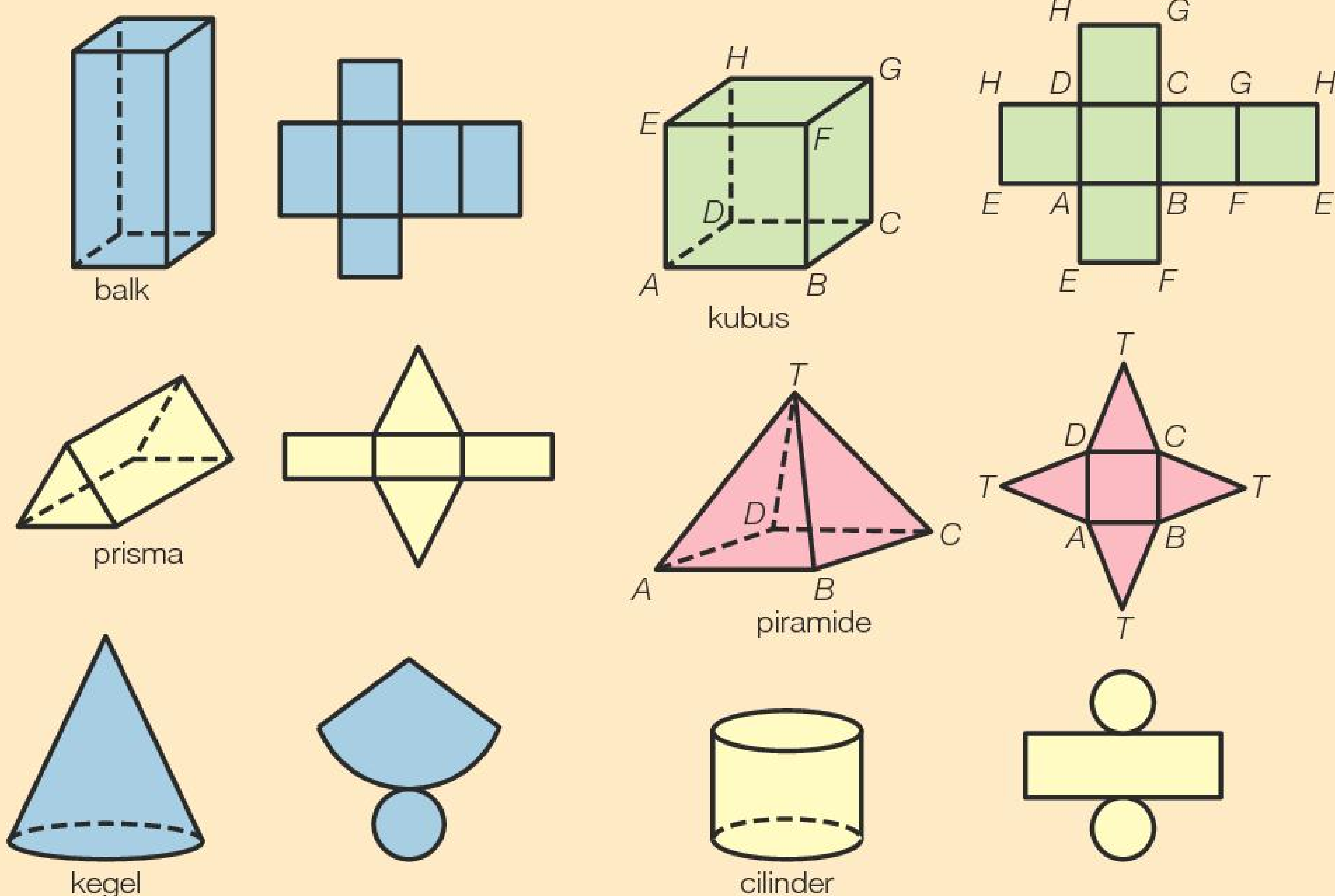
Alle dingen die ruimte innemen noemen we in de wiskunde **ruimtefiguren**. De belangrijkste wiskundige ruimtefiguren zijn: de kubus, de balk, de bol, de cilinder, de kegel, de piramide en het prisma.



Theorie 8B Uitslagen

Opgaven 6, 10-13, 25, 26, 71, 86

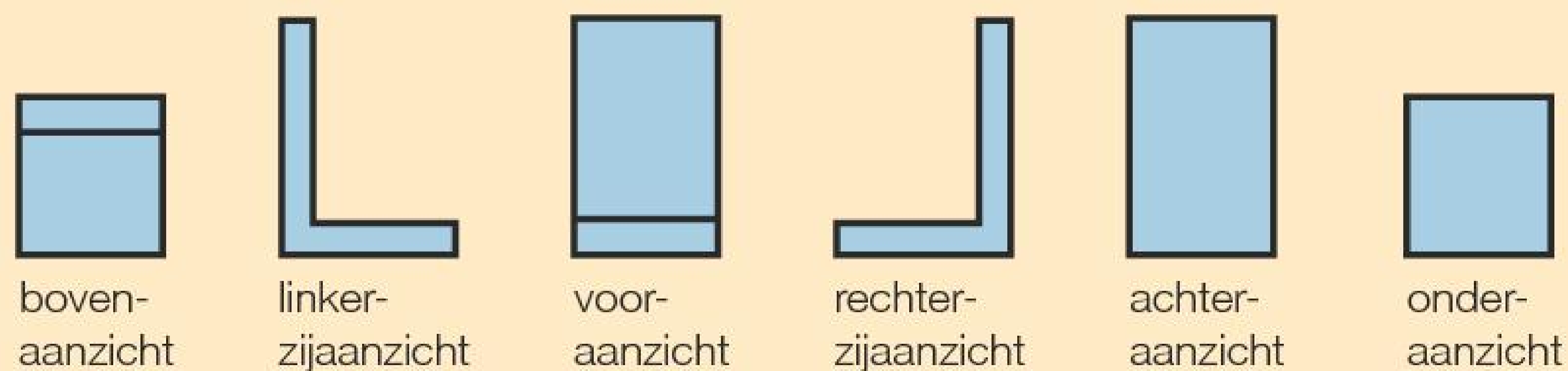
Van zes ruimtefiguren zie je een **uitslag**.

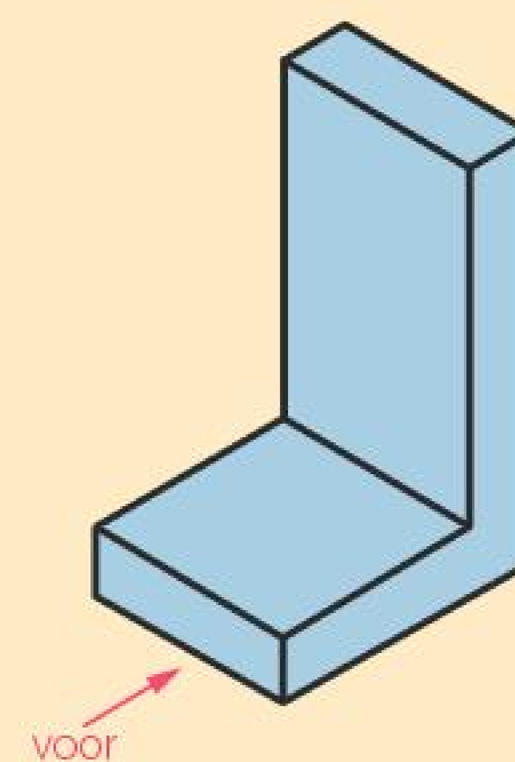


Theorie 8C Aanzichten

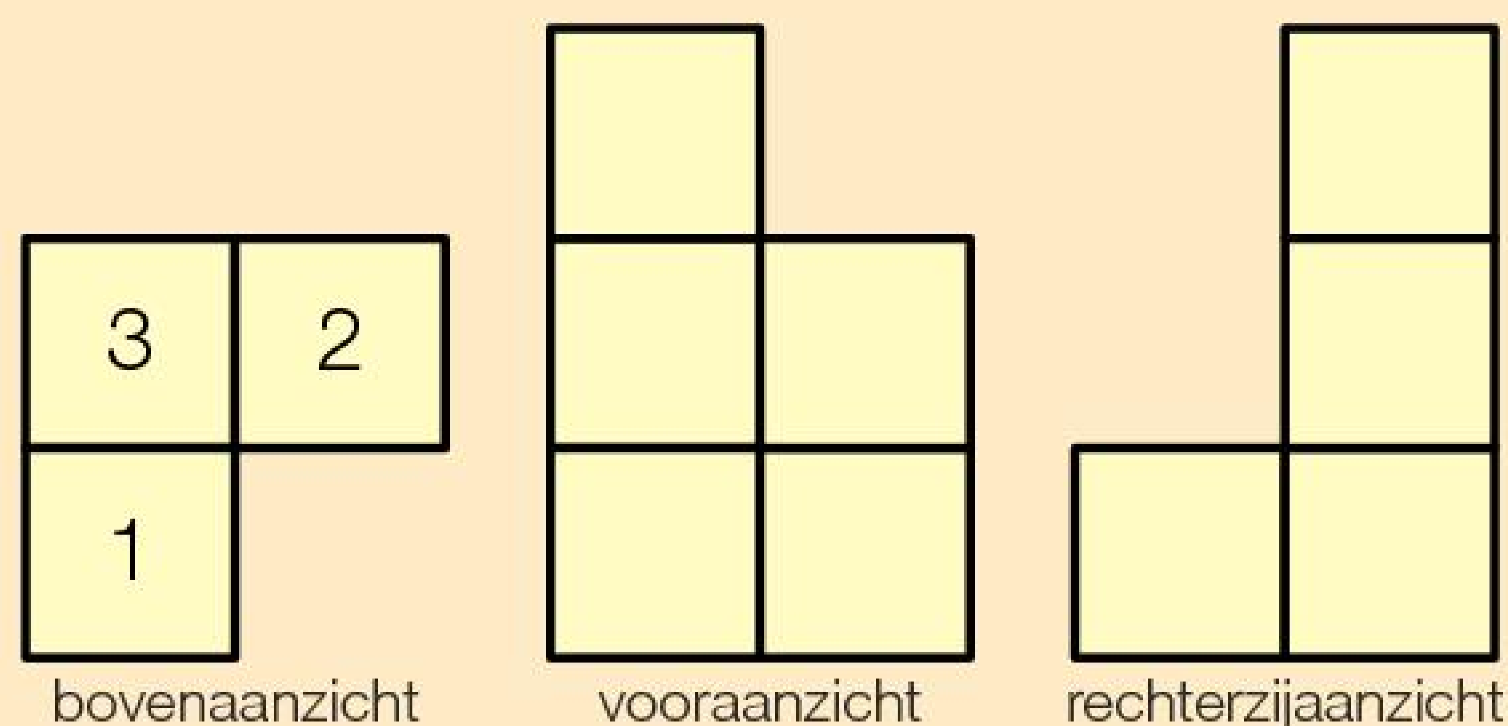
Opgaven 2, 14, 15, 18-20

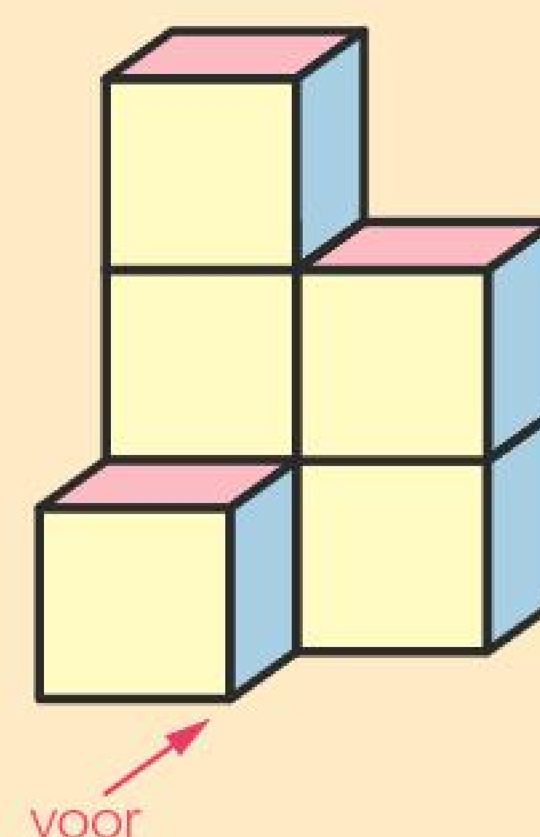
Van de boekensteun hiernaast zijn zes **aanzichten** getekend.





Van het bouwwerk van kubussen zijn drie aanzichten getekend.



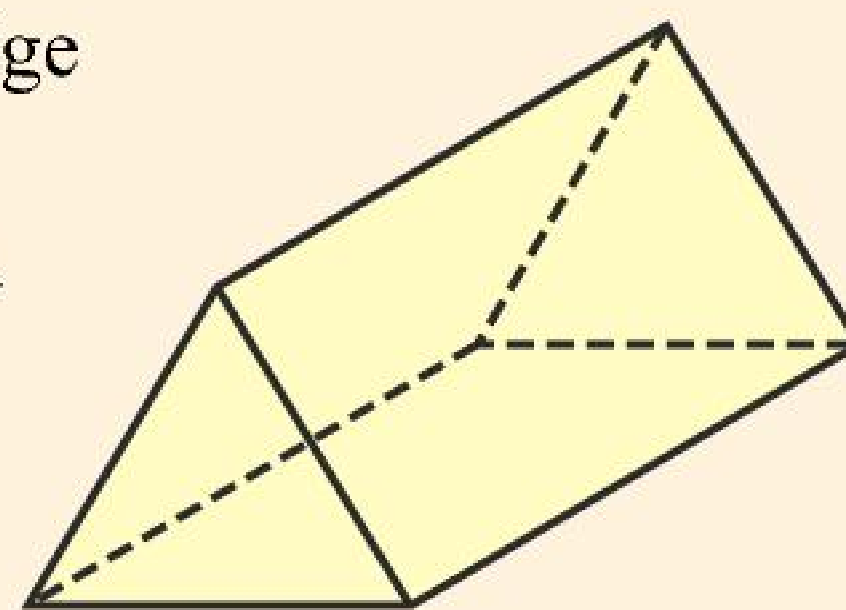


In het bovenaanzicht staan getallen. Die geven aan hoeveel kubussen op elkaar staan.

Voorbeeld Aanzicht op ware grootte tekenen

Opgave

Het prisma hiernaast heeft als grondvlak een gelijkzijdige driehoek met zijden van 2,5 cm.
Teken het vooraanzicht van het prisma op ware grootte.



Aanpak

De gelijkzijdige driehoek is het vooraanzicht van het prisma. Teken de gelijkzijdige driehoek.
Gebruik je passer.

Uitwerking



Theorie 8D Perspectief

Opgave 5



De zijkanten en de middenstreep van de weg hiernaast zijn in werkelijkheid evenwijdig aan elkaar. Op de tekening zijn ze dat niet. Ze snijden elkaar in punt *V*.
Dat punt *V* ligt op de horizontale blauwe lijn. Die lijn is de horizon. De weg verdwijnt achter de horizon bij dat punt *V*. Daarom heet dat punt het **verdwijnpunt**.
De weg is op de tekening achteraan smaller dan op de voorgrond. Uit ervaring weten we dat een weg overal even breed is. Daarom zien we die ook zo.







Landschappen en gebouwen teken je in **perspectief**. De horizon is dan op ooghoogte. Als je staat is je ooghoogte op ongeveer 1,50 m. Dat zie je in de bovenste tekening. Dat is het normale perspectief.

Als je door de knieën zakt of op je buik gaat liggen, zijn je ogen lager. Je krijgt een tekening in kikkerperspectief.

Als je ogen hoger zijn, bijvoorbeeld als je op een trap staat of op een toren, krijg je een tekening in vogelperspectief.

Perspectiefregel 1
Evenwijdige lijnen die van je af lopen snijden elkaar in het verdwijnpunt op de horizon.

Perspectiefregel 2
Verticale lijnen zijn ook in de tekening verticaal.

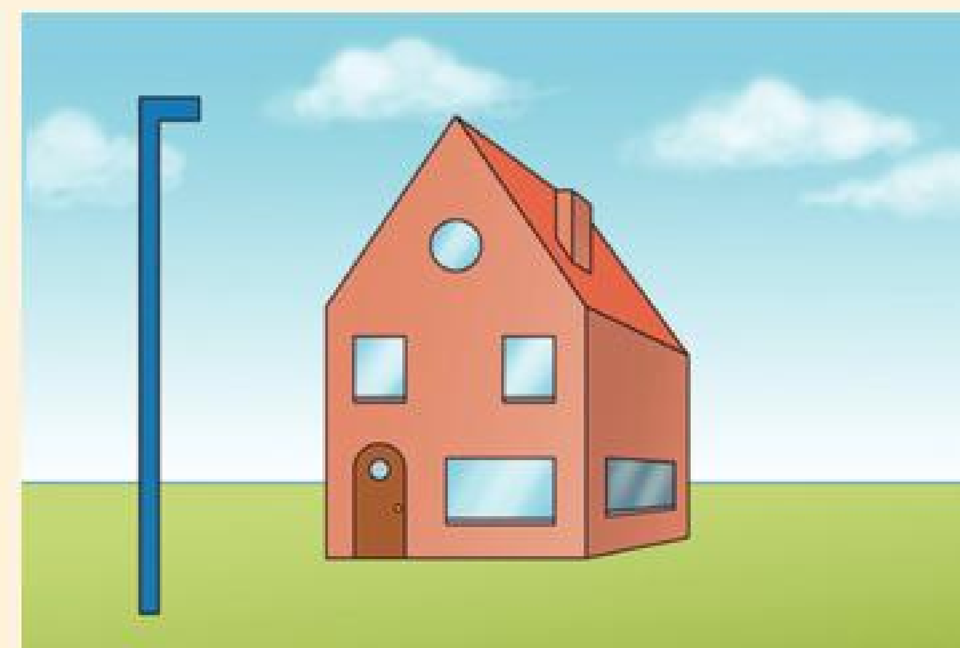
Perspectiefregel 3
De horizon is op ooghoogte, dus op ongeveer 1,50 m hoogte.

Perspectiefregel 4
In een perspectieftekening mag je alleen verticale afstanden meten.

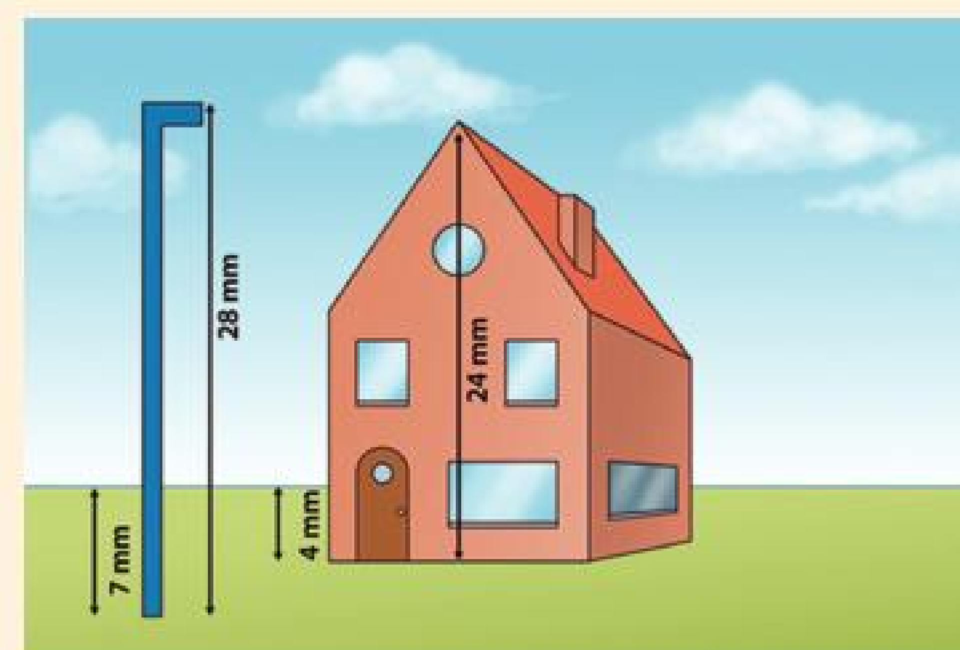
Voorbeeld Hoogte berekenen in perspectieftekening

Opgave

a Bereken de hoogte van het huis.
b Bereken de hoogte van de lantaarnpaal.



Aanpak



a De ooghoogte is op ongeveer 1,50 m.
Van de onderkant van het huis naar de horizon is 4 mm. Van de onderkant van het huis naar de punt van het huis is 24 mm.
24 : 4 = 6, dus de hoogte van het huis is 6 keer ooghoogte.
b Van de onderkant lantaarnpaal tot de horizon is 7 mm. Van de onderkant lantaarnpaal tot de bovenkant is 28 mm.
28 : 7 = 4, dus de hoogte van de lantaarnpaal is 4 keer ooghoogte.

Uitwerking

a 24 : 4 = 6, dus de hoogte van het huis is 6 keer ooghoogte.
Het huis is ongeveer 6 × 1,50 = 9 m hoog.
b 28 : 7 = 4, dus de hoogte van de lantaarnpaal is 4 keer ooghoogte.
De lantaarnpaal is ongeveer 4 × 1,50 = 6 m hoog.

Theorie 8E Kubussen en balken tekenen

Opgave 3

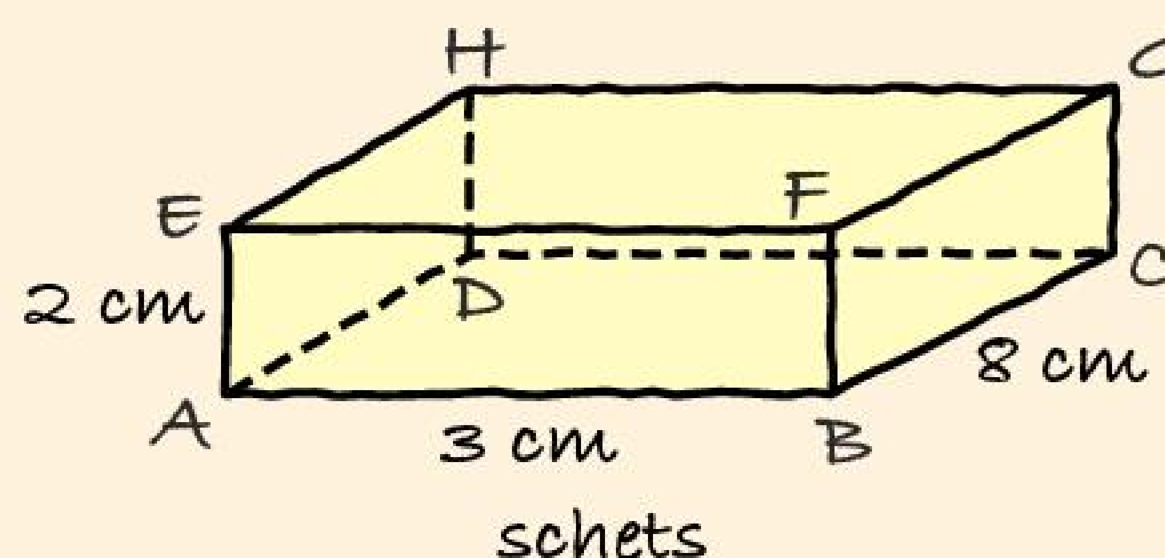
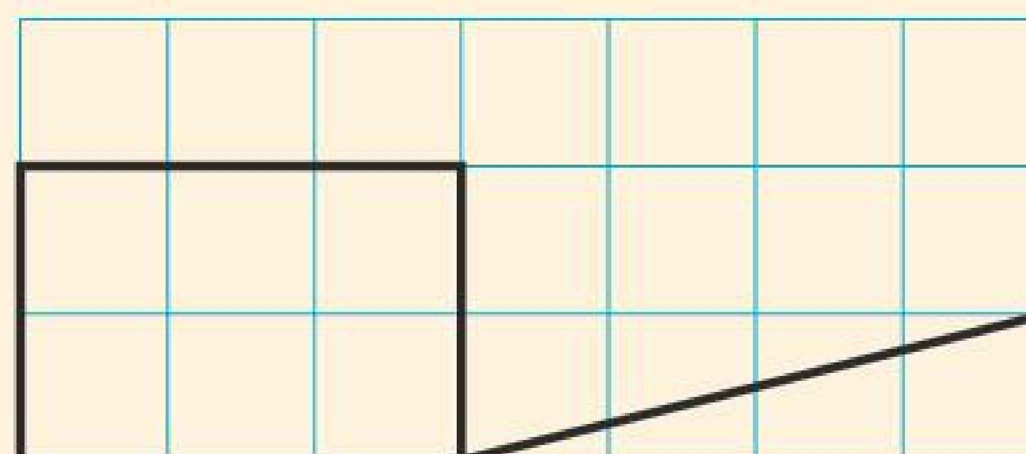
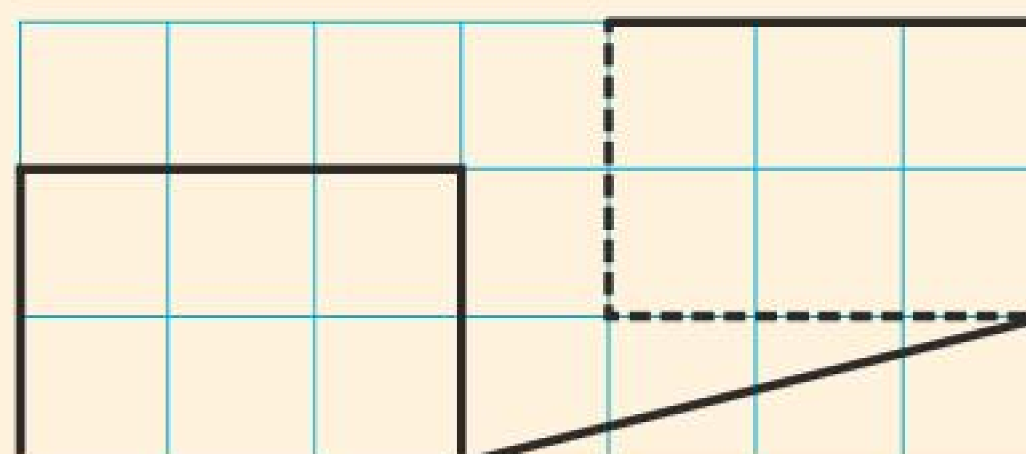
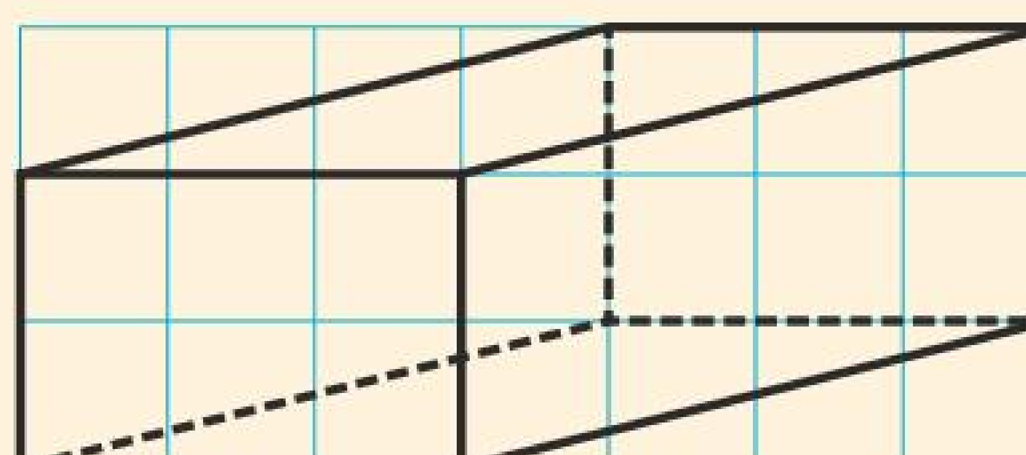
Bij tekeningen van ruimtelijke figuren kloppen de afmetingen niet met de werkelijkheid. Ribben die naar achter lopen zijn korter getekend. Voor het maken van een tekening van een kubus of balk op roosterpapier bestaan afspraken. In het voorbeeld vind je die afspraken.

Voorbeeld Balk tekenen

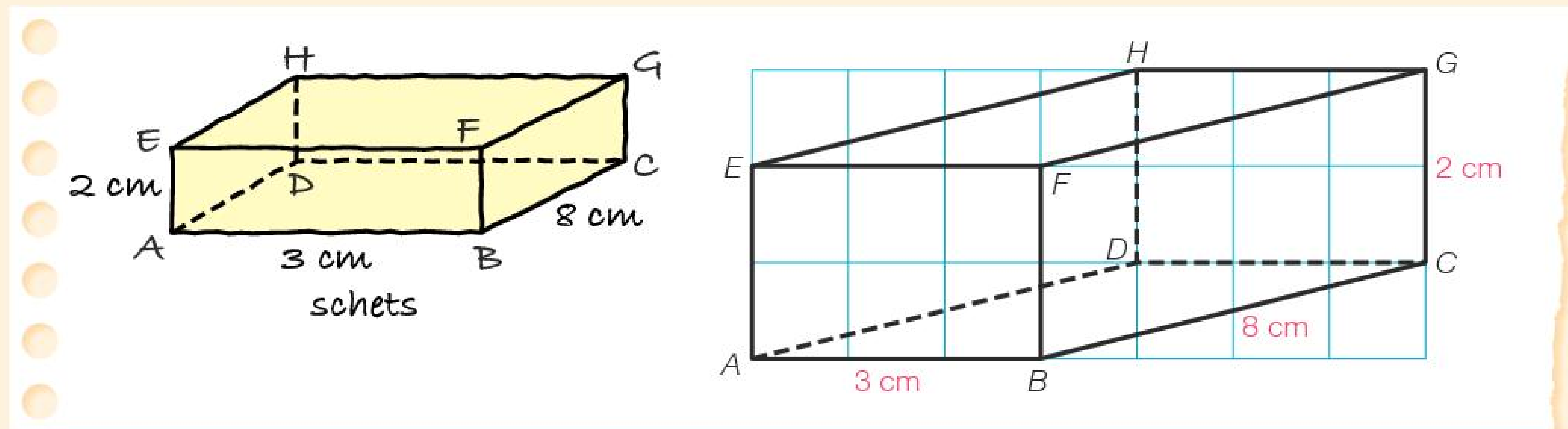
Opgave

Teken een balk *ABCD EFGH* met *AB* = 3 cm, *BC* = 8 cm en *CG* = 2 cm.

Aanpak

1 Maak eerst een schets van de balk. Zet de maten erbij. Je ziet dat het voorvlak de rechthoek *ABFE* van 3 bij 2 cm is.	
2 Teken het voorvlak op ware grootte. Teken vanuit het hoekpunt rechtsonder de ribbe die schuin naar achteren loopt. Die moet je ongeveer half zo lang tekenen als de werkelijke lengte, dus hier ongeveer 4 cm. Laat hem eindigen op een roosterpunt, één hokje hoger dan waar hij begon.	
3 Teken het achtervlak even groot als het voorvlak. Twee ribben worden gestippeld.	
4 Teken de andere ribben die naar achteren lopen. Eén ribbe wordt gestippeld.	
5 Zet letters bij de hoekpunten. Zet bij drie ribben de maat.	

Uitwerking



Theorie 8F Oppervlakte ruimtefiguren

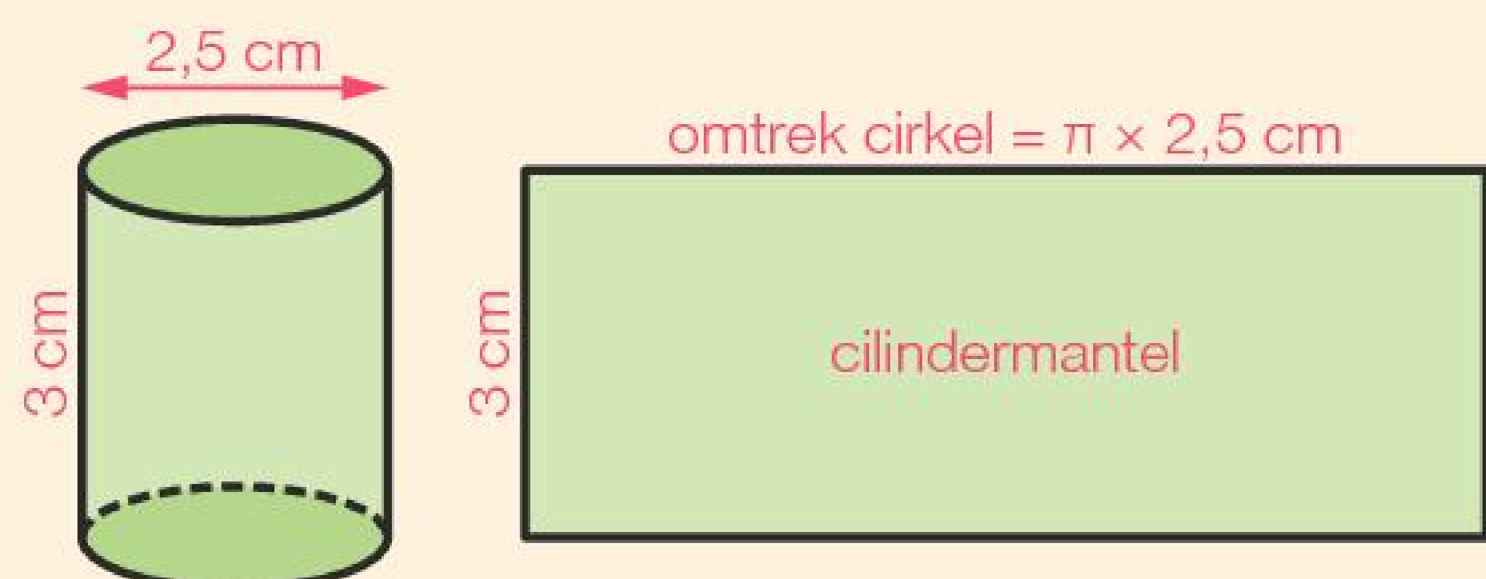
Opgaven 7, 13, 23, 27, 68

Van een ruimtefiguur kun je de oppervlakte berekenen. Je berekent de oppervlakte van alle zijvlakken. Die tel je bij elkaar op. In de voorbeelden zie je hoe dat gaat bij een cilinder en een prisma.

Voorbeeld Oppervlakte cilinder

Opgave

Bereken de oppervlakte van de cilinder. Rond af op hele cm^2.



Aanpak

De cilinder bestaat uit twee cirkels en een **cilindermantel**.
De uitslag van de cilindermantel is een rechthoek.
De lengte van de rechthoek is gelijk aan de omtrek van de cirkel, dus aan π × diameter.
Bij berekeningen met π rond je het tussenantwoord af op één decimaal meer dan het eindantwoord.

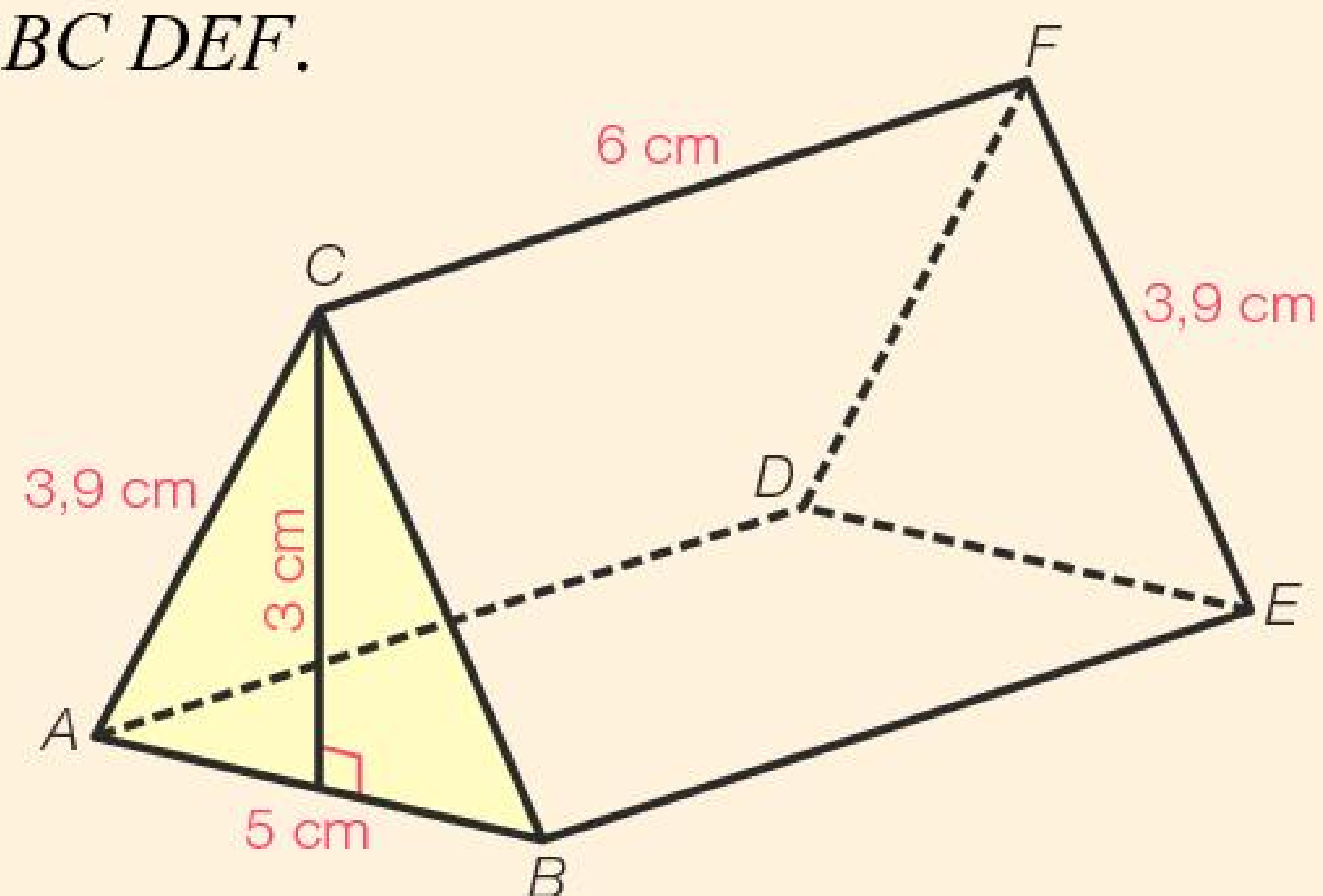
opp cirkel = π × $straal^2$
omtrek cirkel = π × diameter

Uitwerking

straal cirkel = 2,5 : 2 = 1,25 cm
oppervlakte grondvlak = $\pi \times 1{,}25^2$ = 4,9 cm^2
oppervlakte bovenvlak = 4,9 cm^2
oppervlakte cilindermantel = π × 2,5 × 3 = 23,6 cm^2 +
totale oppervlakte = 33,4 cm^2
De oppervlakte van de cilinder is 33 cm^2.

Voorbeeld Oppervlakte prisma

Opgave
Bereken de oppervlakte van het prisma *ABC DEF*.



Aanpak
Het prisma heeft vijf zijvlakken. Twee zijvlakken hebben de vorm van een driehoek.
Die hebben dezelfde oppervlakte.
De andere zijvlakken zijn rechthoeken.
Bereken de oppervlakte van elk zijvlak.
Tel de oppervlakten bij elkaar op.

Uitwerking

oppervlakte $\triangle ABC$	$= 0{,}5 \times 5 \times 3$	$= 7{,}5$ cm^2
oppervlakte $\triangle DEF$		$= 7{,}5$ cm^2
oppervlakte *ABED*	$= 5 \times 6$	$= 30$ cm^2
oppervlakte *BEFC*	$= 3{,}9 \times 6$	$= 23{,}4$ cm^2
oppervlakte *ADFC*		$= 23{,}4$ cm^2 +
totale oppervlakte		$= 91{,}8$ cm^2

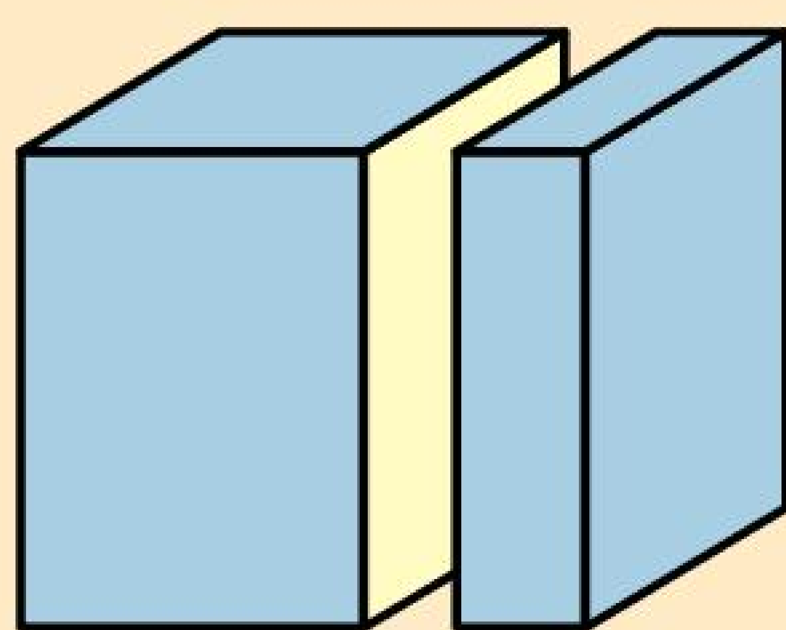
De oppervlakte van prisma *ABC DEF* is 91,8 cm^2.

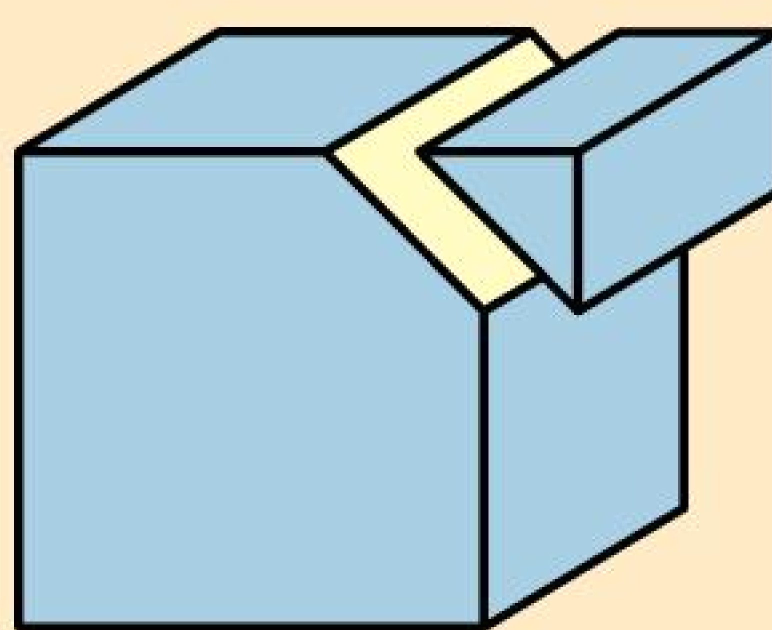
Theorie 8G Doorsneden

Opgaven 21, 63

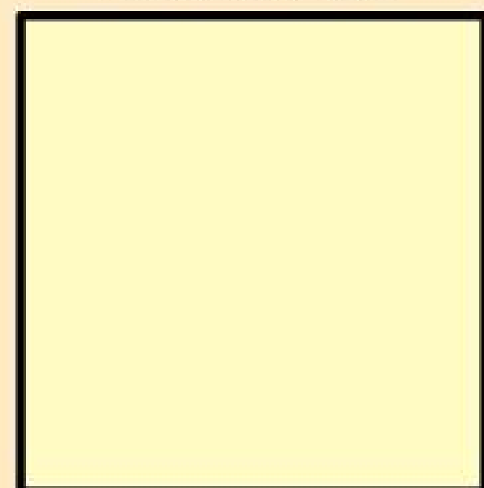
Een ruimtefiguur kun je doorsnijden. Het snijvlak heet de **doorsnede**. Een doorsnede is altijd een vlakke figuur.

Je ziet hieronder een kegel en een kubus met doorsneden. Die doorsneden hebben de vorm van een vierkant, een rechthoek, een cirkel en een ellips. Er zijn ook nog andere vormen van doorsneden mogelijk.

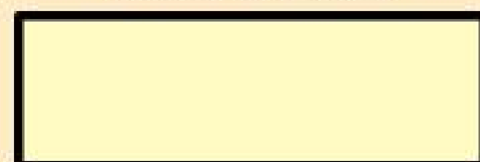


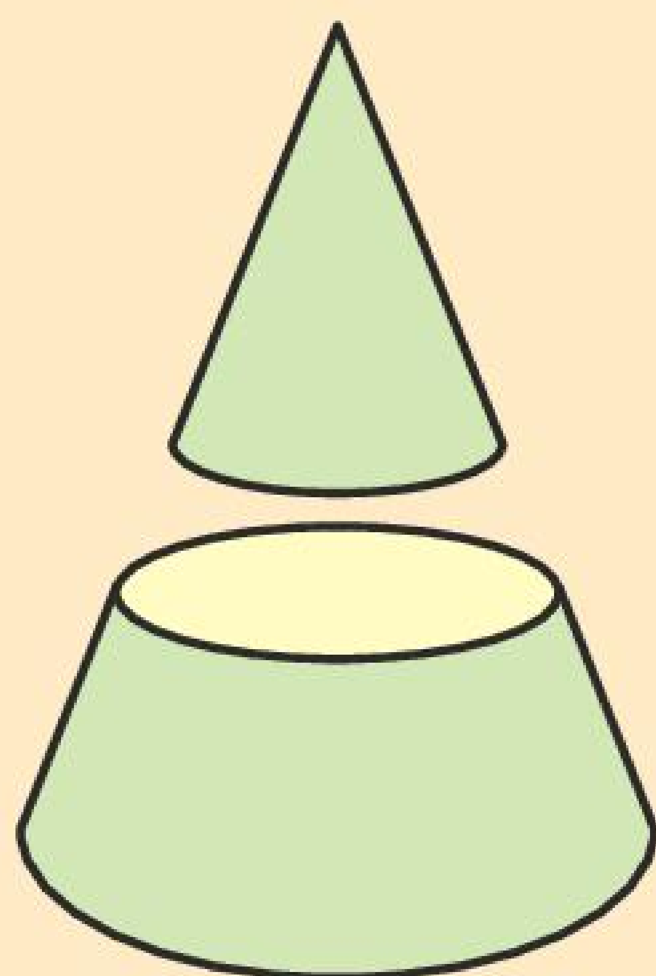


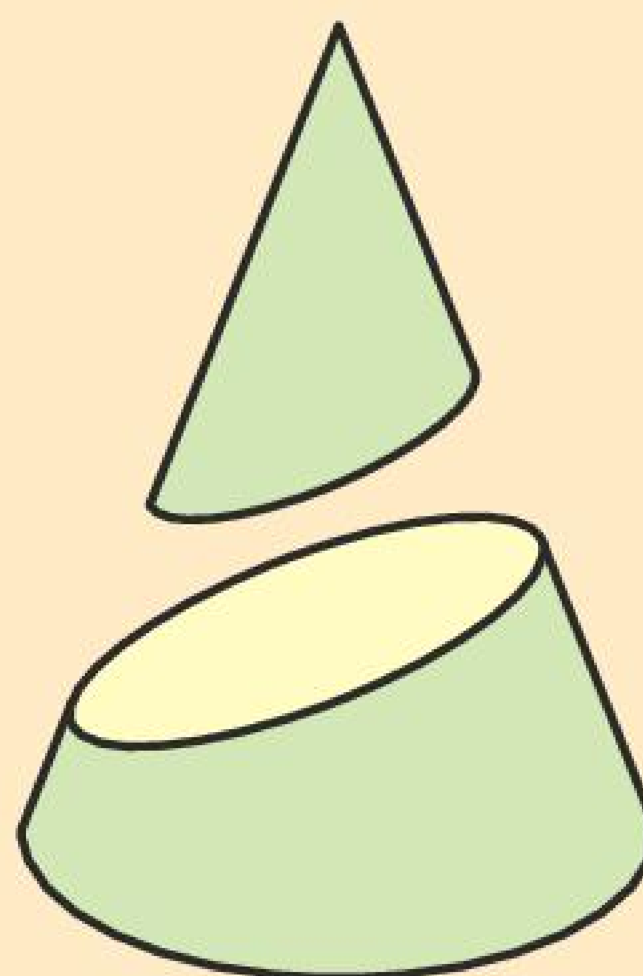
doorsnede



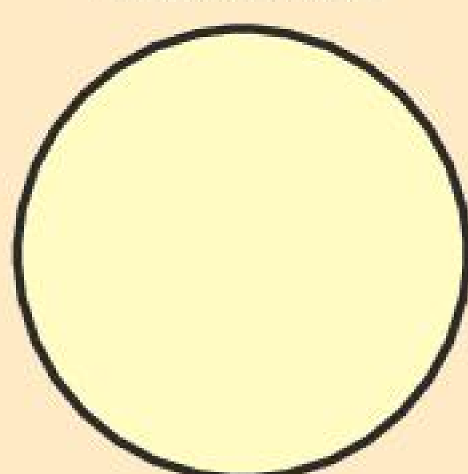
doorsnede



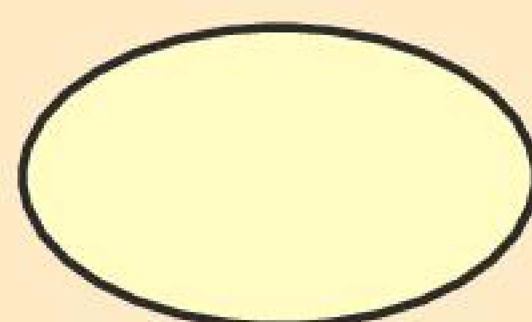




doorsnede



doorsnede



Bij een doorsnede zie je geen diepte.

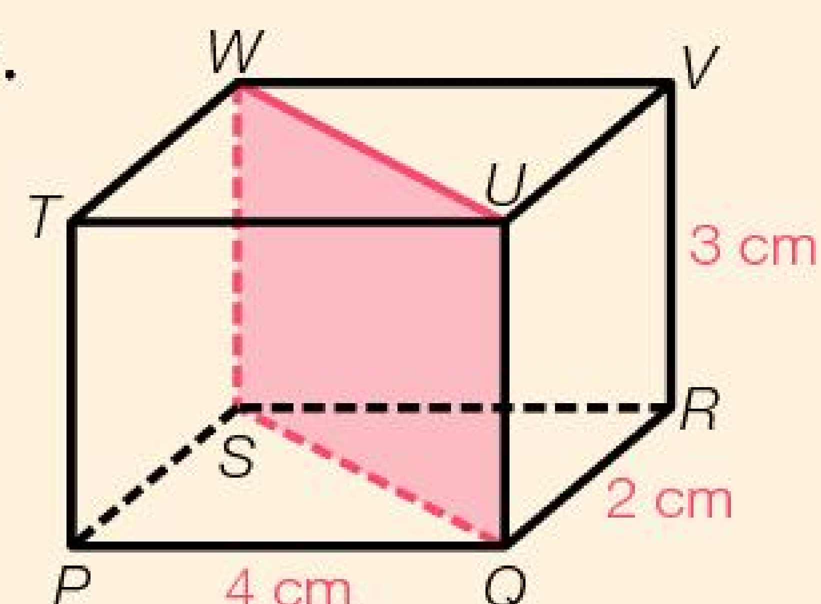
Theorie 8H Diagonaalvlak op ware grootte tekenen

Opgaven 21, 22

Een balk en een kubus kun je diagonaal doorsnijden.
Deze **doorsnede** kun je op **ware grootte** tekenen. Hiervoor moet je vaak eerst een zijde berekenen met behulp van de **stelling van Pythagoras**.
Een balk en een kubus hebben zes diagonaalvlakken. De diagonaalvlakken van een kubus zijn allemaal even groot.

Voorbeeld Diagonaalvlak op ware grootte tekenen

Opgave
Teken diagonaalvlak *SQUW* van de balk op ware grootte.



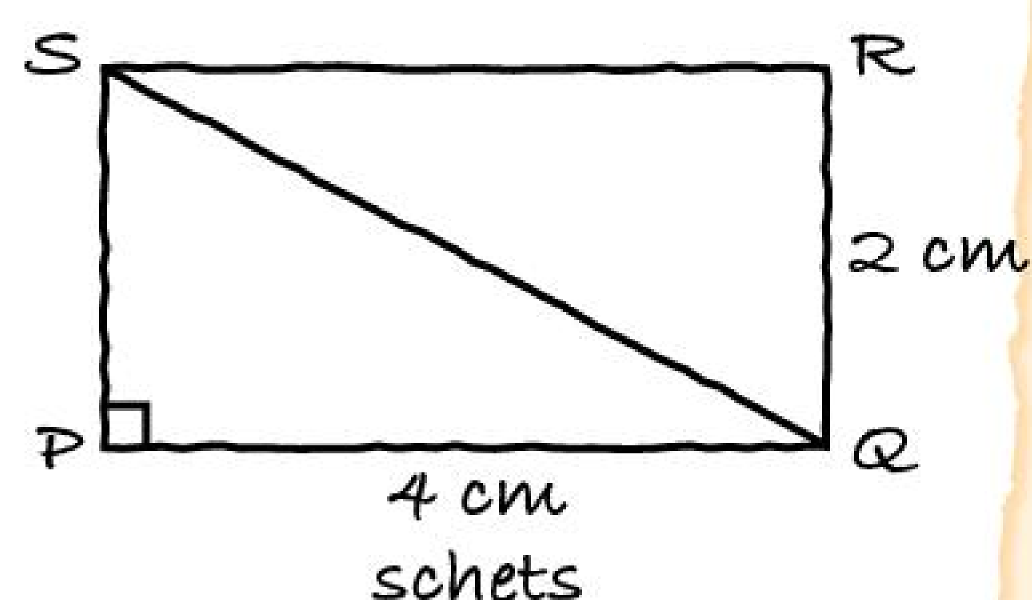
Aanpak
Doorsnede *SQUW* heeft de vorm van een rechthoek.
Je weet $QU = 3$ cm. De lengte van *SQ* weet je niet.
SQ is een diagonaal van het ondervlak *PQRS*.
Maak eerst een schets van vlak *PQRS* en teken hierin diagonaal *SQ*.
Bereken *SQ* met de stelling van Pythagoras. Rond af op één decimaal.
Teken diagonaalvlak *SQUW* op ware grootte.

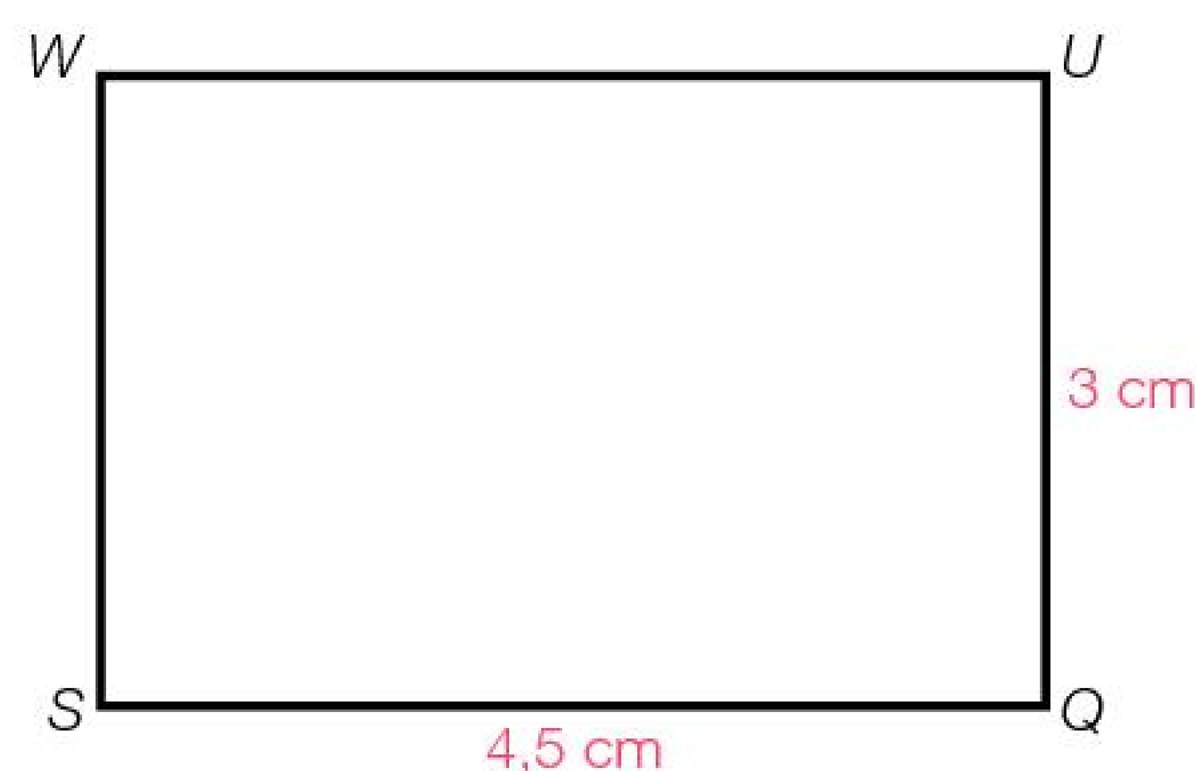
Uitwerking

In $\triangle PQS$ is $\angle P = 90°$.

$$\begin{array}{rl} \text{rhz}^2 = & 16 \\ \text{rhz}^2 = & 4 \quad + \\ \hline ?\ \text{sz}^2 = & 20 \end{array}$$

$\text{sz} = \sqrt{20} = 4{,}472...$
$QS = 4{,}5$ cm

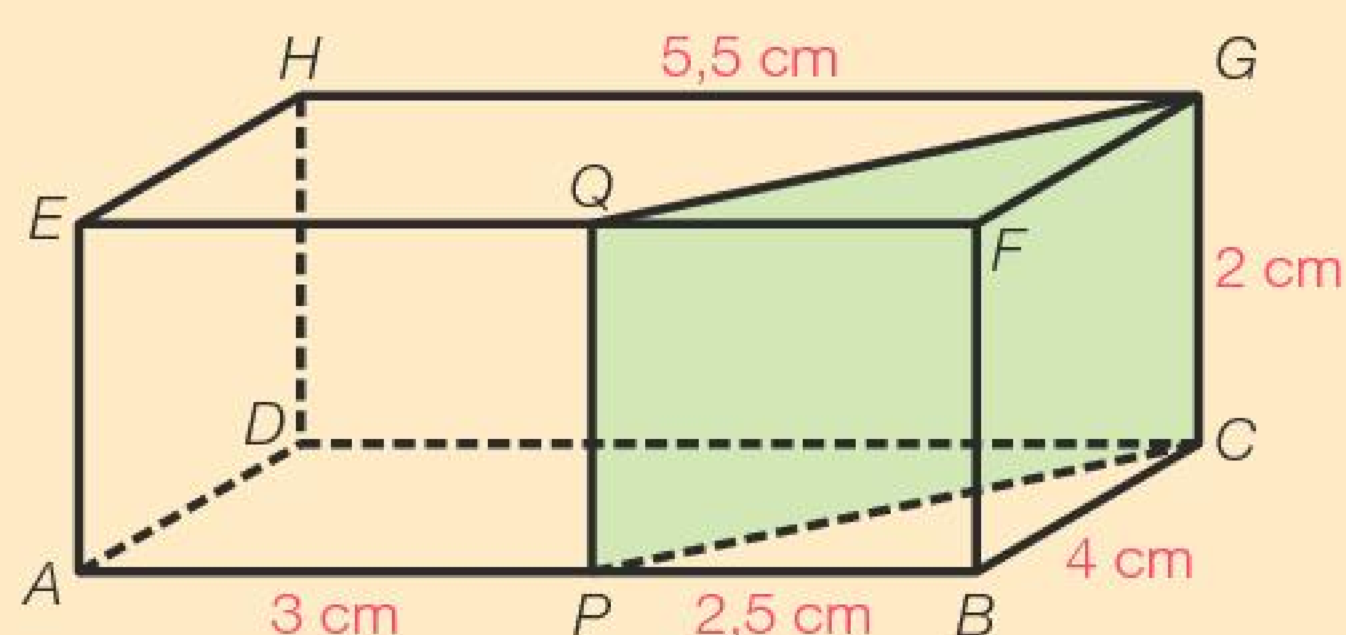




Theorie 8I [VMBO-GT] Doorsnede op ware grootte tekenen

Opgave 33

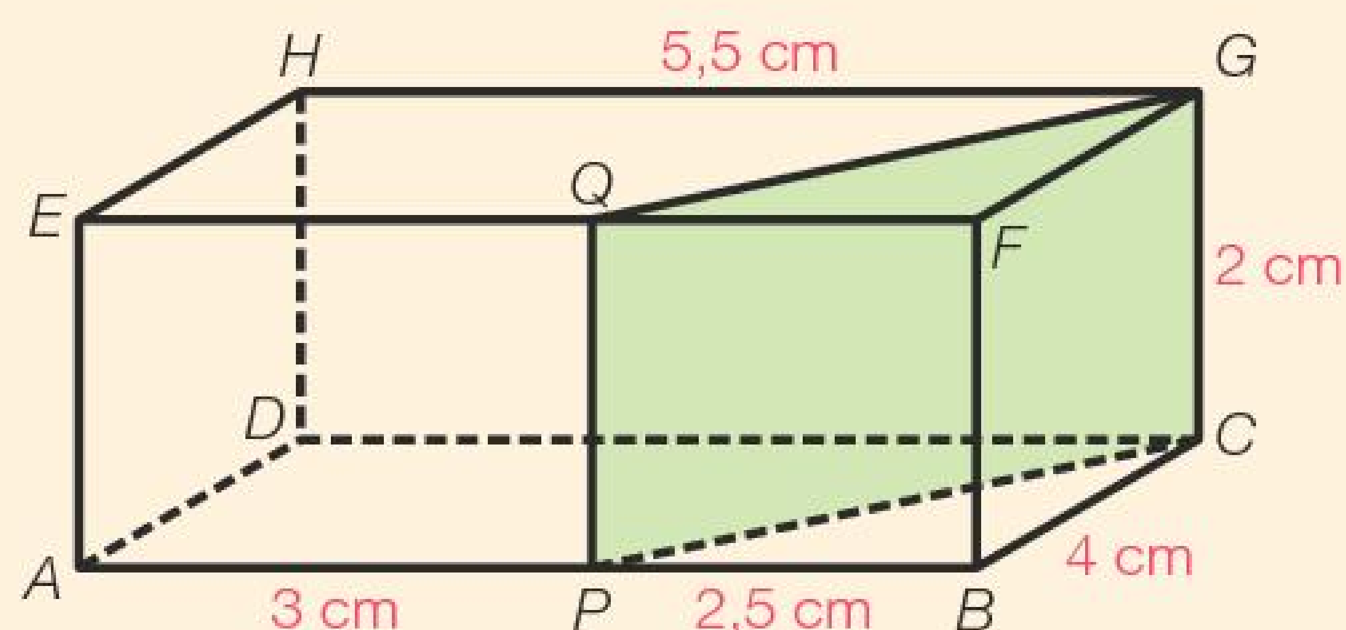
Vlak *PCGQ* is geen diagonaalvlak van de balk. Toch kun je dit vlak op ware grootte tekenen. Hoe dat gaat zie je in het voorbeeld.



Voorbeeld Doorsnede tekenen

Opgave

Teken vlak *PCGQ* op ware grootte.



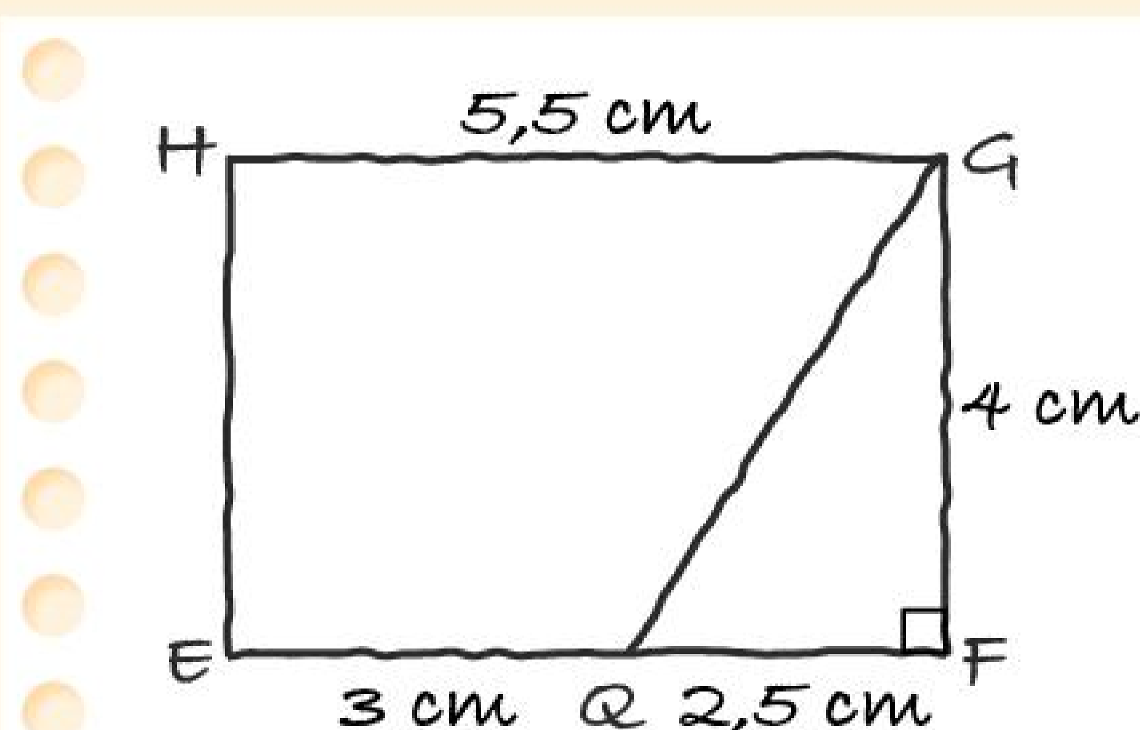
Aanpak

1 Je weet de lengte van $CG = 2$ cm.

2 De lengte van QG kun je berekenen.
Dat gaat zo:
- Maak een schets van het bovenvlak *EFGH*. Zet er maten en letters bij.
- Teken QG in de schets.
- Bereken de lengte van QG met de stelling van Pythagoras.
Rond af op één decimaal.

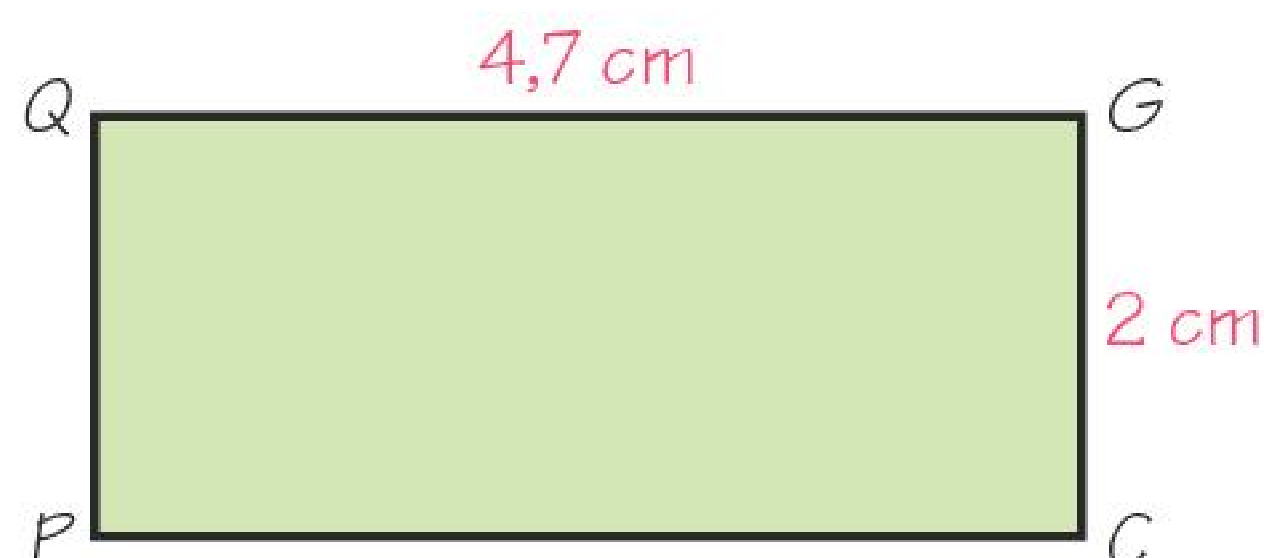
3 Teken de doorsnede op ware grootte.
Gebruik de lengte van QG en van CG.
Zet de maten en de letters erbij.

Uitwerking



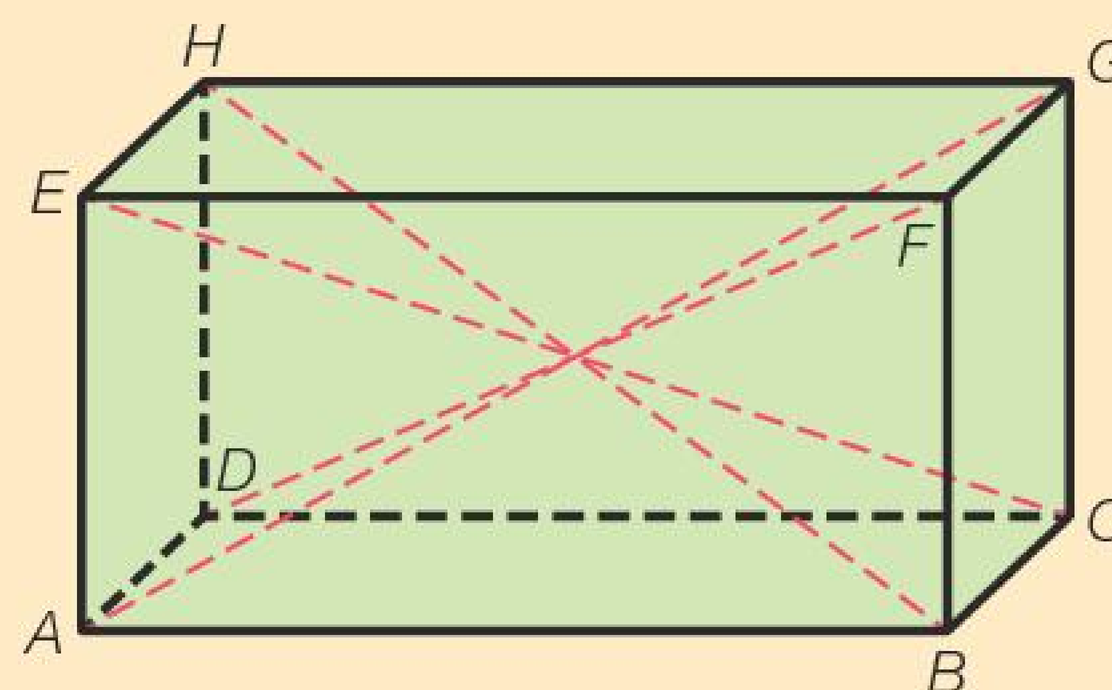
rhz^2 = 6,25
rhz^2 = 16
? sz^2 = 22,25 +

sz = $\sqrt{22,25}$ = 4,716...
QG = 4,7 cm



Theorie 8J Lichaamsdiagonaal berekenen

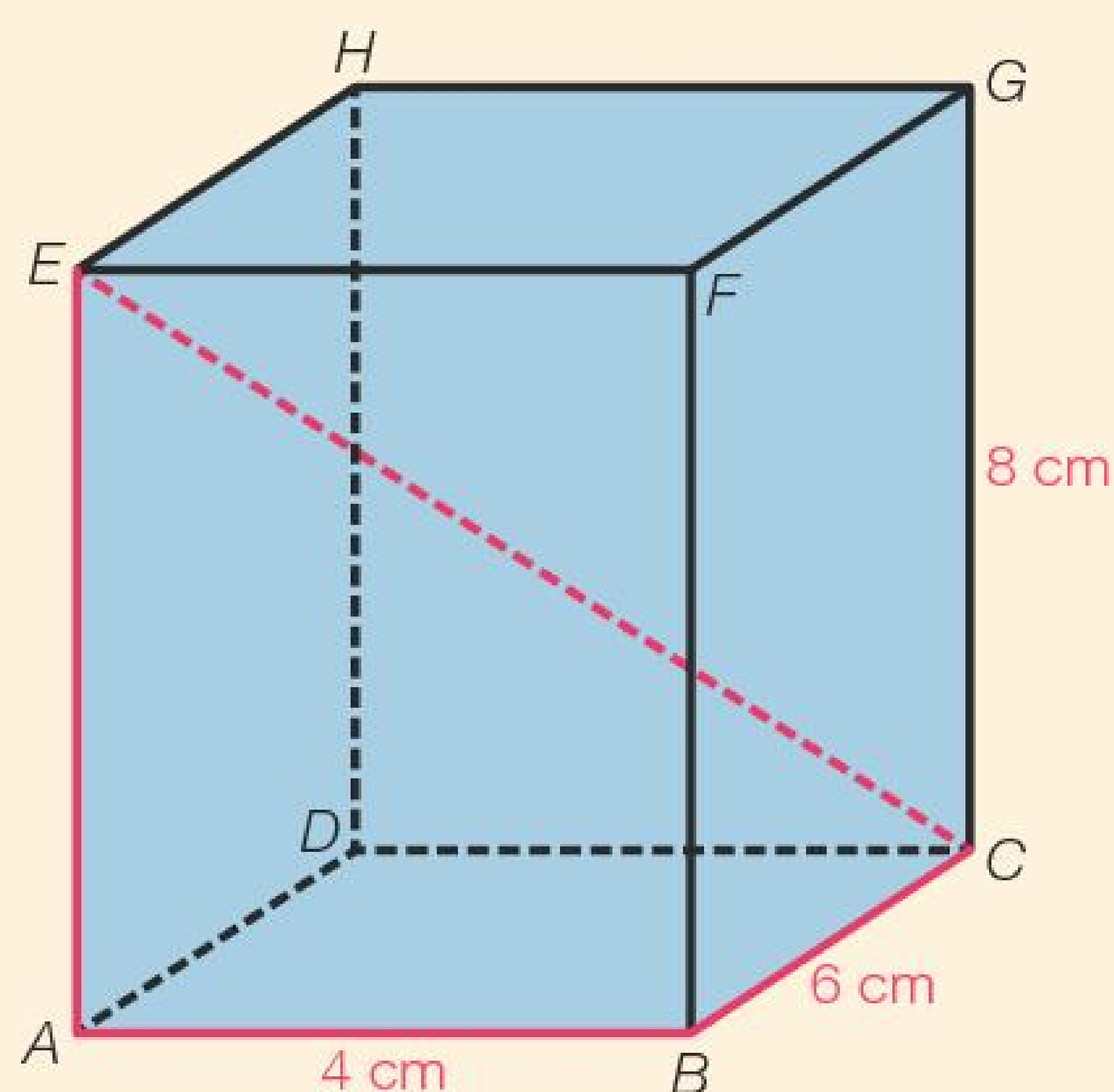
Opgaven 32, 37, 46, 75



Een balk en een kubus hebben vier **lichaamsdiagonalen**. Die gaan van een hoekpunt naar het hoekpunt er schuin tegenover. In de balk hiernaast zijn alle vier de lichaamsdiagonalen getekend: *AG, BH, CE* en *DF*. De vier lichaamsdiagonalen zijn even lang.
De lengte van een lichaamsdiagonaal kun je snel berekenen met de **verlengde stelling van Pythagoras**. In de verlengde stelling van Pythagoras gebruik je altijd drie ribben.

Voorbeeld Lichaamsdiagonaal berekenen

Opgave
Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal *CE*. Rond af op één decimaal.



Aanpak
1 Kijk over welke drie ribben je van *C* naar *E* kunt.
Dat zijn bijvoorbeeld *CB*, *BA* en *AE*.
2 Gebruik de verlengde stelling van Pythagoras.

Uitwerking

rhz^2 = 36
rhz^2 = 16
rhz^2 = 64 +
? sz^2 = 116

sz = $\sqrt{116}$ = 10,770...
CE = 10,8 cm

Theorie 8K [VMBO-GT] Over drie ribben

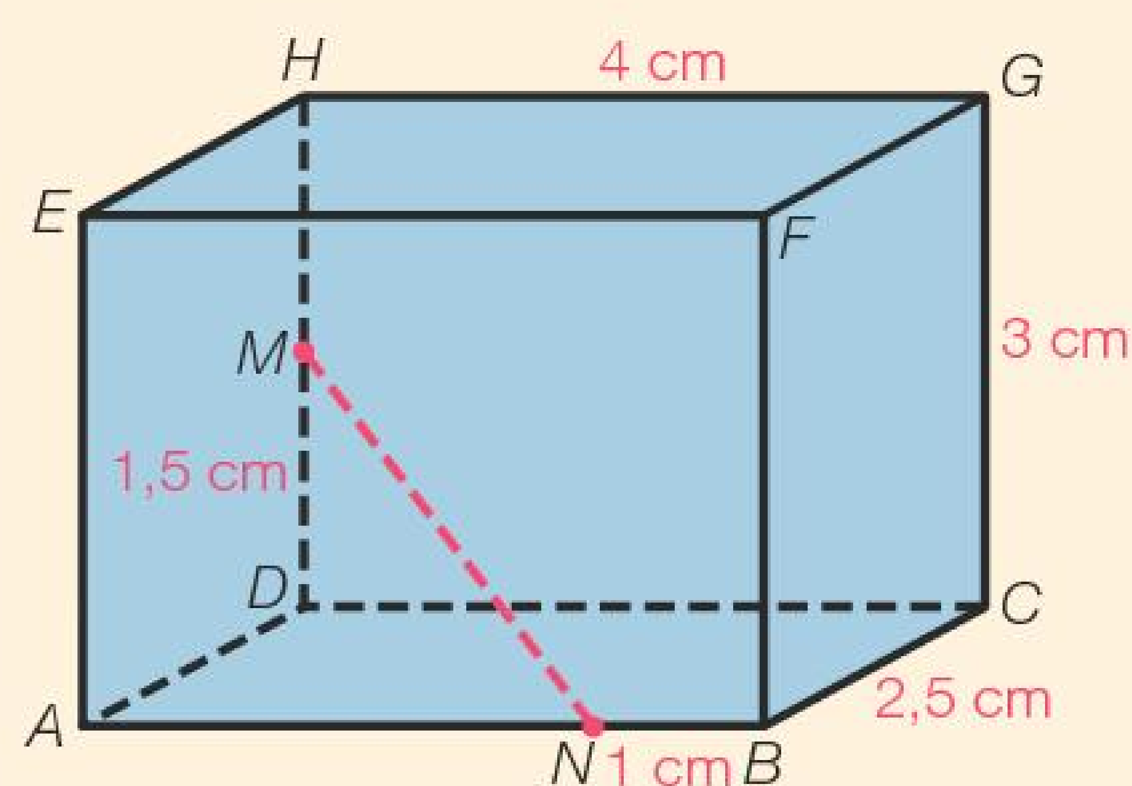
Opgaven 17, 38

Zodra je in een kubus of balk **over drie ribben** of gedeeltes van ribben van het begin naar het eind van een lijnstuk kunt gaan, kun je de lengte van dat lijnstuk berekenen met de verlengde Pythagoras. Hoe dat gaat zie je in het voorbeeld.

Voorbeeld Over drie ribben

Opgave

Bereken de lengte van *NM* in één decimaal.



Aanpak

Ga van *N* naar *M* over drie ribben of gedeeltes van ribben, dus $NA \rightarrow AD \rightarrow DM$.

Uitwerking

rhz^2 = 9
rhz^2 = 6,25
rhz^2 = 2,25 +
? sz^2 = 17,5

sz = $\sqrt{17,5}$ = 4,183...
AG = 4,2 cm

Theorie 8L [VMBO-GT] Goniometrie in de ruimte

Opgaven 24, 32, 34-36

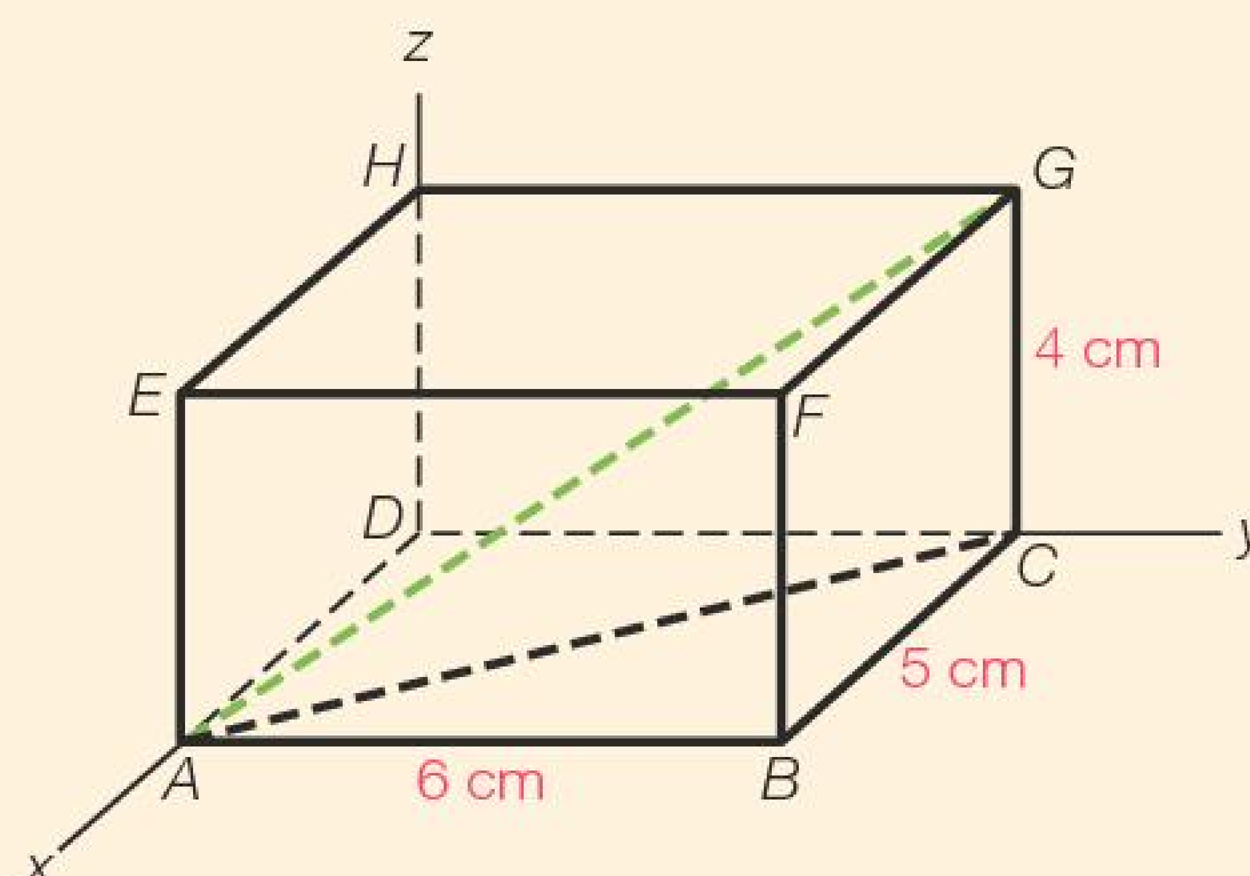
Om een hoek te berekenen met goniometrie zoek je altijd een rechthoekige driehoek. Dat is ook zo in een ruimtefiguur.

Voorbeeld Hoek berekenen in een ruimtefiguur

Opgave

Hiernaast zie je een tekening van balk *ABCD EFGH* in een assenstelsel.
De maten in centimeters staan erbij.

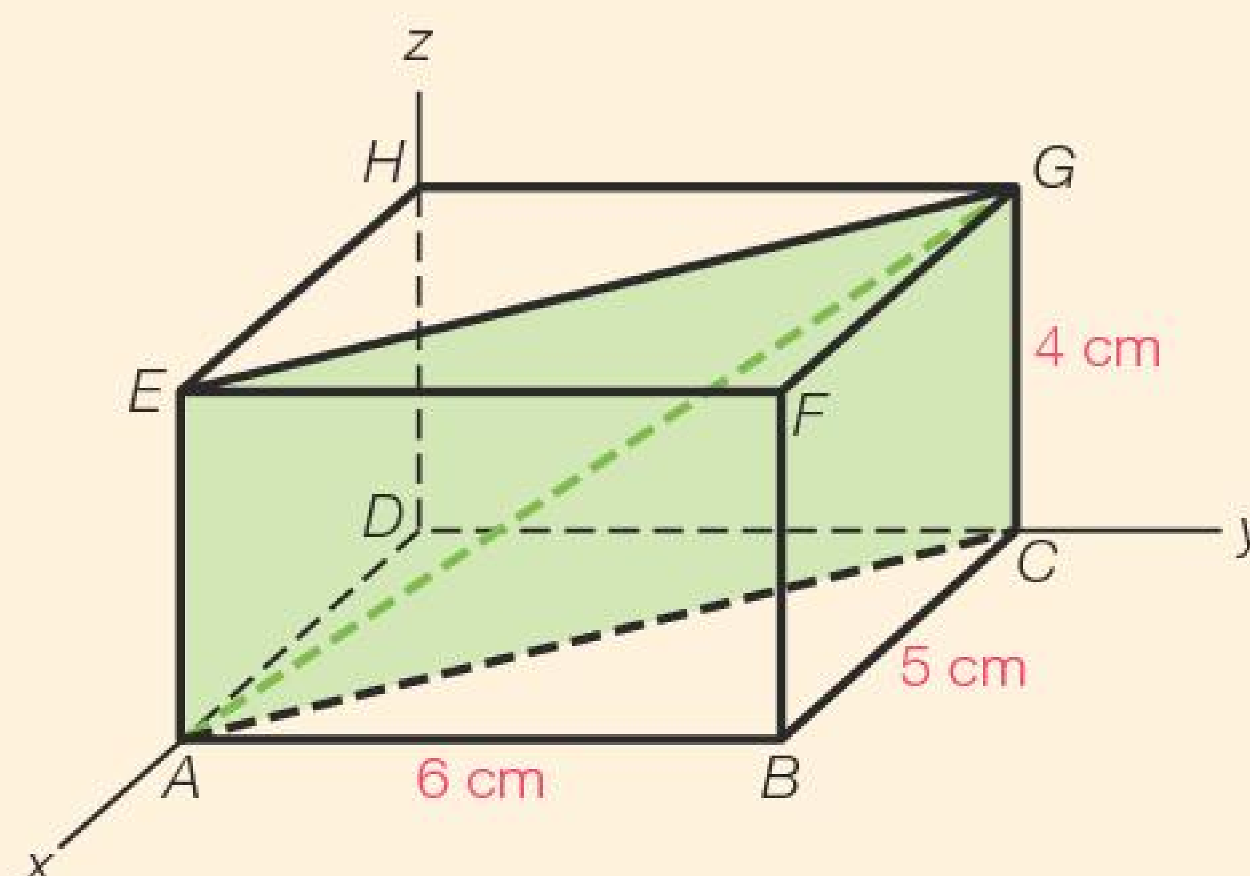
a Bereken *AG*. Rond af op één decimaal.
b Bereken $\angle CAG$.



Aanpak

a Ga van *A* naar *G* via drie ribben.
Bijvoorbeeld $AB \rightarrow BC \rightarrow CG$.
De lengte van deze drie ribben gebruik je om *AG* te berekenen.

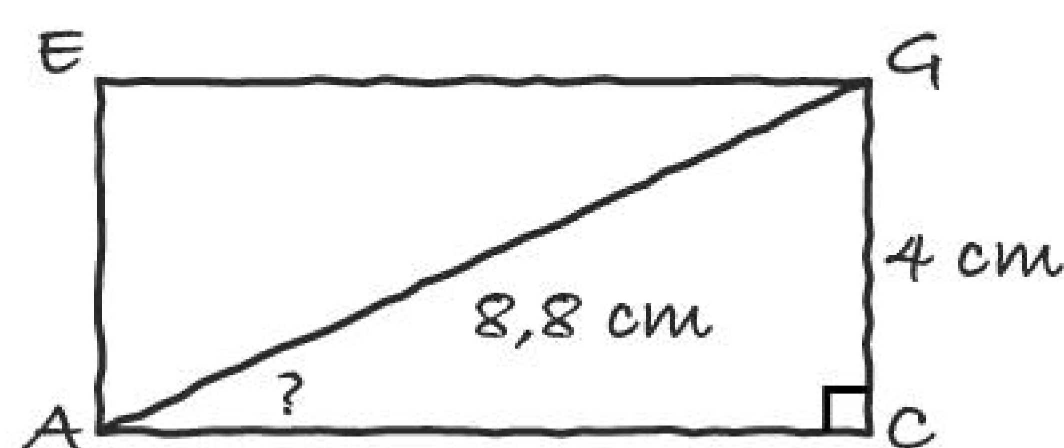
b $\angle CAG$ ligt in diagonaalvlak *ACGE*.
Maak een schets van dat diagonaalvlak.
Teken *AG*.
Van $\angle CAG$ weet je de **o**verstaande rechthoekszijde en de **s**chuine zijde,
SOS, gebruik dus sinus.



Uitwerking

a $\text{rhz}^2 = 36$
$\text{rhz}^2 = 25$
$\text{rhz}^2 = 16$ +
$?\ \text{sz}^2 = 77$
$\text{sz} = \sqrt{77} = 8{,}774...$
$AG = 8{,}8$ cm

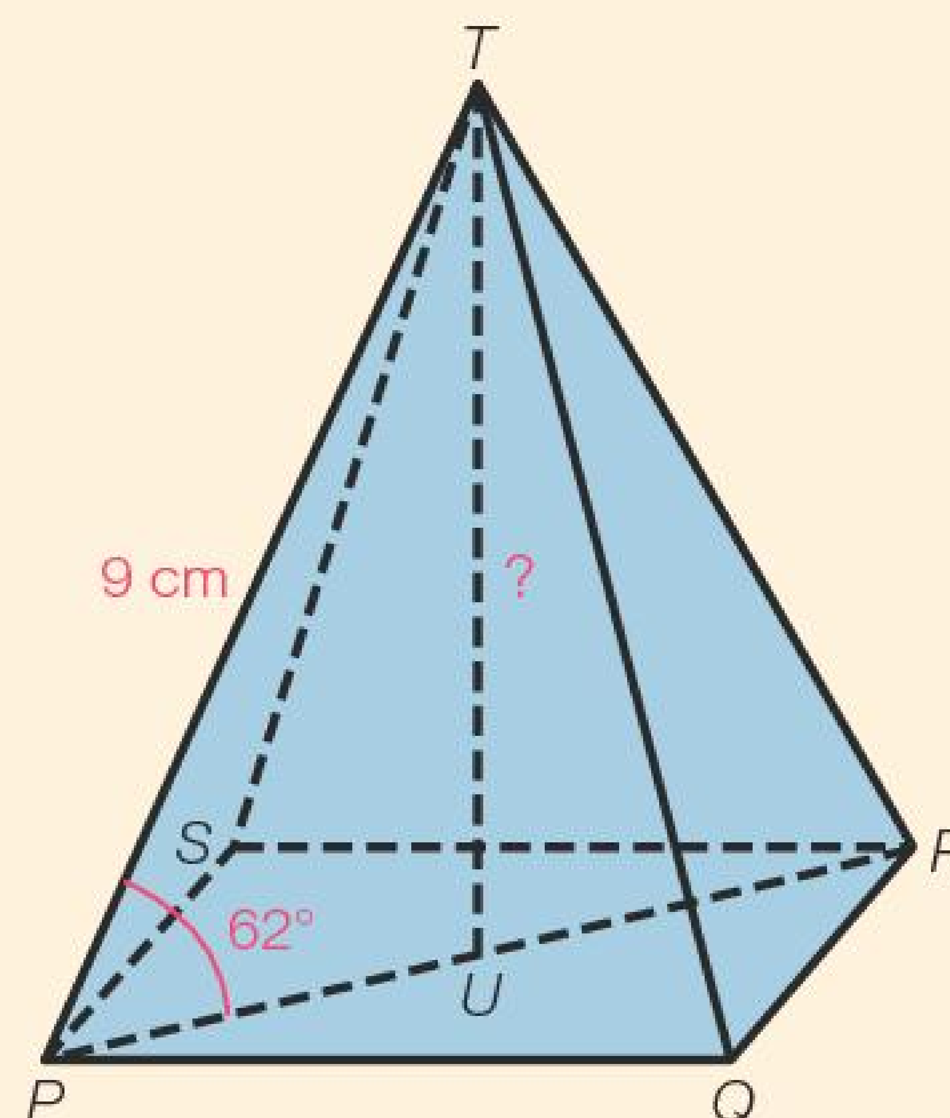
b $\sin \angle CAG = \dfrac{4}{8{,}8}$
$\angle CAG = 27°$



Voorbeeld Lengte berekenen in een ruimtefiguur

Opgave

Bereken de hoogte TU in de piramide $T\,PQRS$.
Rond af op één decimaal.



Aanpak

De hoogte is te vinden in driehoek TPR.
Maak een schets van die driehoek en zet er de maten in die je kent. Teken TU.
Van de rechthoekige driehoek TPU weet je de **s**chuine zijde en $\angle P$. Je gaat de **o**verstaande rechthoekszijde van $\angle P$ berekenen, dus **SOS**, gebruik dus sinus.

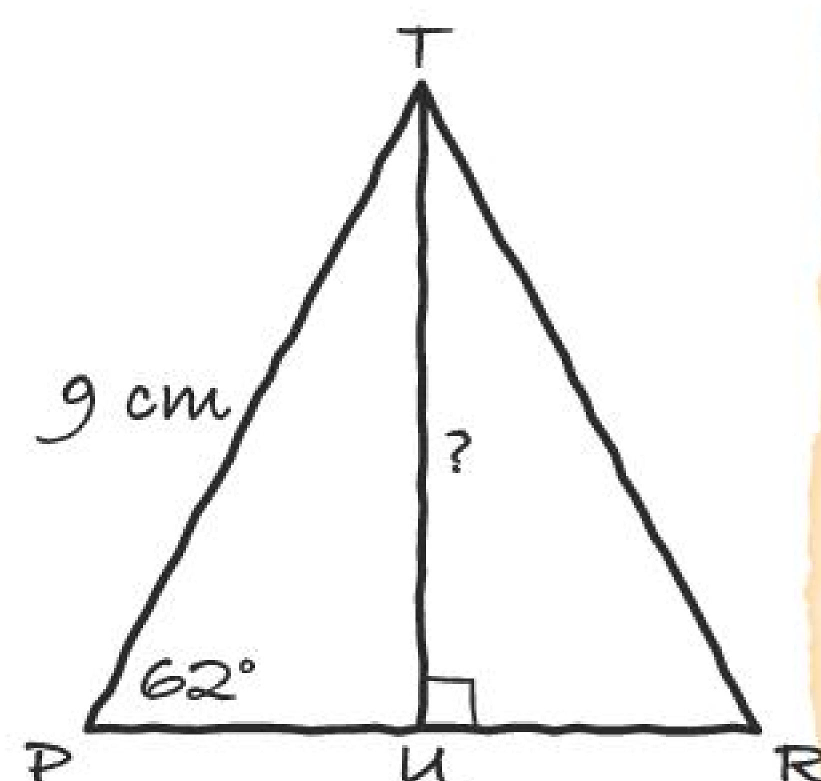
$\sin \angle P = \dfrac{TU}{PT}$

Uitwerking

$\sin 62° = \dfrac{TU}{9}$

$9 \times \sin 62° = 7{,}946...$

$TU = 7{,}9$ cm



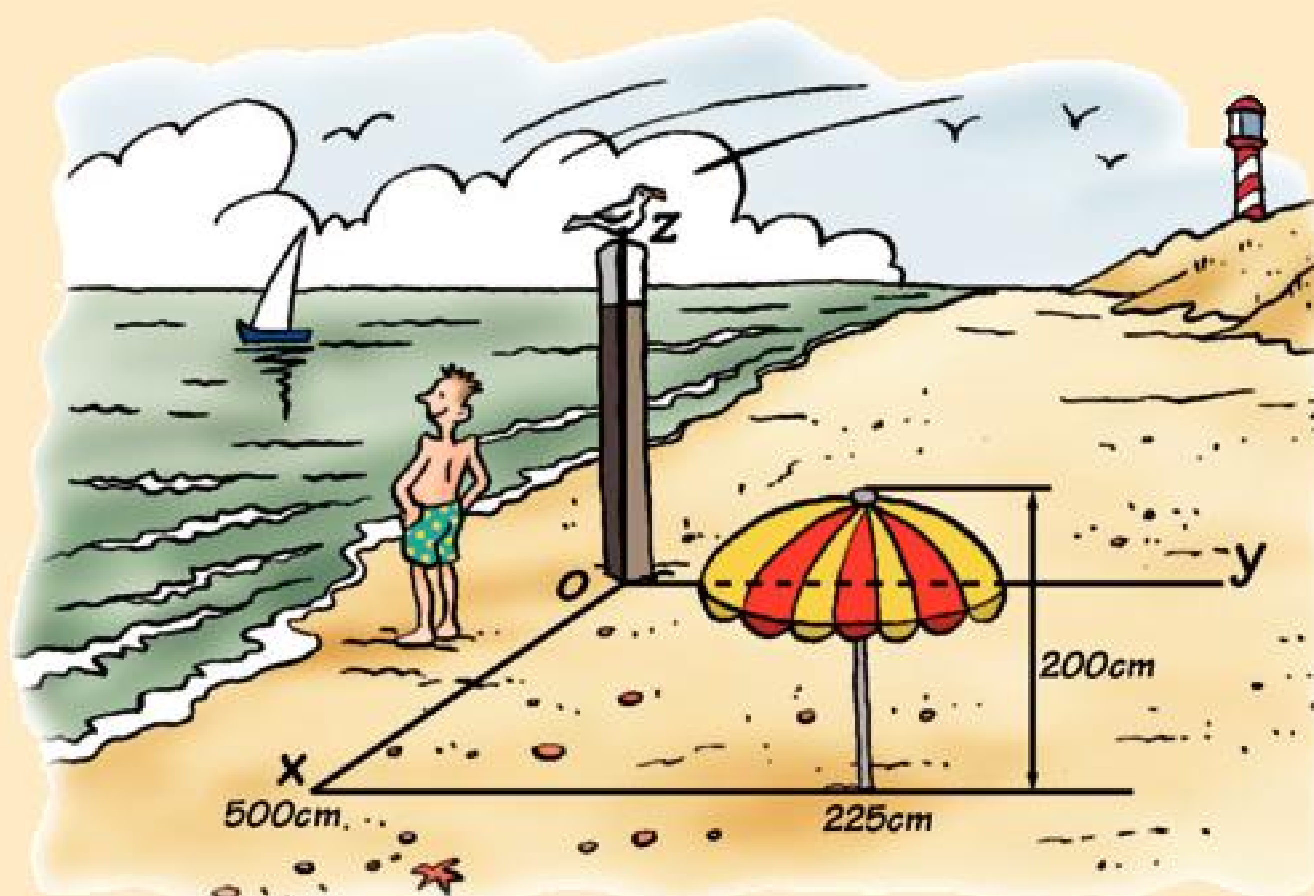
Theorie 8M Coördinaten in de ruimte

Opgave 45

De parasol is 200 cm hoog.
Vanaf de paal naar de top van de parasol ga je:

- 500 cm in de x-richting
- 225 cm in de y-richting
- 200 cm in de z-richting.

De top van de parasol heeft dus de coördinaten (500, 225, 200).



Theorie 8N [VMBO-GT] Driedimensionaal assenstelsel

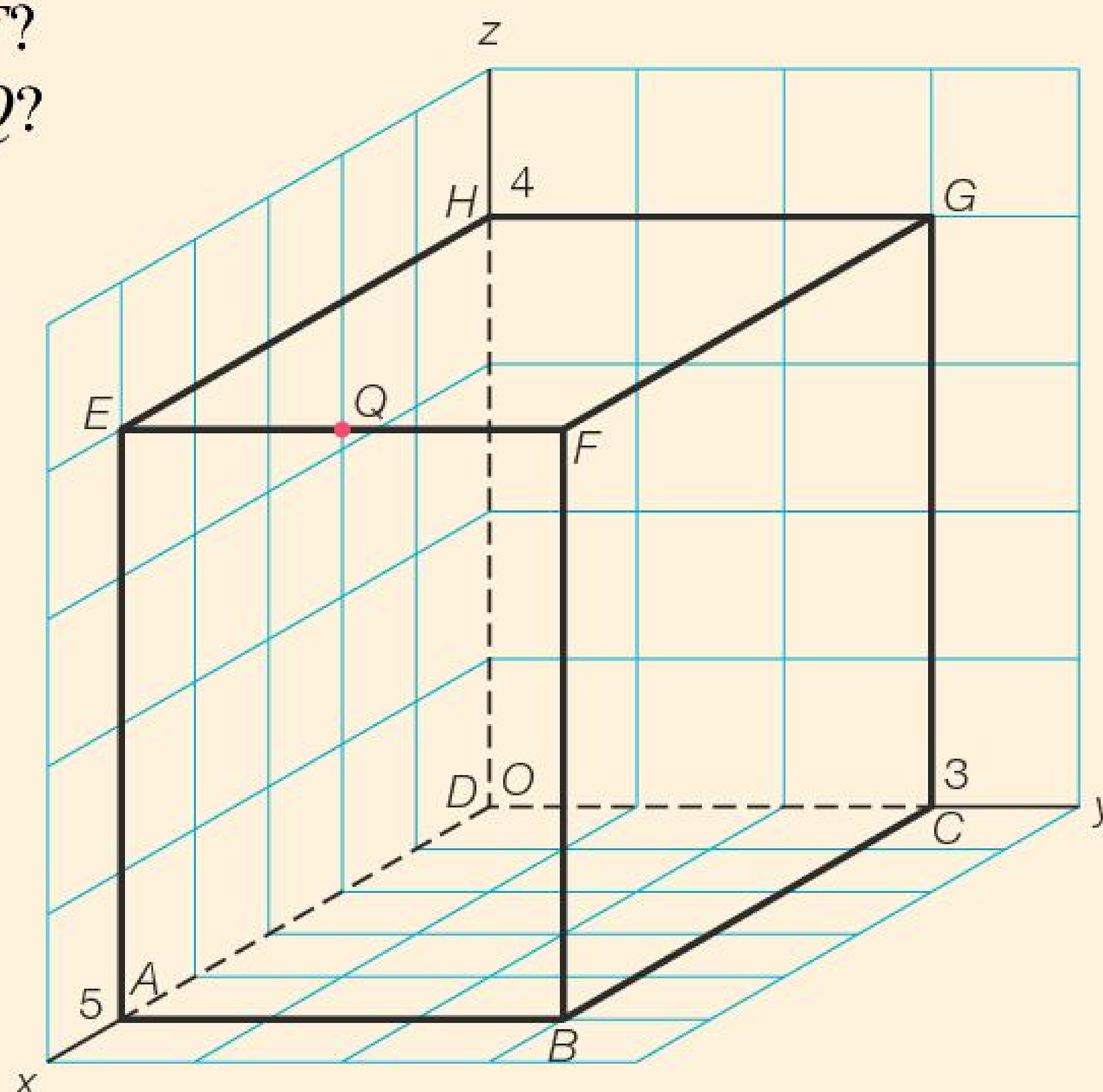
Opgaven 16, 46, 74, 77

Ruimte heeft drie dimensies, een lengte een breedte en een hoogte. Daarom heb je in de ruimte drie assen nodig, de *x*-as, de *y*-as en de *z*-as.
Om een punt in de ruimte aan te geven gebruik je drie coördinaten, de *x*-coördinaat, de *y*-coördinaat en de *z*-coördinaat.
Een assenstelsel in de ruimte heet een **driedimensionaal assenstelsel**.

Voorbeeld Coördinaten in de ruimte

Opgave

a Welke coördinaten horen bij punt *F*?
b Welke coördinaten horen bij punt *Q*?
c Ligt het punt (4, 0, 1) binnen de balk, op één van de zijvlakken van de balk of buiten de balk?



Aanpak

a Voor punt *F* ga je vanuit de oorsprong
- 5 stappen in de *x*-richting
- 3 stappen in de *y*-richting
- 4 stappen in de *z*-richting.

b Voor punt *Q* ga je vanuit de oorsprong
- 5 stappen in de *x*-richting
- 1,5 stappen in de *y*-richting
- 4 stappen in de *z*-richting.

c Het punt (4, 0, 1) ligt
- 4 stappen in de *x*-richting
- 0 stappen in de *y*-richting
- 1 stap in de *z*-richting.

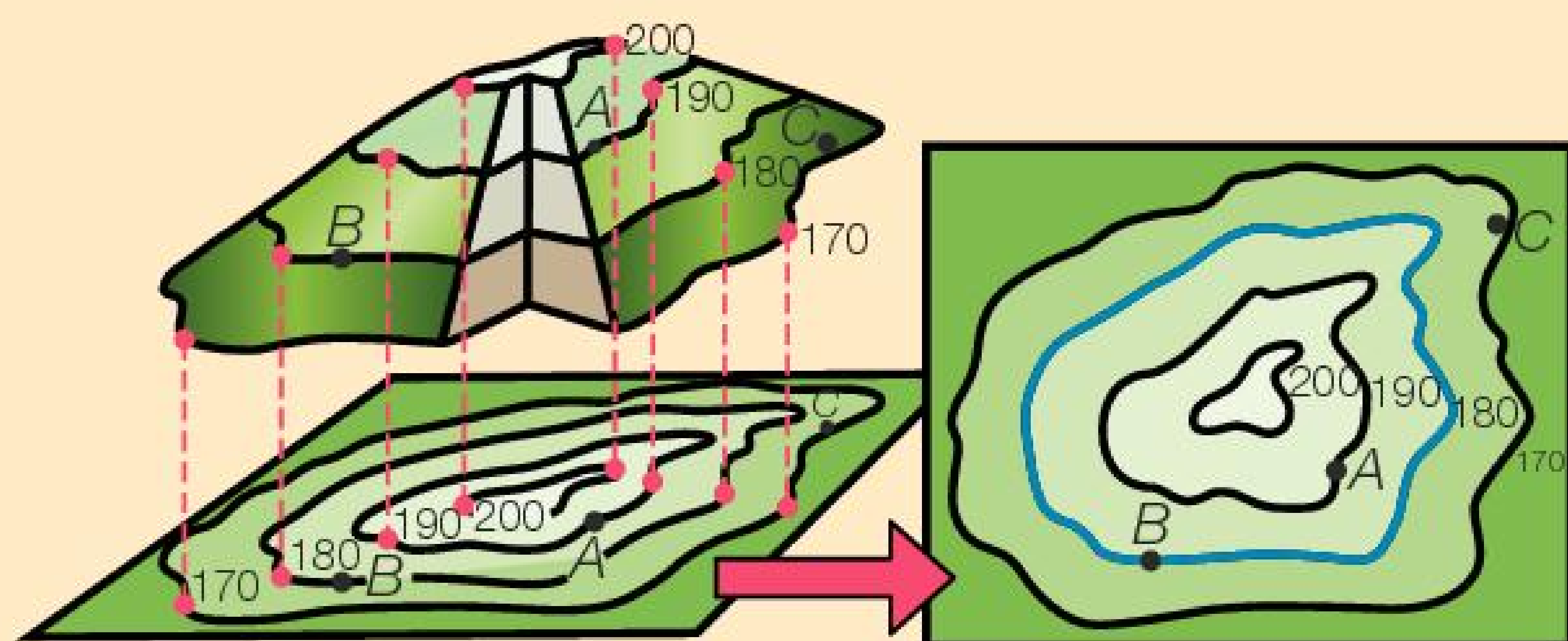
Uitwerking

a De coördinaten van punt *F* zijn (5, 3, 4).
b De coördinaten van punt *Q* zijn (5; 1,5; 4).
c Het punt (4, 0, 1) ligt op het zijvlak *ADHE*.

Theorie 80 Hoogtelijnen

Opgaven 28-30, 39-43

Hieronder zie je hoe een **hoogtekaart** gemaakt wordt.

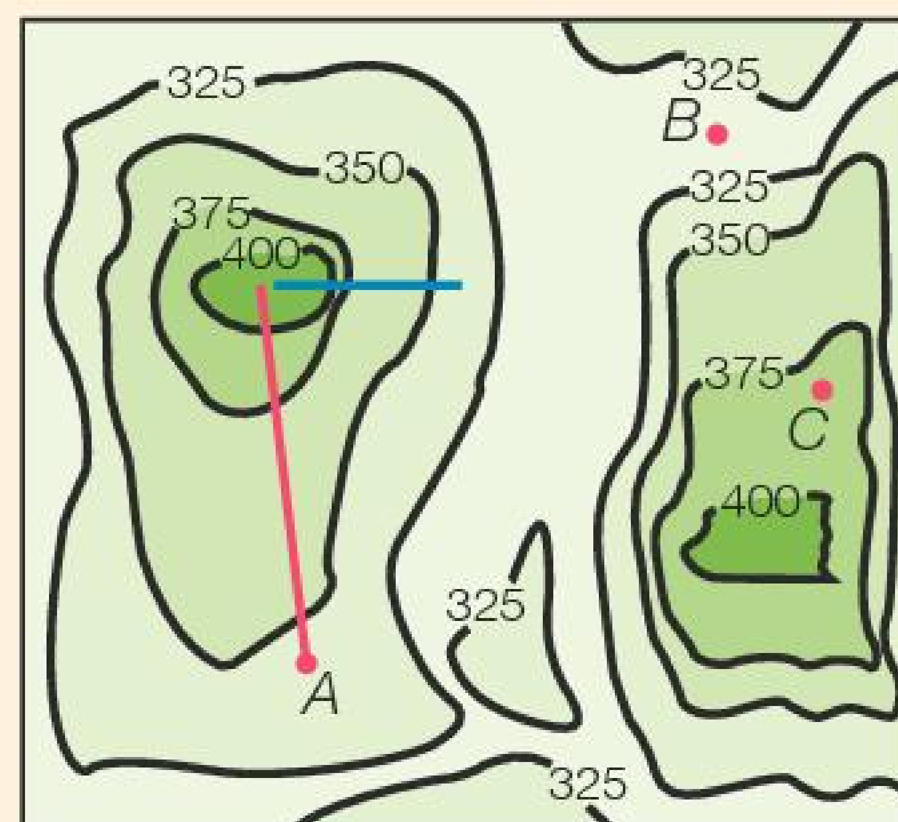


Op het kaartje is de lijn van 180 m blauw gekleurd. Wandel je precies op die lijn dan ga je niet omhoog of omlaag. Je blijft precies op 180 m. Zo'n lijn heet een **hoogtelijn**. De hoogtelijnen op een kaart geven je een idee van de hoogteverschillen. Hoe dichter de hoogtelijnen bij elkaar liggen, hoe steiler de helling is.

Voorbeeld Hoogtelijnen

Opgave

a Schat de hoogte van punt *A*.
b Beau loopt in een rechte lijn van punt *B* naar punt *C*. Gaat hij omhoog of omlaag?
c Kan het hoogste punt op de kaart 430 m zijn?
d Is de rode route of de blauwe route het steilst?



Aanpak

b Punt *B* ligt lager dan 325 m. Punt *C* ligt hoger dan 375 m.
c De hoogste hoogtelijn is 400 m. In het gebiedje binnen die hoogtelijn kan het nog wat hoger zijn. Tussen de hoogtelijnen zit telkens 25 m. Het gebiedje ligt hoger dan 400 m. Er is geen hoogtelijn van 425 m. Het gebiedje ligt dus lager dan 425 m.
d De route waar de hoogtelijnen het dichtst bij elkaar liggen is het steilst.

Uitwerking

a Punt A ligt op ongeveer 340 m hoogte.
b Beau loopt omhoog.
c Nee, het hoogste punt kan niet 430 m hoog zijn.
d De blauwe route is het steilst.

Theorie 8P Verticale doorsnede van een landschap

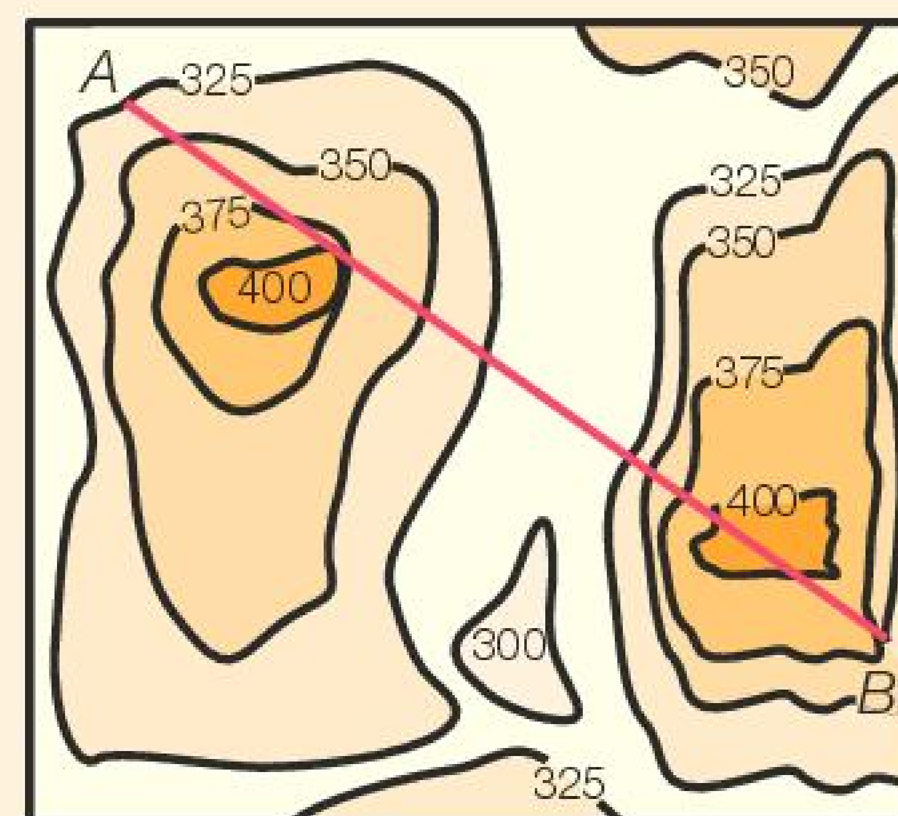
Opgave 44

Een hoogtekaart geeft veel informatie over het landschap. Je kunt bijvoorbeeld een schets maken van het verloop van de hoogte van een weg. Dat heet een **verticale doorsnede**.

Voorbeeld Verticale doorsnede tekenen

Opgave

Op de hoogtekaart zijn de hoogtes in meters.
Teken de verticale doorsnede van het landschap van punt A naar punt B.



Aanpak

1 Knip het kaartje uit. Draai het kaartje zo, dat lijn AB horizontaal ligt.

2 Teken precies onder A een verticale as.
Op de kaart lopen de hoogtelijnen van 300 m tot 400 m in stappen van 25.
Gebruik op de verticale as dezelfde verdeling. Zorg voor wat ruimte eronder en erboven. Begin met een scheurlijn.
Zet bij de horizontale as: *hoogte (m)*.

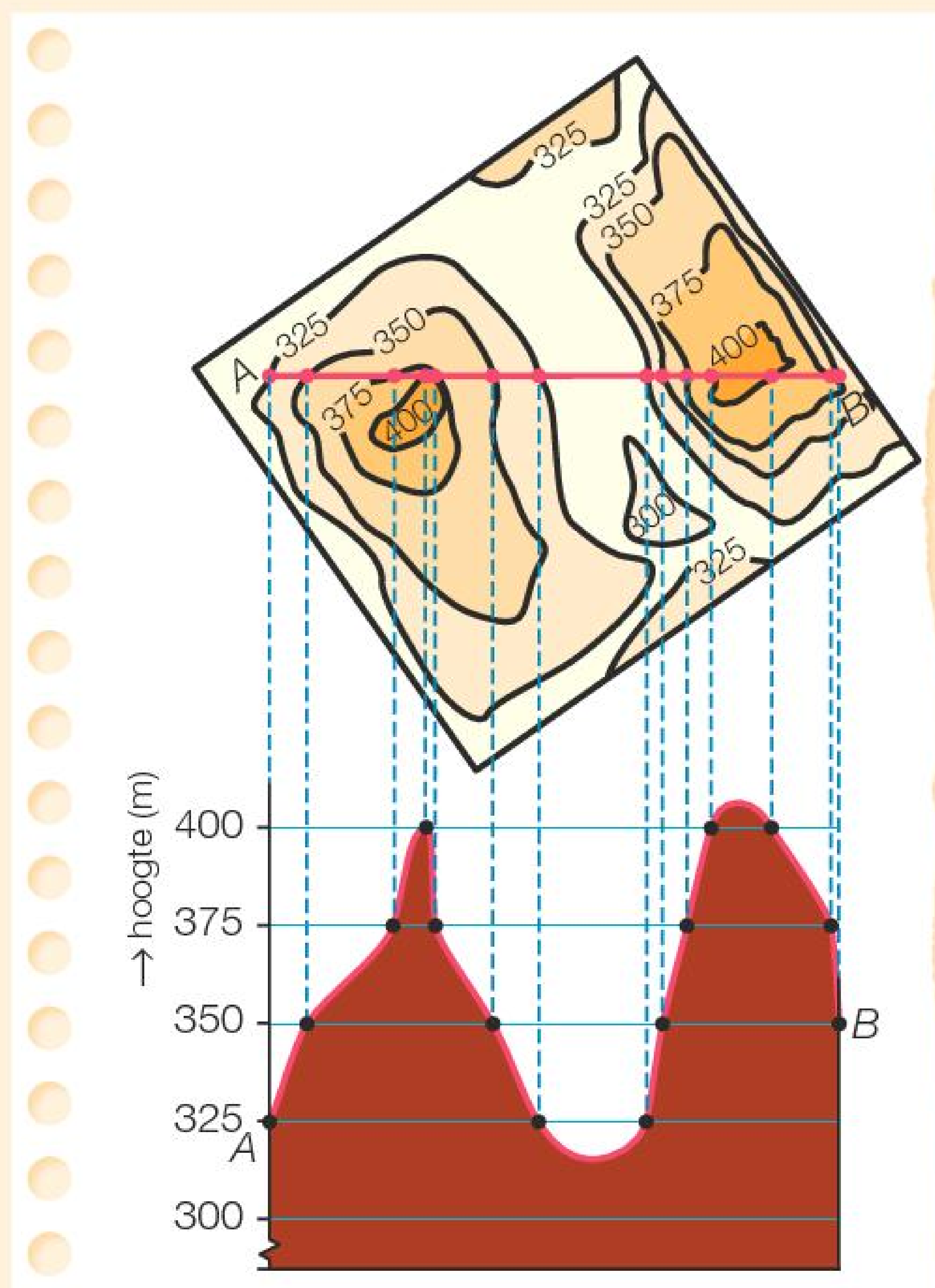
3 Teken de horizontale as net zo lang als AB.

4 AB snijdt de hoogtelijnen.
Zet daar stippen.

5 Teken vanuit elke stip een verticale stippellijn naar beneden.
Stop steeds bij de juiste hoogte.
Zet daar een punt.

6 Teken door de punten een vloeiende lijn.

Uitwerking

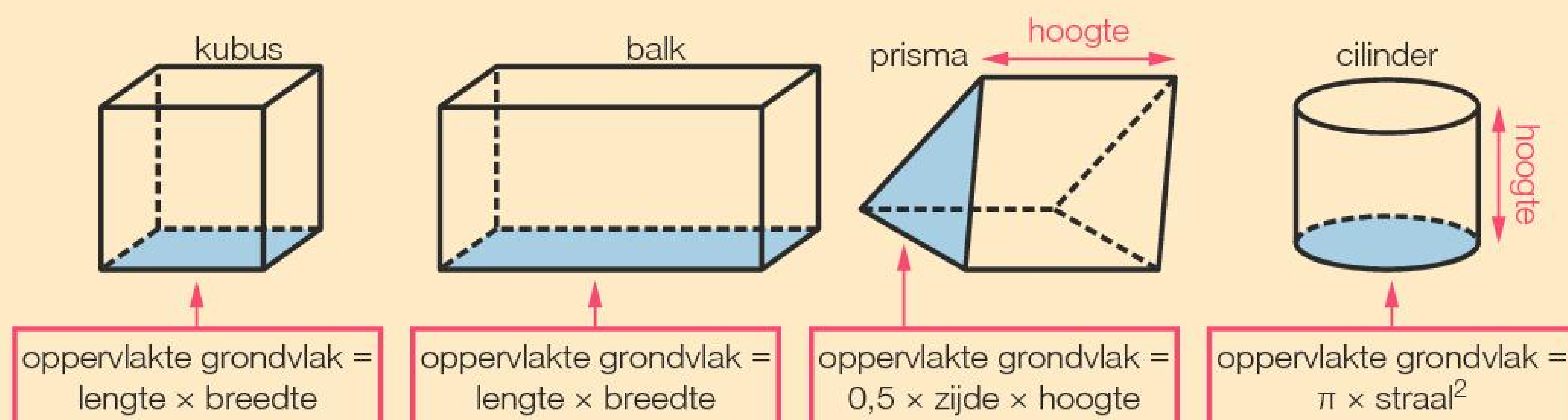


Theorie 8Q Inhoud berekenen

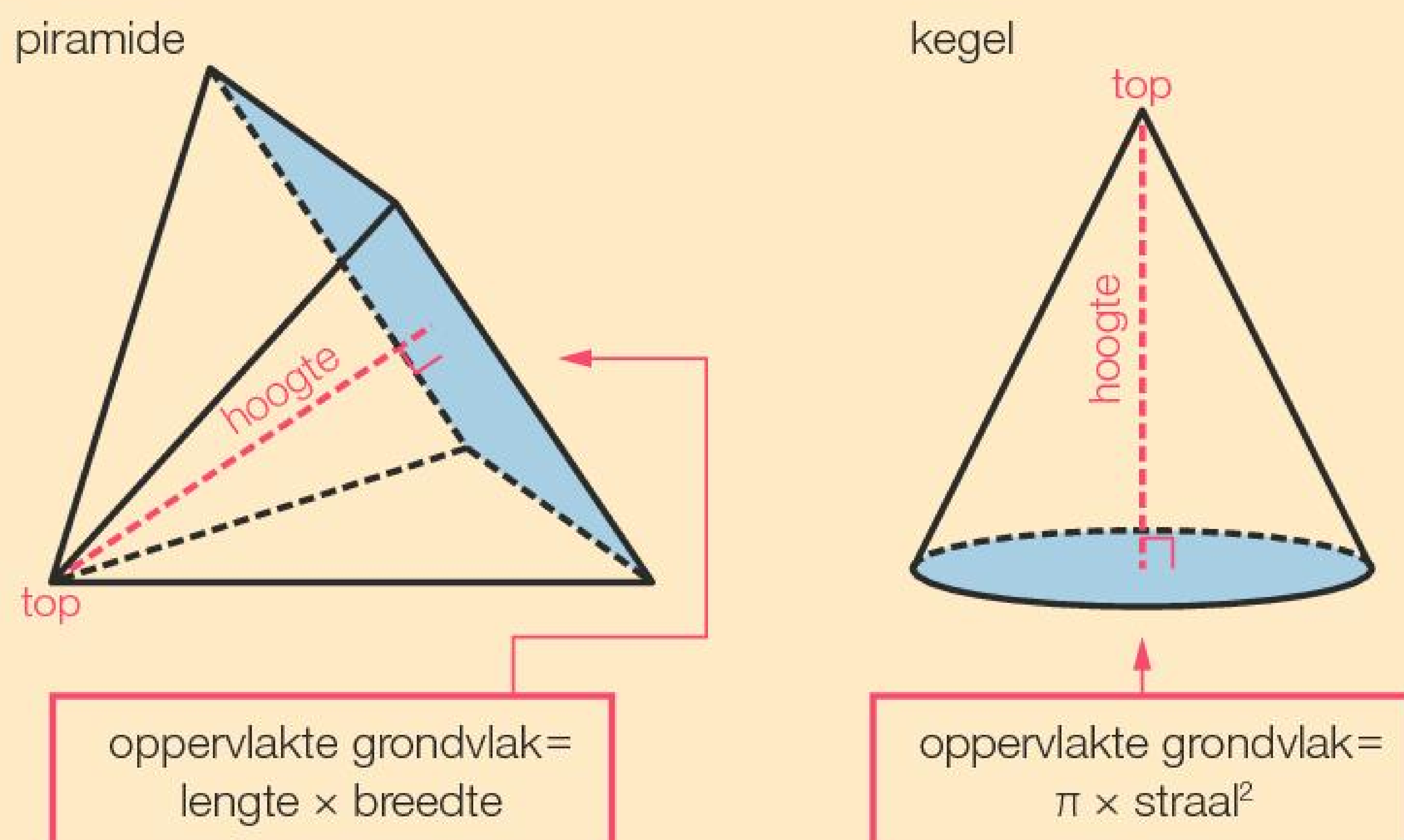
Opgaven 4, 9, 31, 47-49, 51-55, 60-62, 67, 69, 70, 72, 76, 81, 84, 88

Voor het berekenen van de **inhoud** van de zes bekende ruimtefiguren heb je genoeg aan twee formules.
Voor het berekenen van de inhoud van een balk, kubus, prisma en cilinder gebruik je de formule **inhoud = oppervlakte grondvlak × hoogte**.

De inhoud van een balk en kubus kun je ook berekenen met lengte × breedte × hoogte.



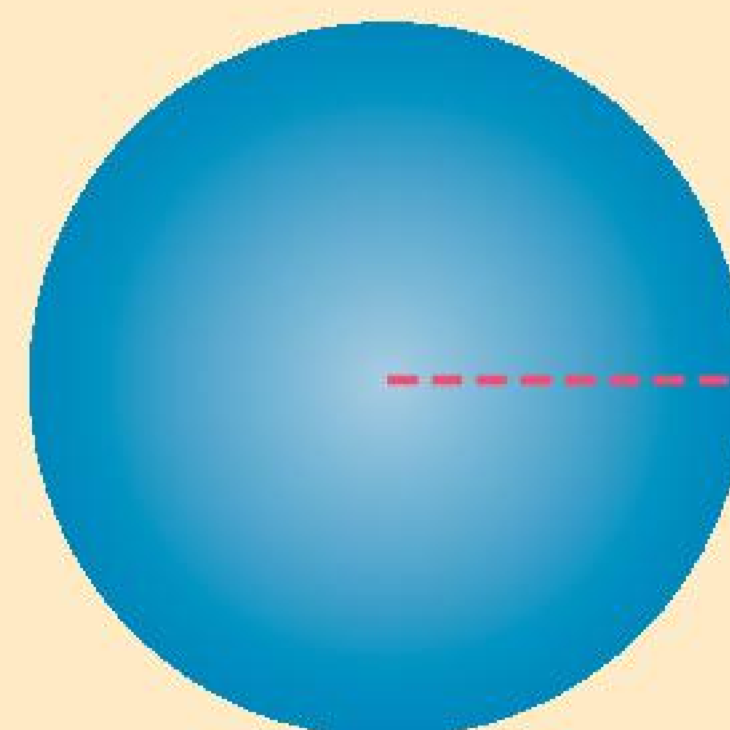
Voor het berekenen van de inhoud van een piramide en kegel gebruik je de formule **inhoud = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte**.





Het grondvlak ligt tegenover de top.

Voor het berekenen van de inhoud van een bol gebruik je de formule **inhoud = $\frac{4}{3}$ × π × straal³**.

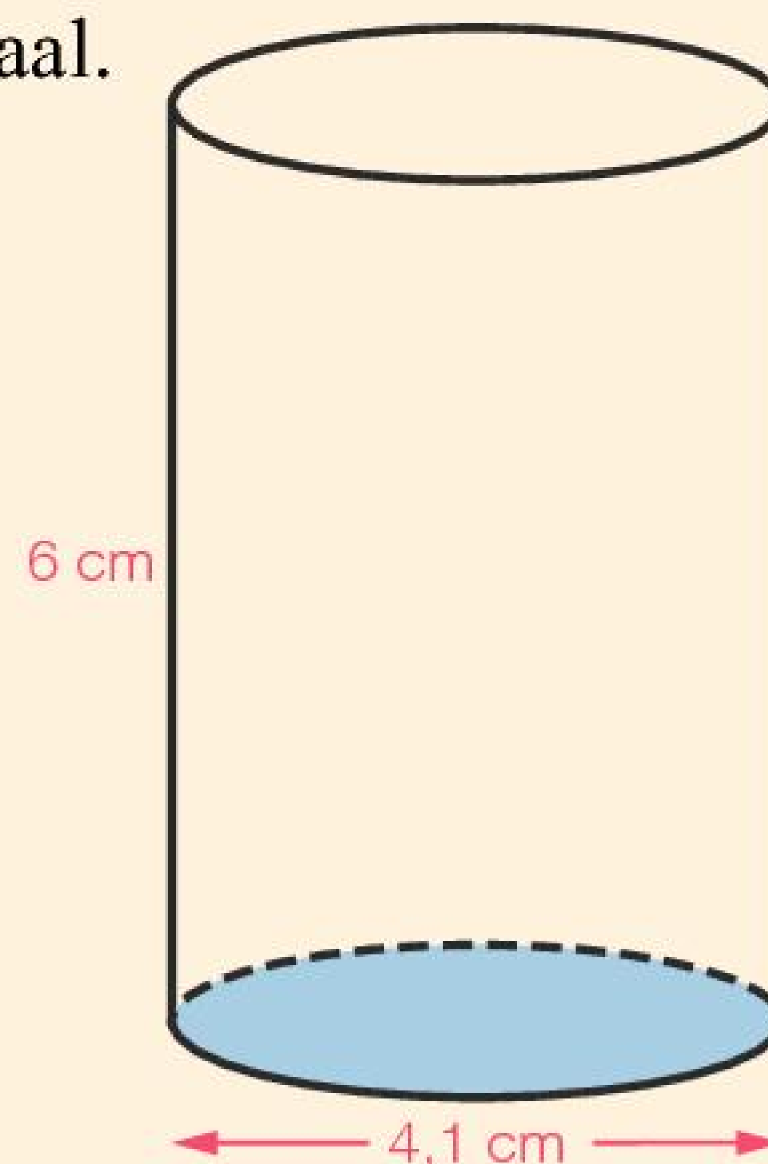


inhoud = $\frac{4}{3}$ × π × straal³

De inhoudsformule voor de kubus en balk moet je uit je hoofd kennen. De overige inhoudsformules hoef je niet uit je hoofd te kennen.
Op de volgende bladzijde zie je twee voorbeelden.

Voorbeeld Inhoud cilinder

Opgave
Bereken de inhoud van de cilinder. Rond af op één decimaal.
Gebruik de formules.
oppervlakte cirkel = π × straal^2
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte



Aanpak
straal = 4,1 : 2
hoogte = 6 cm
oppervlakte grondvlak = π × straal^2

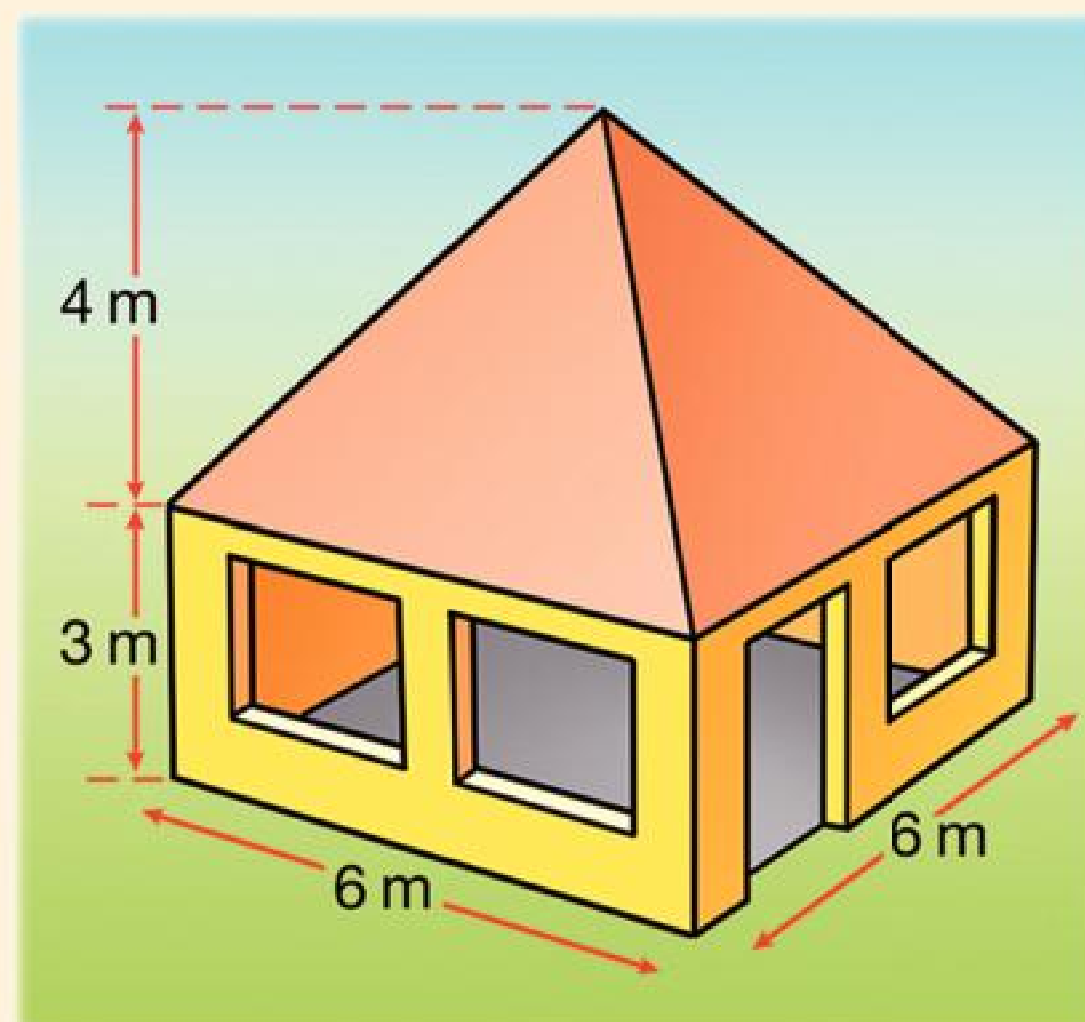
Uitwerking

straal = 4,1 : 2 = 2,05 cm
$\pi \times 2{,}05^2 \times 6 = 79{,}215...$
inhoud cilinder = 79,2 cm^3

Voorbeeld Inhoud samengestelde figuur

inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte

Opgave
Bereken de inhoud van het huis.
Rond af op één decimaal.



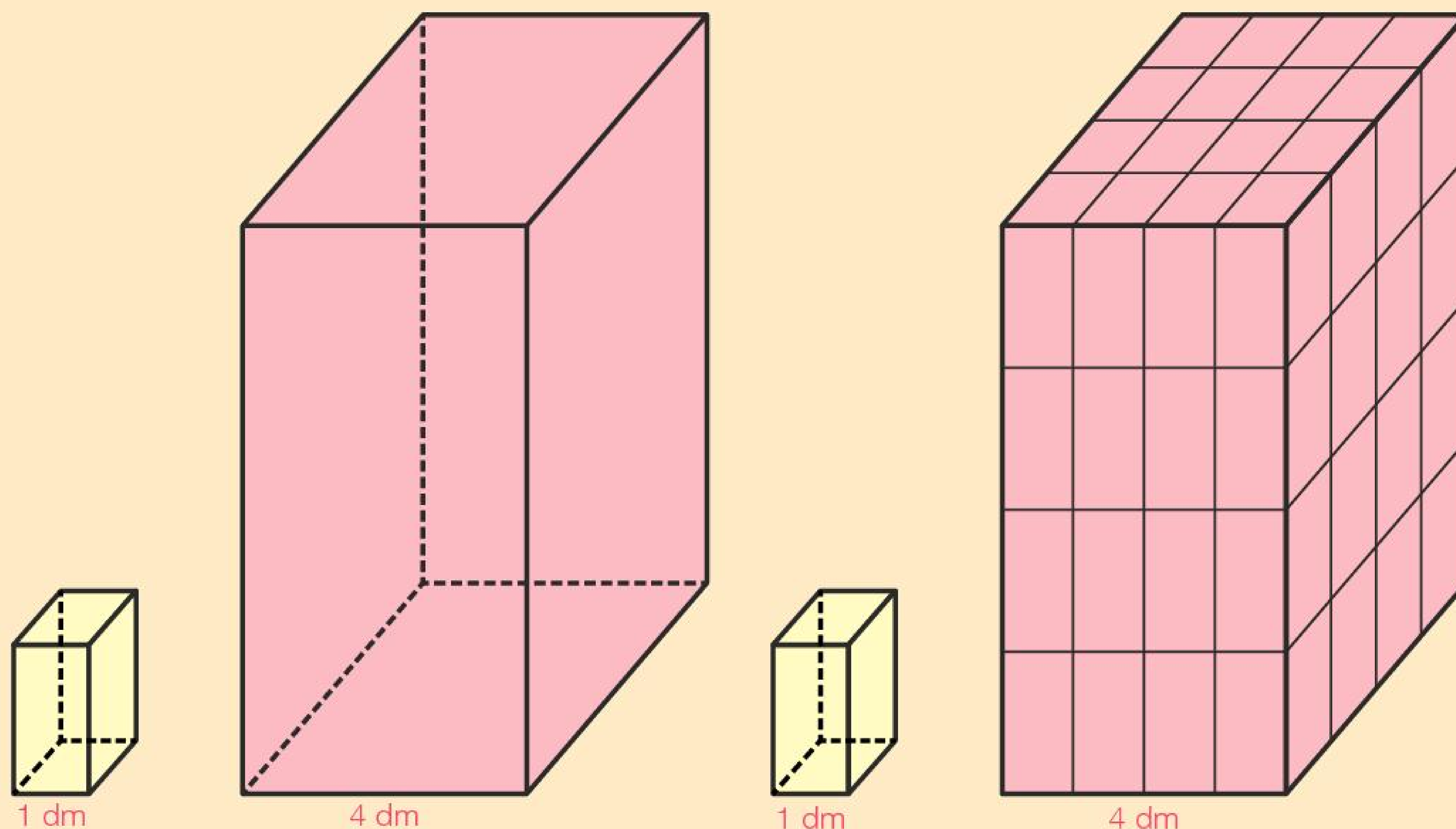
Aanpak
Het huis bestaat uit een balk en een piramide.
inhoud balk = oppervlakte grondvlak × hoogte
oppervlakte grondvlak piramide = 6 × 6
hoogte piramide = 4 m

Uitwerking

inhoud balk = 6 × 6 × 3	= 108 m^3
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × 6 × 6 × 4	= 48 m^3 +
inhoud huis	= 156 m^3

Theorie 8R Inhoud vergroten

Opgaven 8, 50, 56, 57



De rode balk is een vergroting van de gele balk. De balken zijn gelijkvormig.
De kleine balk past 4 keer in de lengte, 4 keer in de breedte en 4 keer in de hoogte.
De inhoud is $4 \times 4 \times 4 = 64$ keer zo groot.
De inhoud van de gele balk is 2 liter.
De inhoud van de rode balk is $4^3 \times 2 = 128$ liter.
De regel bij inhoud en vergroten is:
inhoud beeld = vergrotingsfactor^3 × inhoud origineel.

Voorbeeld Inhoud en vergroten

Opgave

Een potje vissenvoer heeft een inhoud van 150 mL.
Er is ook een pot waarvan de maten 1,35 keer zo groot zijn.
Bereken de inhoud van de grote pot in hele milliliters.



Aanpak

Gebruik de formule
inhoud beeld = vergrotingsfactor^3 × inhoud origineel.

Uitwerking

$1{,}35^3 \times 150 = 369{,}056...$
De inhoud van de grote pot is 369 mL.

Theorie 8S [VMBO-GT] Van inhoud naar vergrotingsfactor

Opgaven 9, 58, 59

De twee containers zijn **gelijkvormig**.
De inhoud van de kleine container is 40 liter.
De inhoud van de grote container is 135 liter.
De vergrotingsfactor bereken je met de formule
vergrotingsfactor =
$\sqrt[3]{\text{inhoud vergroting : inhoud origineel}}$.
Op de rekenmachine gaat dat zo:
[∛] 135 : 40 = 1,5
of
3 [ˣ√] 135 : 40 = 1,5



$\sqrt[3]{3,75}$
1.5536166253

Voorbeeld Van inhoud naar vergrotingsfactor

Opgave
De twee kuipen zijn gelijkvormig.
De inhoud van de kleine kuip is 6,2 dm^3.
De inhoud van de grote kuip is 21 dm^3.
De diameter van de kleine kuip is 20 cm.
Bereken de diameter van de grote kuip in hele cm.



Aanpak
Bereken de vergrotingsfactor met de formule
vergrotingsfactor = $\sqrt[3]{\text{inhoud vergroting : inhoud origineel}}$.
Rond de vergrotingsfactor af op één decimaal.
Gebruik de vergrotingsfactor om de diameter van de grote kuip te berekenen.

Uitwerking

vergrotingsfactor = $\sqrt[3]{21 : 6,2}$ = 1,501...
De vergrotingsfactor is afgerond 1,5.
1,5 × 20 = 30
De diameter van de grote kuip is 30 cm.

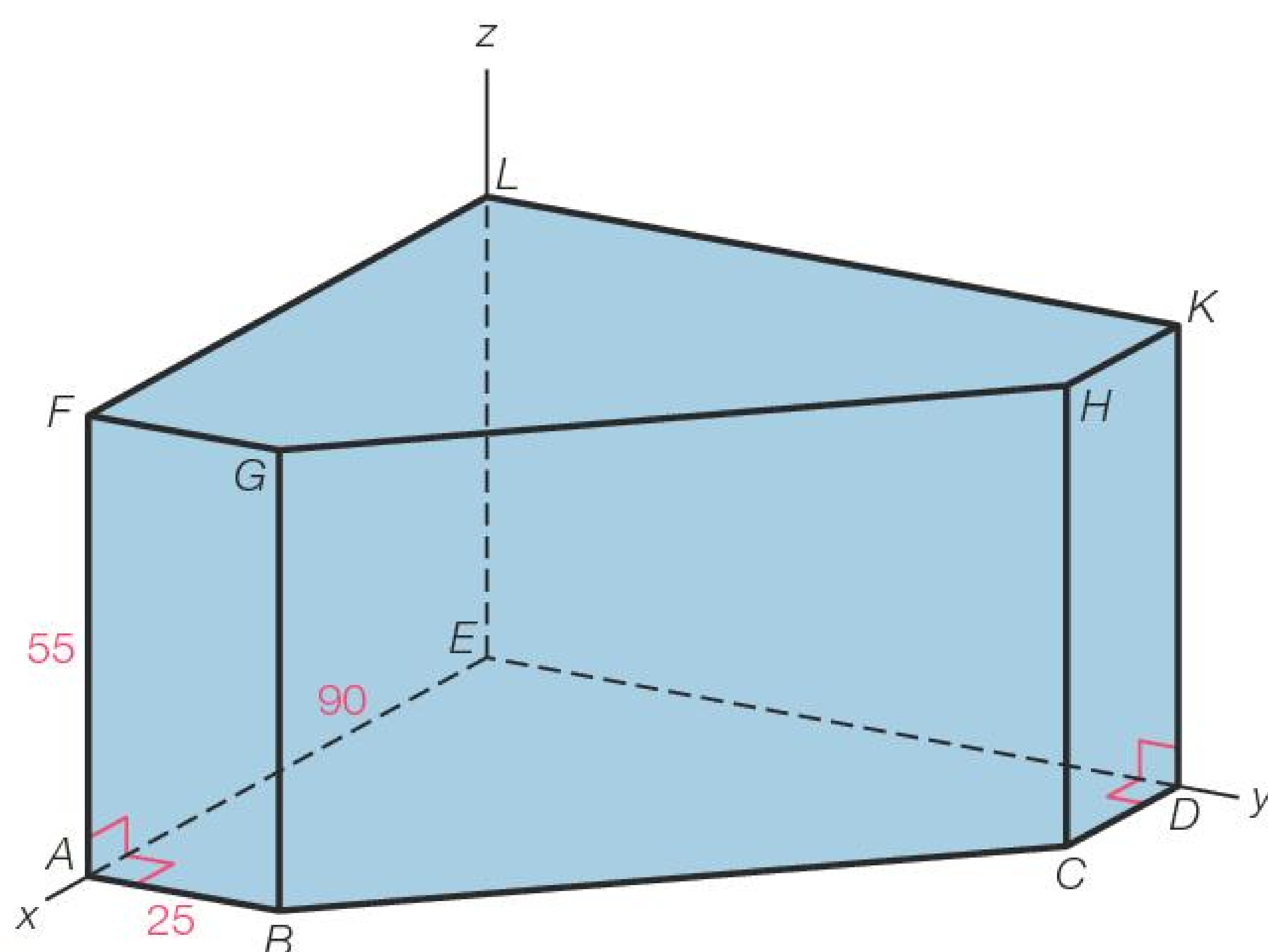
8.3 Examenopgaven

Op het examen worden de volgende formules gegeven. Je hoeft ze dus niet uit het hoofd te leren.

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2
inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud bol = $\frac{4}{3}$ × π × straal^3

Prisma

In het assenstelsel is een prisma getekend. De maten in cm staan erbij.
Er geldt dat $AB = CD$ en $AE = DE$.



GT

1 N — De coördinaten van punt A zijn (90, 0, 0).
Geef de coördinaten van punt H.

2 C,6D — Teken het bovenaanzicht van het prisma op schaal 1 : 10. Zet de juiste letters bij de hoekpunten.

3 Q,5T,6R — Bereken hoeveel liter de inhoud van het prisma is. Schrijf je berekening op.

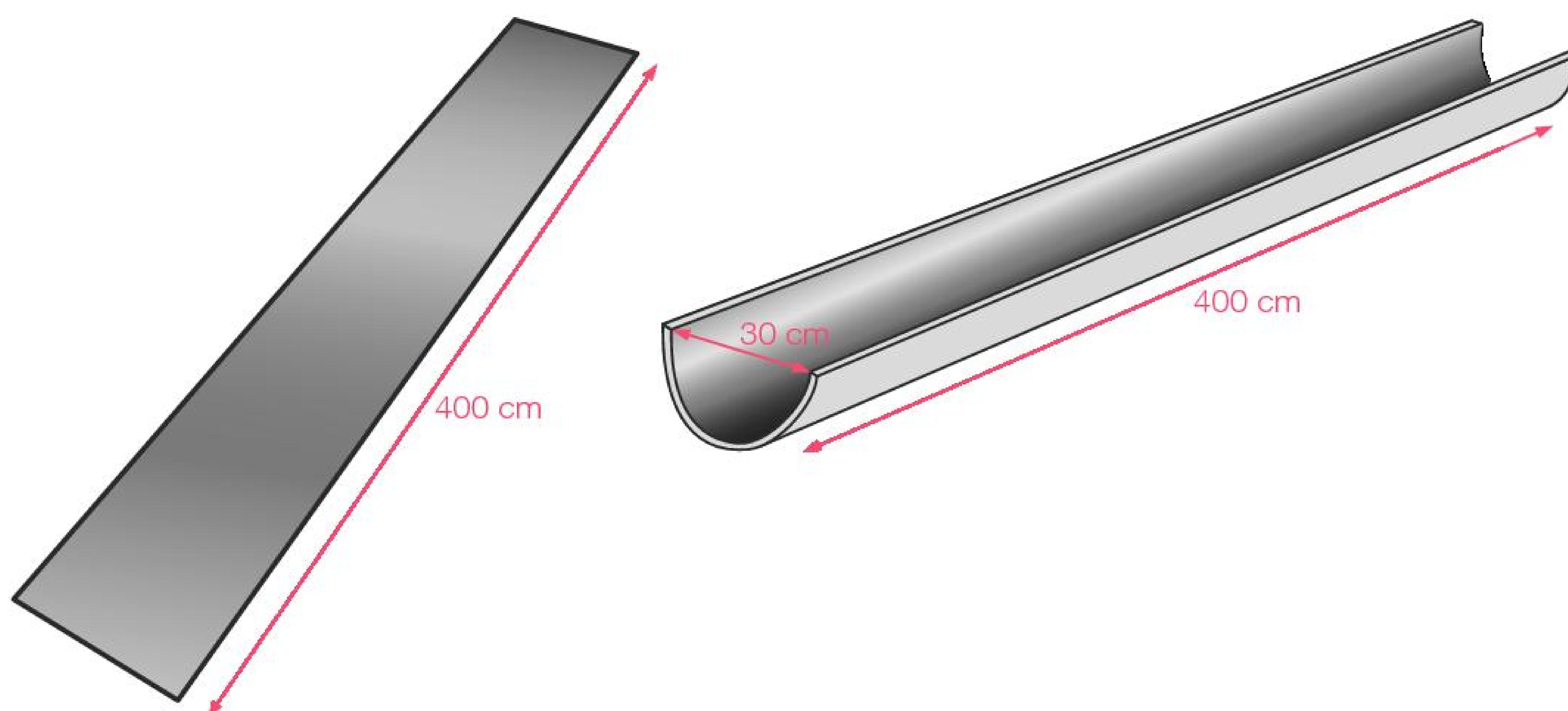
4 J — Bereken hoeveel cm EH is. Schrijf je berekening op. Rond je antwoord af op een geheel getal.

GT

Dakgoten

Via een dakgoot loopt regenwater van het dak in een regenpijp. Dakgoten worden gemaakt in verschillende vormen. Een dakgoot die de vorm heeft van een halve cilinder heet een mastgoot. In een fabriek wordt zo'n goot uit een rechthoekige metalen plaat gebogen tot een halve cilinder.





De lengte van de mastgoot is 400 cm. De diameter van de mastgoot is 30 cm. De volgende twee vragen gaan over dit model.

5 F,5S,6R Bereken hoeveel m^2 de oppervlakte van de rechthoekige plaat is waarvan de mastgoot gemaakt is. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op twee decimalen.

6 Q,5T Bereken hoeveel liter de inhoud van de mastgoot is. Schrijf je berekening op.

7 Q,5T Een andere soort dakgoot heet een bakgoot. Deze bakgoot wordt ook gebogen uit een rechthoekige metalen plaat. Je ziet een doorsnede van het model van een bakgoot. De lengte van de bakgoot is 400 cm.



Bereken hoeveel liter de inhoud van deze bakgoot is. Schrijf je berekening op.

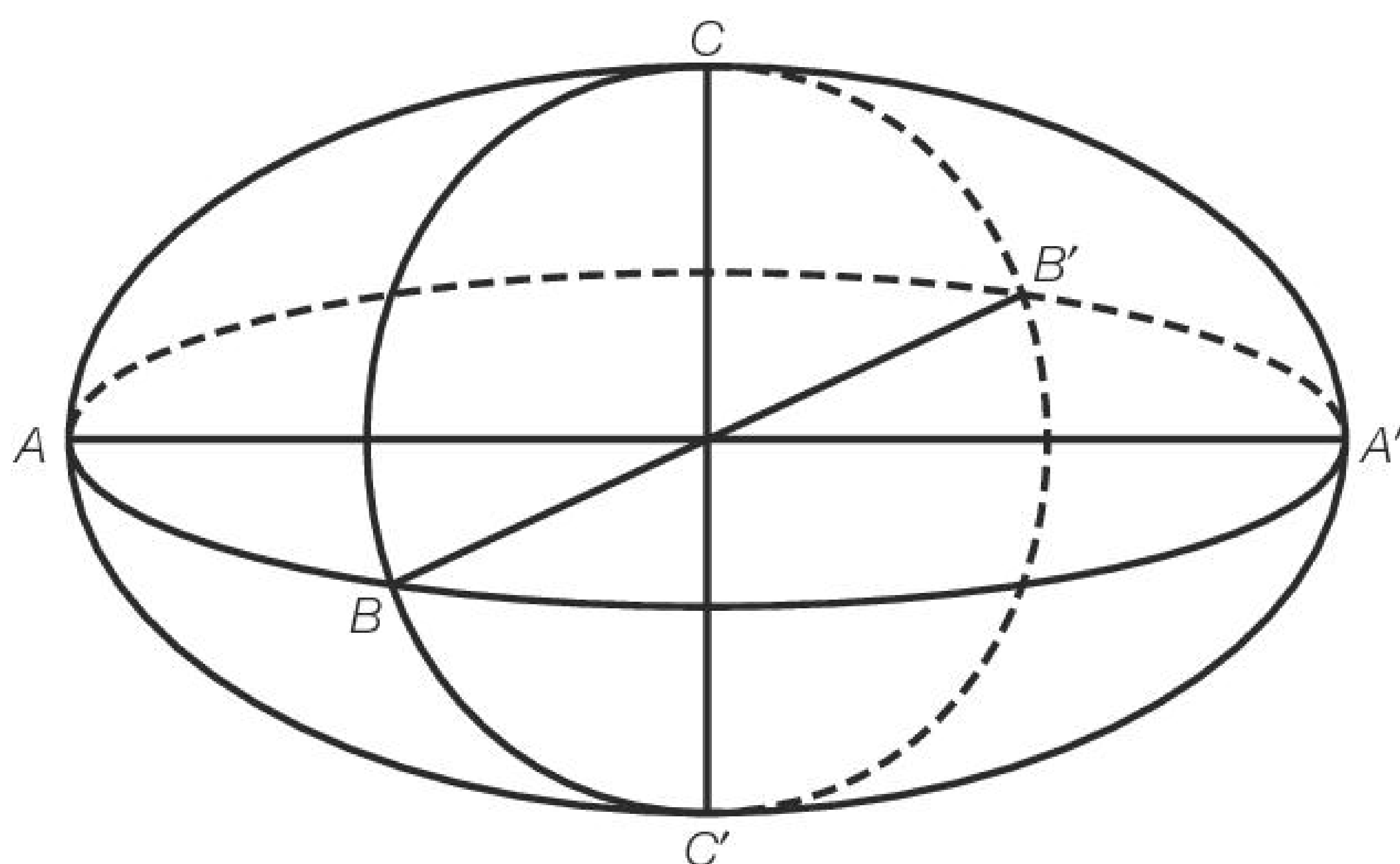
Ruimtesonde

In 2014 kwam de ruimtesonde Rosetta aan bij een komeet. De ruimtesonde bevond zich op dat moment op ruim achthonderd miljoen kilometer van de aarde.



8 5E,5F Schrijf achthonderd miljoen in de wetenschappelijke notatie.

9 5Q,5U De ruimtesonde is 10 jaar onderweg geweest. Stel dat de ruimtesonde de afstand in een rechte lijn heeft afgelegd.
Met welke gemiddelde snelheid in kilometer per uur heeft de ruimtesonde dan de afstand afgelegd? Schrijf je berekening op.



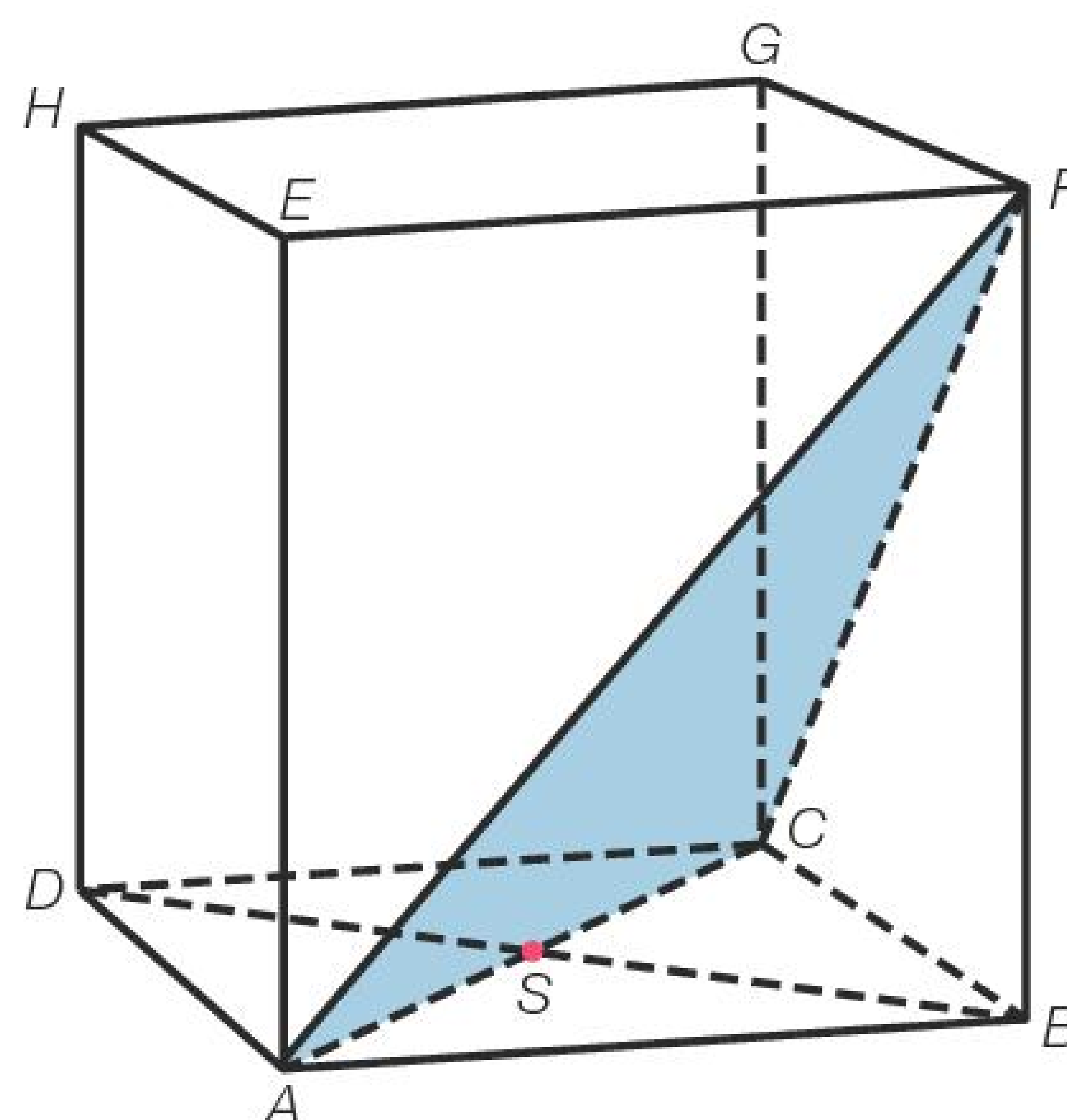
De komeet waar de ruimtesonde naartoe vloog, lijkt op een rugbybal. Het wiskundig model dat hierbij hoort, is een ellipsoïde. Zie de tekening.
Hier is lengte AA' = 5 km en BB' = CC' = 3 km.
De inhoud van een ellipsoïde is te berekenen met de formule.
inhoud $= \frac{4}{3}\pi \times a \times b \times c$
Hierin is de *inhoud* in km^3, a de helft van AA', b de helft van BB' en c de helft van CC' met a, b en c in km.

10 7A Bereken de inhoud van de komeet in km^3. Schrijf je berekening op.

11 A,Q Wat voor wiskundig figuur krijg je als $a = b = c$?

Driehoek in kubus

In kubus *ABCD EFGH* met zijden van 5 cm is driehoek *ACF* getekend.
Punt S is het snijpunt van de diagonalen *AC* en *BD*.



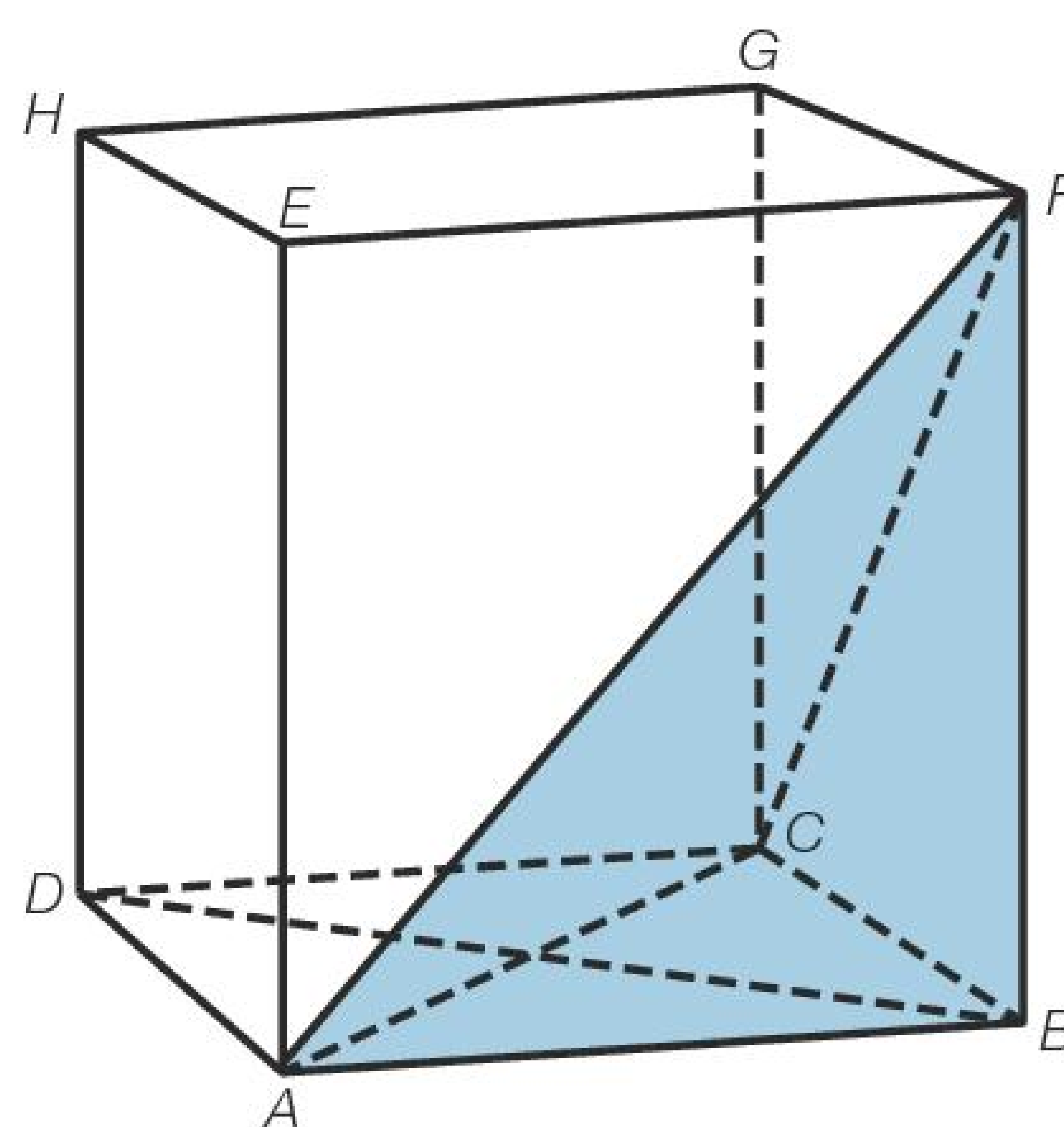
12 6N Laat met een berekening zien dat de lengte van *AC* afgerond 7,1 cm is.

GT

13 L,6L Bereken hoeveel graden hoek S in driehoek *BFS* is. Schrijf je berekening op.

14 C Teken driehoek *ACF* op ware grootte.

15 Q Muriël snijdt van deze kubus de piramide met grondvlak *ABC* en top *F* af.
Bereken hoeveel cm^3 de inhoud van de figuur is die overblijft. Schrijf je berekening op.



GT

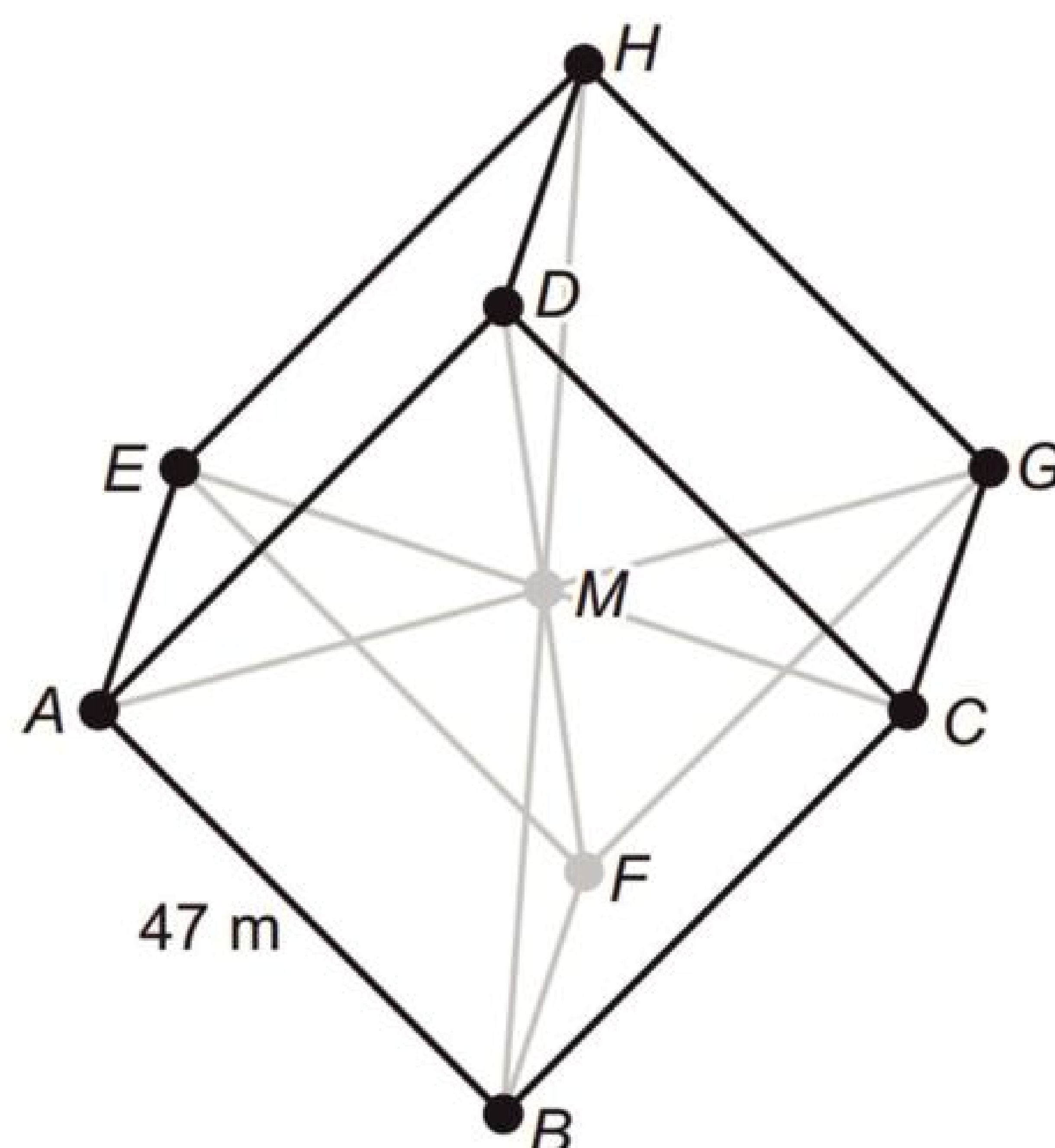
Atomium

Je ziet een foto van het Atomium, een bouwwerk in Brussel, België.
Het Atomium bestaat uit 9 bollen met elk een diameter van 18 meter.



16 Q Bereken hoeveel m^3 de inhoud van één zo'n bol is. Schrijf je berekening op.

Het Atomium lijkt op een draadmodel van een kubus die op één van zijn hoekpunten staat.
Op elk hoekpunt bevindt zich één bol. In het midden van het draadmodel bevindt zich ook nog één bol.
De bollen zijn met elkaar verbonden door buizen met daarin roltrappen.



17 Hoeveel buizen heeft het Atomium in totaal?

18 J De afstand tussen A en B is 47 meter. De lengte van A naar M is de helft van de lengte van de lichaamsdiagonaal AG in de kubus.
Bereken hoeveel meter de lengte van AM is. Schrijf je berekening op.



Je ziet een luchtfoto van het Atomium.

Deze foto is net niet recht boven het Atomium genomen, waardoor het geen bovenaanzicht is. Op het bovenaanzicht liggen de bollen namelijk even ver van elkaar af.

19 C [▸ WERKBOEK] In je werkboek is een begin gemaakt met het tekenen van het bovenaanzicht. Het midden van een bol wordt getekend als een punt en de buis als een lijnstuk.
Teken het bovenaanzicht verder af.

Examens

In dit deel vind je de examens VMBO-GL/TL en KB van 2018 en 2019.
Voor elk examen heb je 120 minuten de tijd.
Maak één of meer examens als voorbereiding op je eigen examen.
Doe dat in dezelfde tijd als je eigen examen en kijk of je met de tijd uitkomt.
Veel succes.





Examen GL/TL 2018 tijdvak 1

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2
inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud bol = $\frac{4}{3}$ × π × straal^3

Druivenoogst

Druiven hebben vaak last van schimmels. Om de schimmels te bestrijden, moeten de planten regelmatig met een biologisch bestrijdingsmiddel behandeld worden.



2p **1** Wijnboer Frans krijgt korting. Hij betaalt voor het biologisch bestrijdingsmiddel € 68 in plaats van € 80 per liter.
Hoeveel procent korting krijgt Frans? Schrijf je berekening op.

Frans kan de kosten van het aantal liter bestrijdingsmiddel berekenen met de formule $K = 68 \times b$.
Hierin is K de kosten in euro's en b het aantal liter bestrijdingsmiddel.

Door het gebruik van het bestrijdingsmiddel kan Frans een hogere opbrengst krijgen. De opbrengst per hectare hangt samen met het aantal liter bestrijdingsmiddel dat hij per hectare op de druiven spuit.

De opbrengst per hectare kan worden berekend met de formule
$O = 2000 + 250b - 25b^2$.
Hierin is O de opbrengst in euro's en b het aantal liter bestrijdingsmiddel per hectare.

4p **2** [WERKBOEK] In je werkboek staat de grafiek van de kosten van het bestrijdingsmiddel getekend.
Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek van de opbrengst per hectare. Vul eerst de tabel in.

De winst die Frans maakt, kan hij berekenen door de kosten van het bestrijdingsmiddel van de opbrengst af te halen.

3p **3** Laat met een berekening zien dat Frans € 2321 winst maakt als hij 3 liter bestrijdingsmiddel per hectare gebruikt.

3p **4** Bereken bij hoeveel liter bestrijdingsmiddel Frans de meeste winst maakt. Schrijf je berekening op en geef je antwoord in hele liters.

Mona Lisa

De Mona Lisa is één van de bekendste schilderijen ter wereld.



2p **5** De geschatte waarde van dit schilderij is 700 miljoen dollar. 1 dollar is omgerekend 0,89 euro.
Bereken hoeveel miljoen euro de waarde van de Mona Lisa is. Schrijf je berekening op.

De Mona Lisa hangt in het Louvre in Parijs. Dit museum is 6 dagen per week geopend. Sinds januari 1975 komen er gemiddeld 18 000 bezoekers per dag naar het schilderij kijken.

3p **6** In 1964 was het schilderij 15 weken uitgeleend aan een museum in Amerika, dat ook 6 dagen per week geopend was. Er kwamen toen in totaal 1,7 miljoen bezoekers naar de Mona Lisa in Amerika kijken.
Bereken of dit gemiddeld meer of minder dan het gemiddelde aantal bezoekers in Parijs was. Schrijf je berekening op.

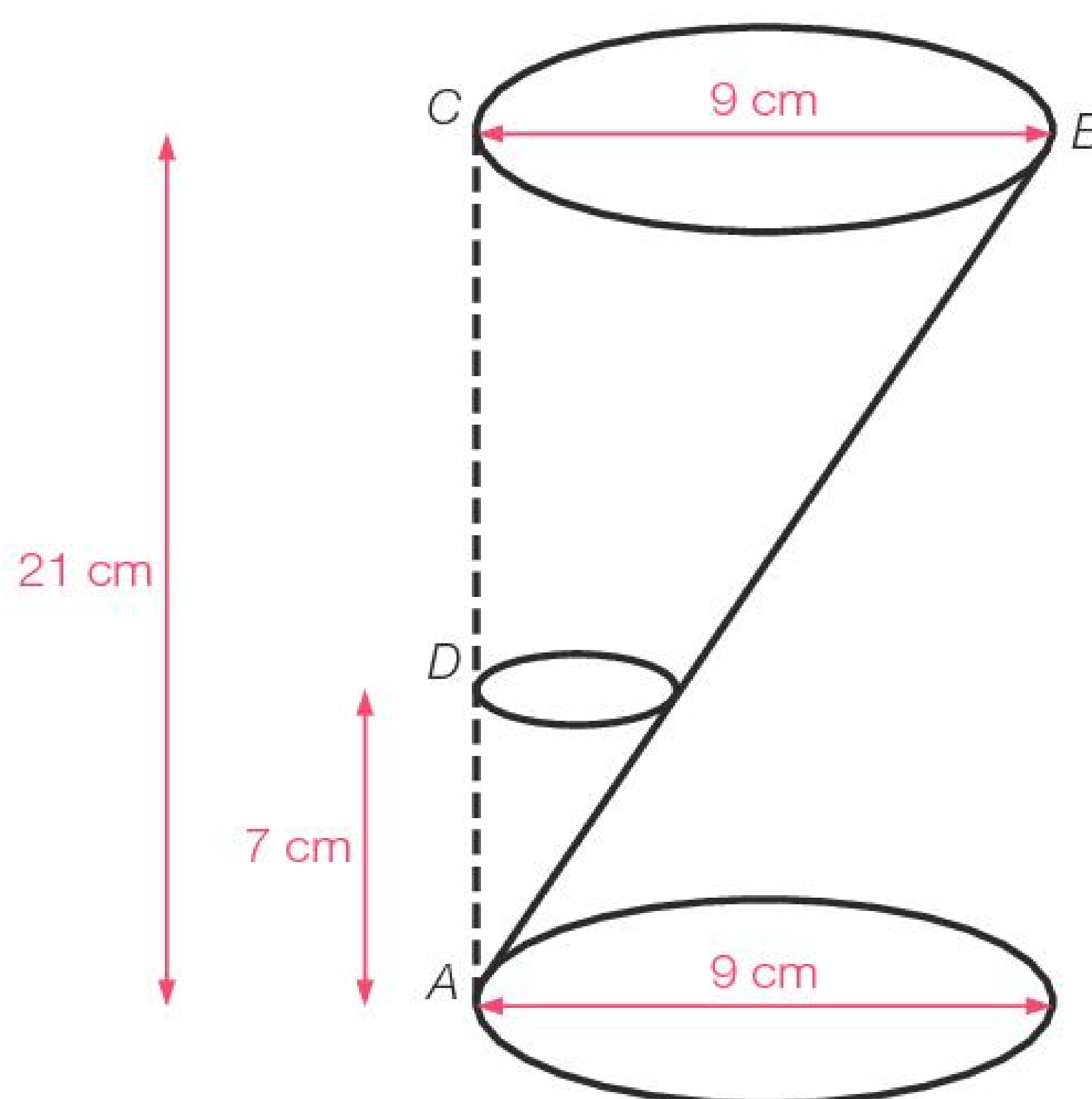
4p **7** Bereken hoeveel bezoekers de Mona Lisa bekeken hebben van 1 januari 1975 tot 1 januari 2015. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op hele miljoenen.

3p **8** Iris heeft een poster van de Mona Lisa aan haar muur hangen. De afmetingen van de poster zijn 100 cm bij 80 cm. De echte Mona Lisa is 77 cm bij 53 cm.
Bereken of de poster een vergroting is van de echte Mona Lisa. Schrijf je berekening op.

Frietzakstandaard

Je ziet een foto en een schets van een standaard voor een frietzak.





De standaard bestaat uit drie cirkelvormige, evenwijdige ringen. De twee grote ringen hebben een diameter van 9 cm en zijn met elkaar verbonden door een schuine staaf *AB*. De punten *A*, *D* en *C* liggen op één lijn. De hoogte van de standaard is 21 cm.

5p **9** Een fabrikant maakt de twee grote ringen en de staaf uit één stuk draad.
Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de totale lengte van dat stuk draad is. Schrijf je berekening op.

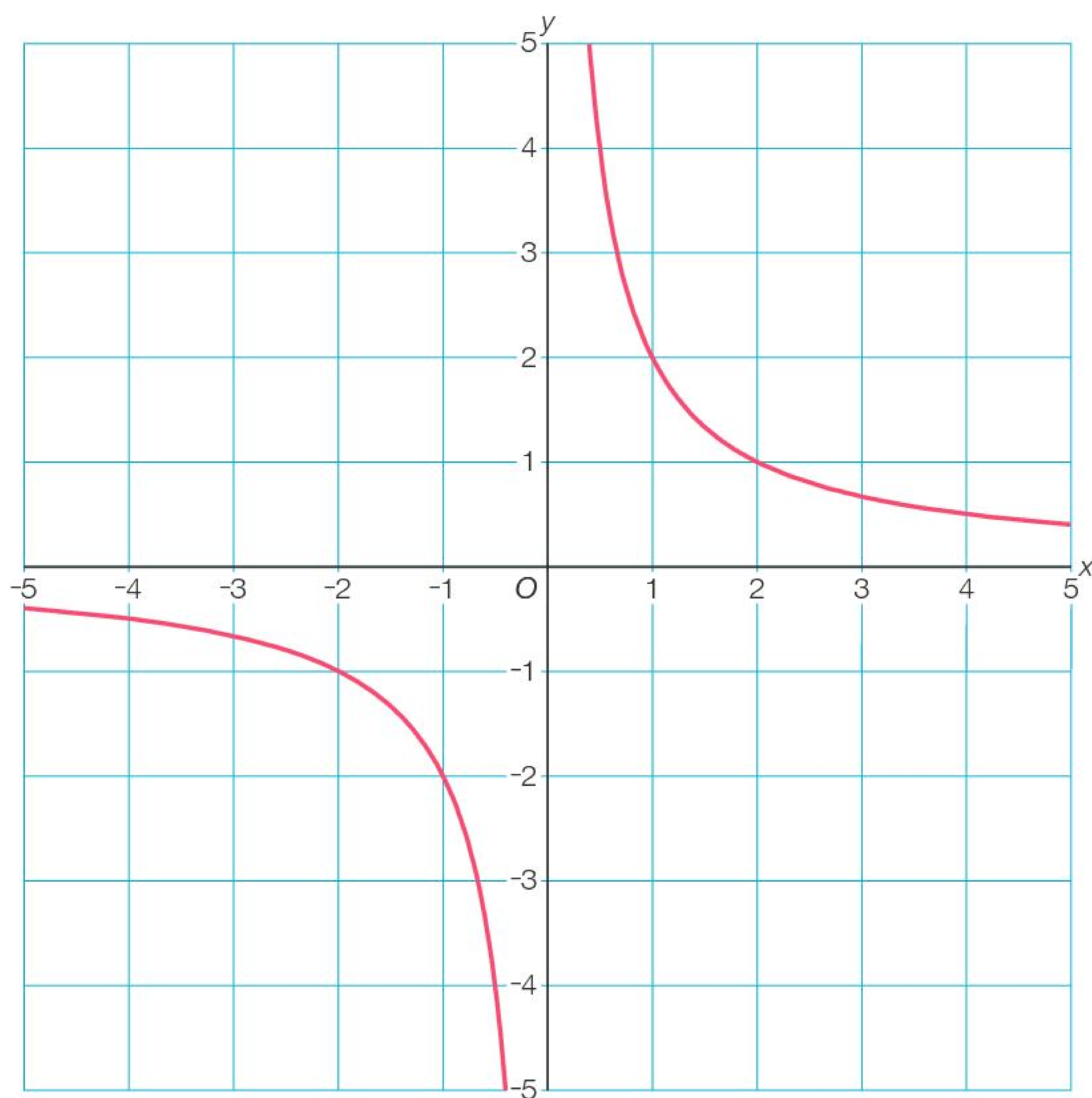
Op 7 cm boven de onderste grote ring zit de kleine ring, waarin de punt van de frietzak komt.

3p **10** Bereken, zonder te meten, de diameter van de kleine ring. Schrijf je berekening op.

4p **11** Teken het bovenaanzicht van de standaard op ware grootte.
Als je bij de vorige vraag geen antwoord gevonden hebt, gebruik dan bij deze vraag voor de diameter van de kleine ring 4 cm.

Omgekeerd evenredig verband

Hieronder en in het werkboek zie je de grafiek getekend die hoort bij de formule $y = \frac{2}{x}$.



1p **12** Bij welke waarde van *x* heeft deze formule geen uitkomst?

3p **13** Een punt van de grafiek heeft als *y*-waarde 7.
Bereken de waarde van *x* voor dit punt. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op twee decimalen.

4p **14** [▸ WERKBOEK] De gegeven formule $y = \frac{2}{x}$ verandert in de nieuwe formule $y = \frac{2}{x} - 1$.

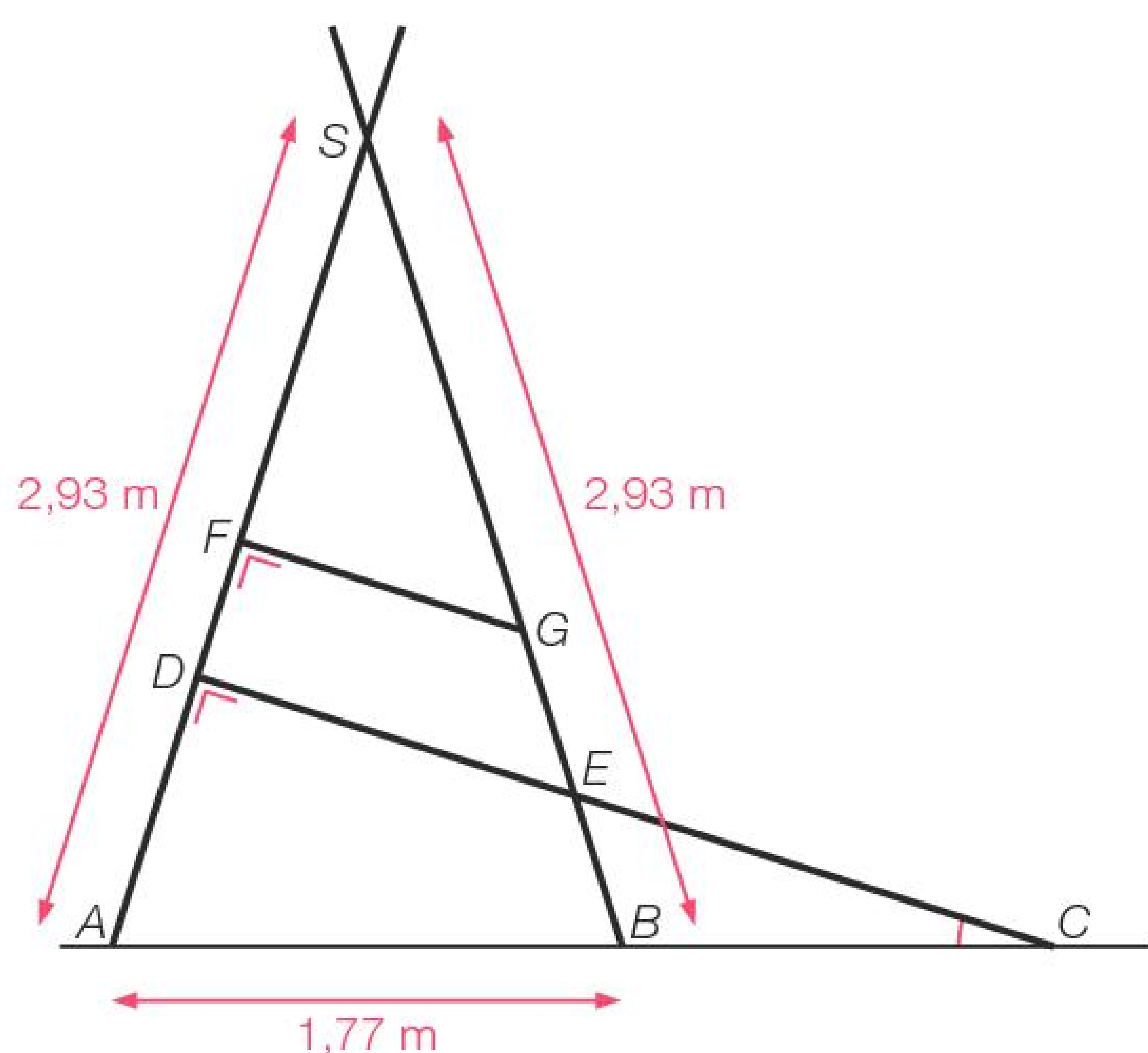
Teken in je werkboek in hetzelfde assenstelsel de grafiek die bij de nieuwe formule hoort. Vul eerst de tabel in.

Tokkelbaan

Timmerman Hamer heeft een tokkelbaan gemaakt in een speeltuin.



Hieronder staat een schematische weergave van het zijaanzicht van het bouwwerk waaraan de kabel van de tokkelbaan bevestigd is.



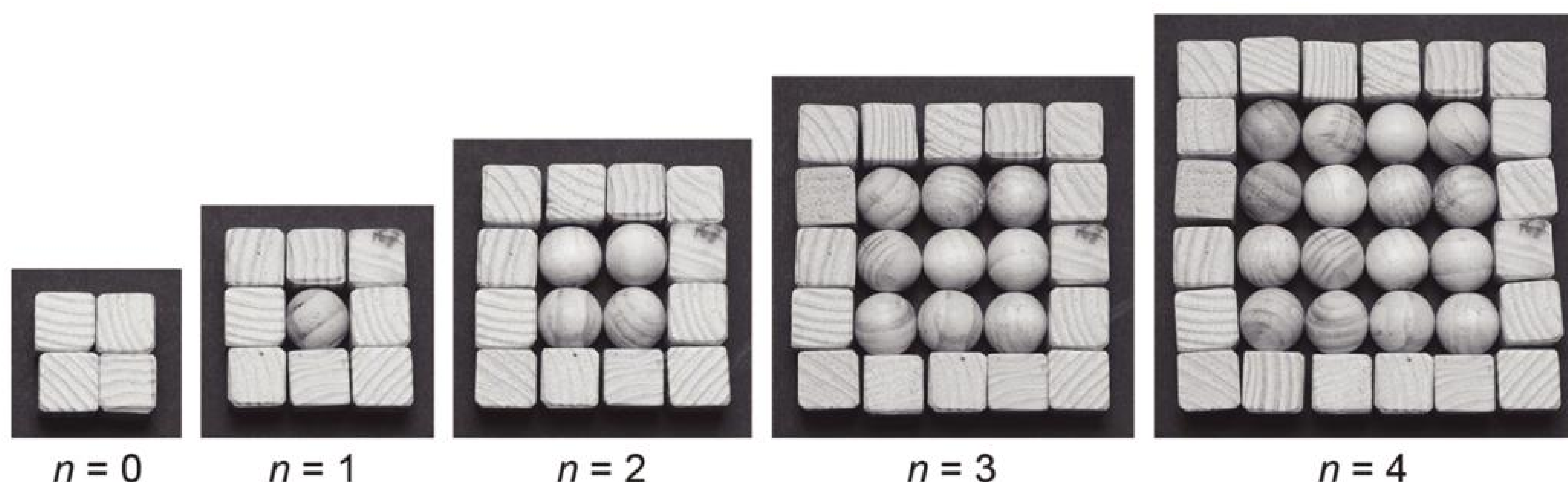
Driehoek *ABS* is een gelijkbenige driehoek. Punt *F* is het midden van *AS*. *CD* en *FG* staan loodrecht op *AS*.

5p **15** Laat met een berekening zien dat hoek *S* in driehoek *ABS* afgerond 35° is.

5p **16** Bereken, zonder te meten, de lengte van *FG*. Schrijf je berekening op en geef je antwoord in hele centimeters.

3p **17** Volgens de voorschriften mag de hellingshoek bij *C* niet groter zijn dan 20°.
Laat met een berekening zien dat deze hellingshoek aan de voorschriften voldoet.

Kubussen en bollen



Hierboven staan de eerste figuren uit een reeks met kubussen en bollen. Het nummer van een figuur is aangegeven met de letter n.

2p **18** Hoeveel bollen heeft de figuur met $n = 7$? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

3p **19** Om het aantal kubussen bij een figuurnummer te berekenen kun je een formule maken.
Schrijf deze formule op. Neem k voor het aantal kubussen en n voor het nummer van een figuur.

4p **20** Je hebt 50 kubussen en 110 bollen.
Wat is het nummer van de grootste figuur uit deze reeks die je met deze kubussen en bollen kunt maken? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

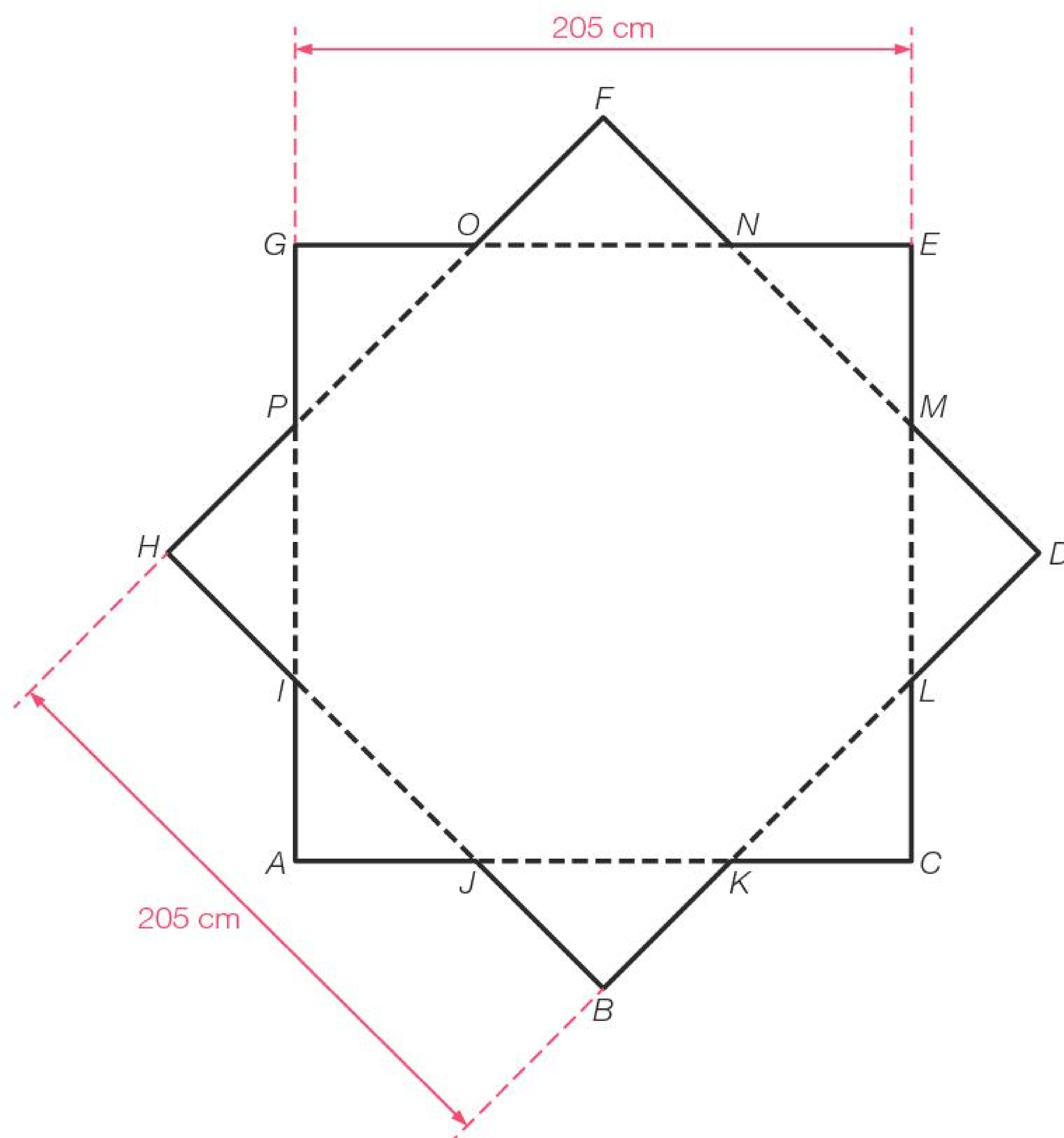
Fontein

In een park in Marokko ligt een stervormige fontein.

2p **21** [WERKBOEK]
In je werkboek staat een bovenaanzicht van de fontein.
Teken alle symmetrieassen in dit bovenaanzicht.



De bodem van de waterbak van de fontein wordt gevormd door twee vierkanten van 205 cm bij 205 cm. Zie de tekening hieronder.
De lengte van de zijde *AJ*, *JB*, *BK*, enzovoort is 60 cm.



3p **22** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de lengte van *HD* is. Schrijf je berekening op.

4p **23** Bereken hoeveel m^2 de oppervlakte van de bodem van de waterbak is. Schrijf je berekening op.

3p **24** Als de waterbak helemaal gevuld is, zit er 1500 liter water in. Bereken hoeveel cm de hoogte van het water dan is. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op hele centimeters.
Als je bij de vorige vraag geen antwoord gevonden hebt, gebruik dan bij deze vraag voor de oppervlakte van de bodem van de waterbak 4,8 m^2.

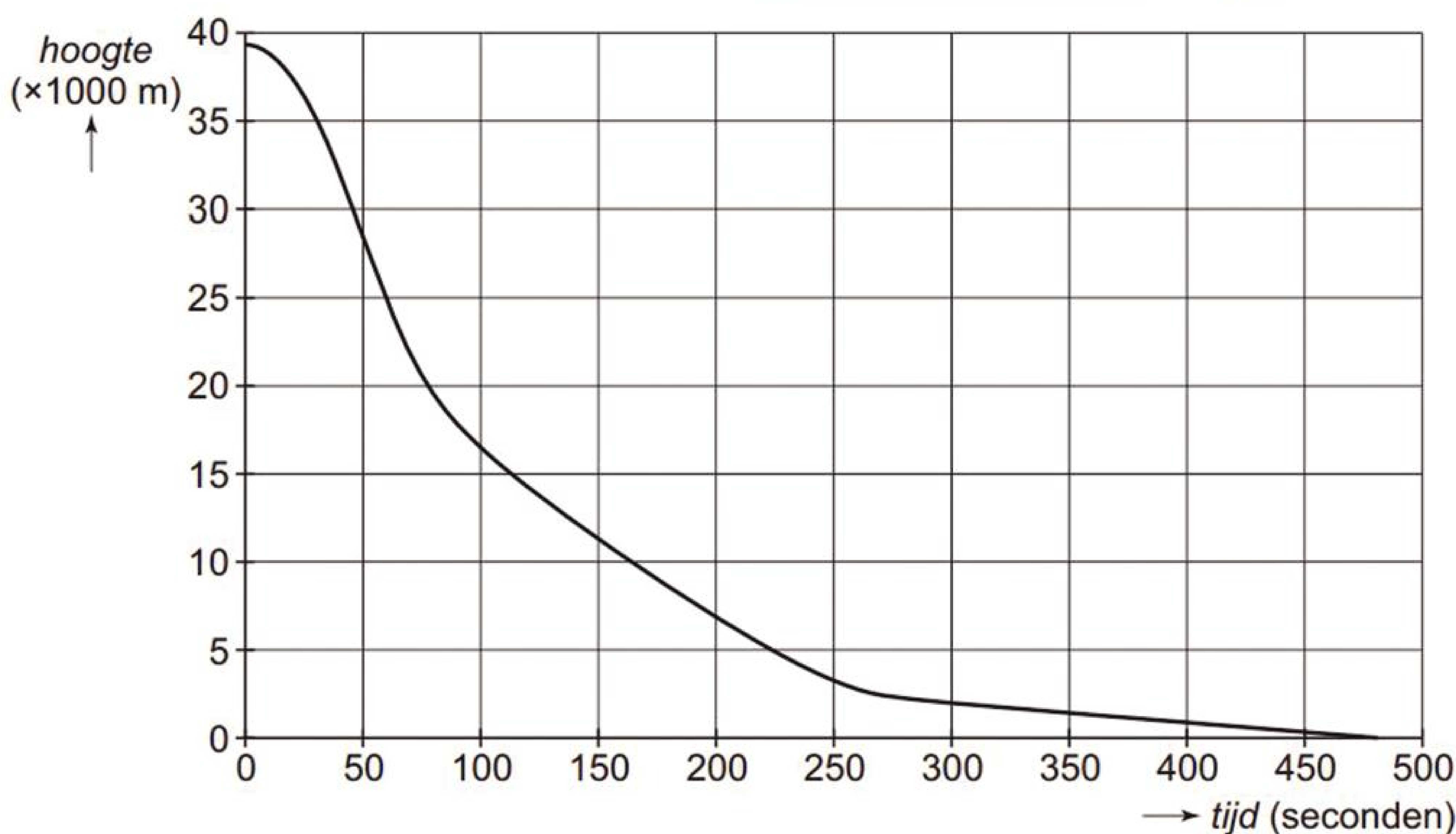
Examen 2018 GL/TL tijdvak 2

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2
inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud bol = $\frac{4}{3}$ × π × straal^3

Sprong

Op 14 oktober 2012 sprong de Oostenrijker Felix Baumgartner vanaf een hoogte van 39 km uit een capsule. In de grafiek hieronder kan je zien op welke hoogte Felix zich op elk moment tijdens zijn sprong bevond.

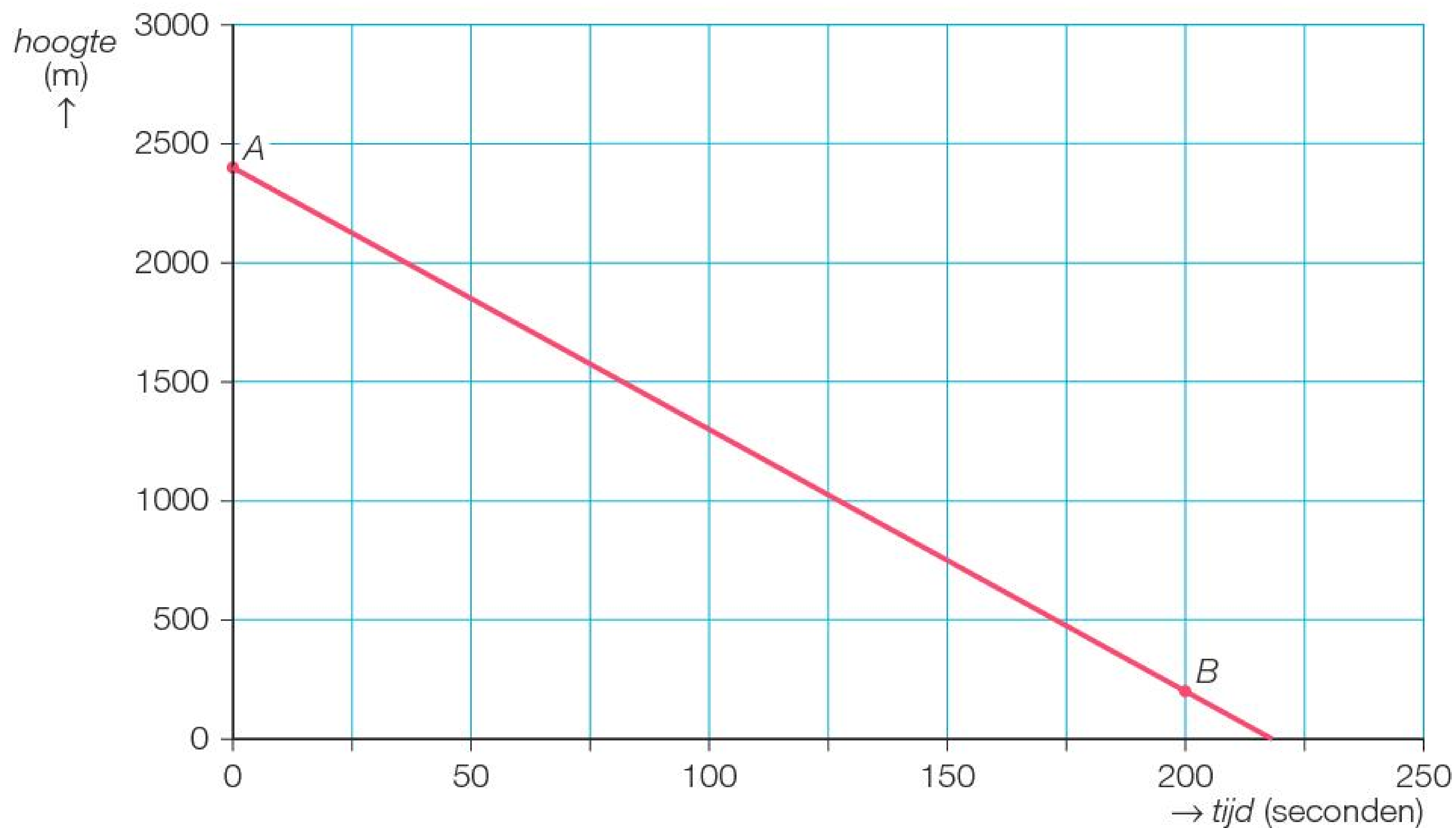




2p **1** Na hoeveel minuten en seconden was Felix Baumgartner op een hoogte van 5 km? Schrijf op hoe je aan je antwoord komt.

4p **2** Baumgartner bereikte extreme snelheden. Hij bereikte zijn topsnelheid tussen *tijd* = 30 en *tijd* = 50 (seconden). Hij daalde in deze tijd van een hoogte van 34 500 m naar een hoogte van 28 000 m.
Bereken hoeveel kilometer per uur de topsnelheid van Baumgartner was. Schrijf je berekening op.

3p **3** Na ruim vier minuten vrije val opent Felix Baumgartner zijn parachute. Hieronder zie je de grafiek die het verband weergeeft tussen de hoogte in meters en de tijd in seconden van het laatste gedeelte van zijn sprong, na het openen van zijn parachute.



Van het punt *A* (0, 2400) tot het punt *B* (200, 200) mag je ervan uitgaan dat er een lineair verband is tussen hoogte in meter en tijd in seconden.
Geef een formule die bij dit verband hoort.



Appels



Groenteman Rinus verkoopt appels. Hij weet dat de hoeveelheid verkochte appels lager wordt als de prijs hoger wordt. Hij wil de prijs zo vaststellen, dat hij zoveel mogelijk winst maakt.

2p **4** Rinus heeft 400 kg appels ingekocht voor 65 cent per kg. Hij verwacht al deze appels in één dag te verkopen.
Hoeveel euro winst maakt Rinus als hij al deze appels voor 105 cent per kg verkoopt? Schrijf je berekening op.

Rinus gebruikt de volgende formule om uit te rekenen bij welke verkoopprijs per kg hij de meeste winst zal maken.

$$W = -0{,}038p^2 + 10{,}47p - 520$$

Hierin is W de winst in euro en p de verkoopprijs in centen per kg.

3p **5** [WERKBOEK] In je werkboek staat de tabel voor de winst bij verschillende verkoopprijzen per kg.
Vul de tabel in je werkboek verder in. Geef hierbij de waarden van W in twee decimalen.

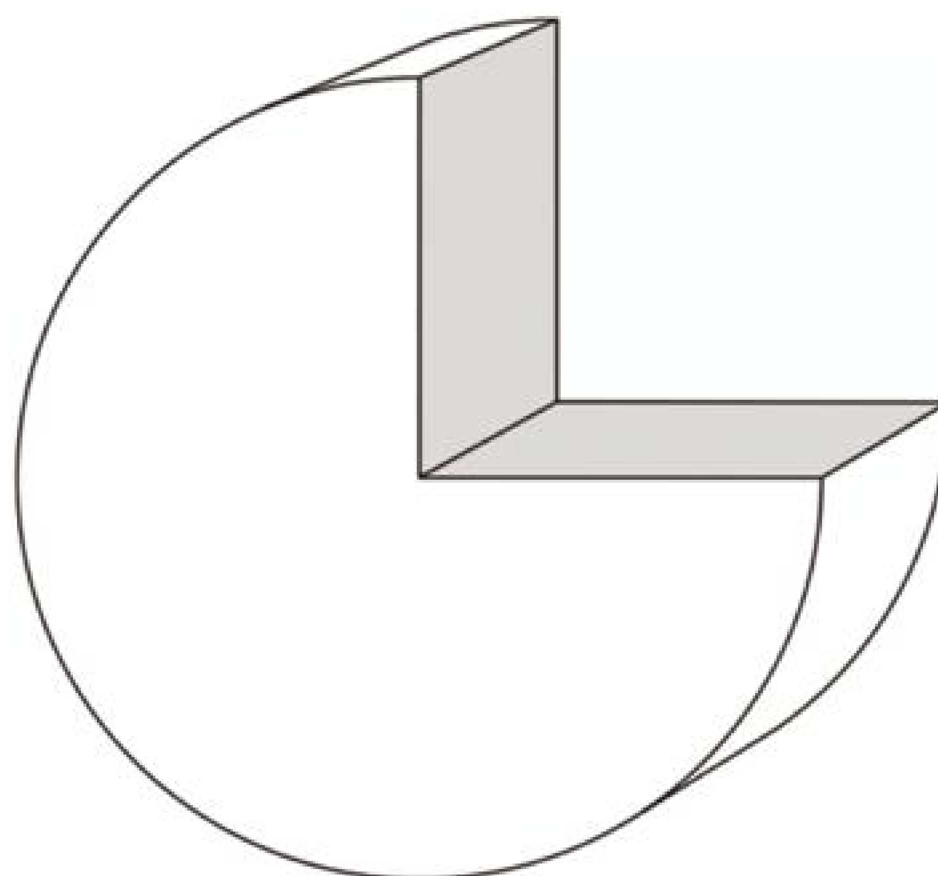
4p **6** Bereken met behulp van de formule bij welke prijs in centen per kg de winst zo hoog mogelijk is. Schrijf je berekening op.

Kunstwerk

In figuur 1 zie je een kunstwerk van Colin de Rover, dat bestaat uit betonnen elementen.



figuur 1



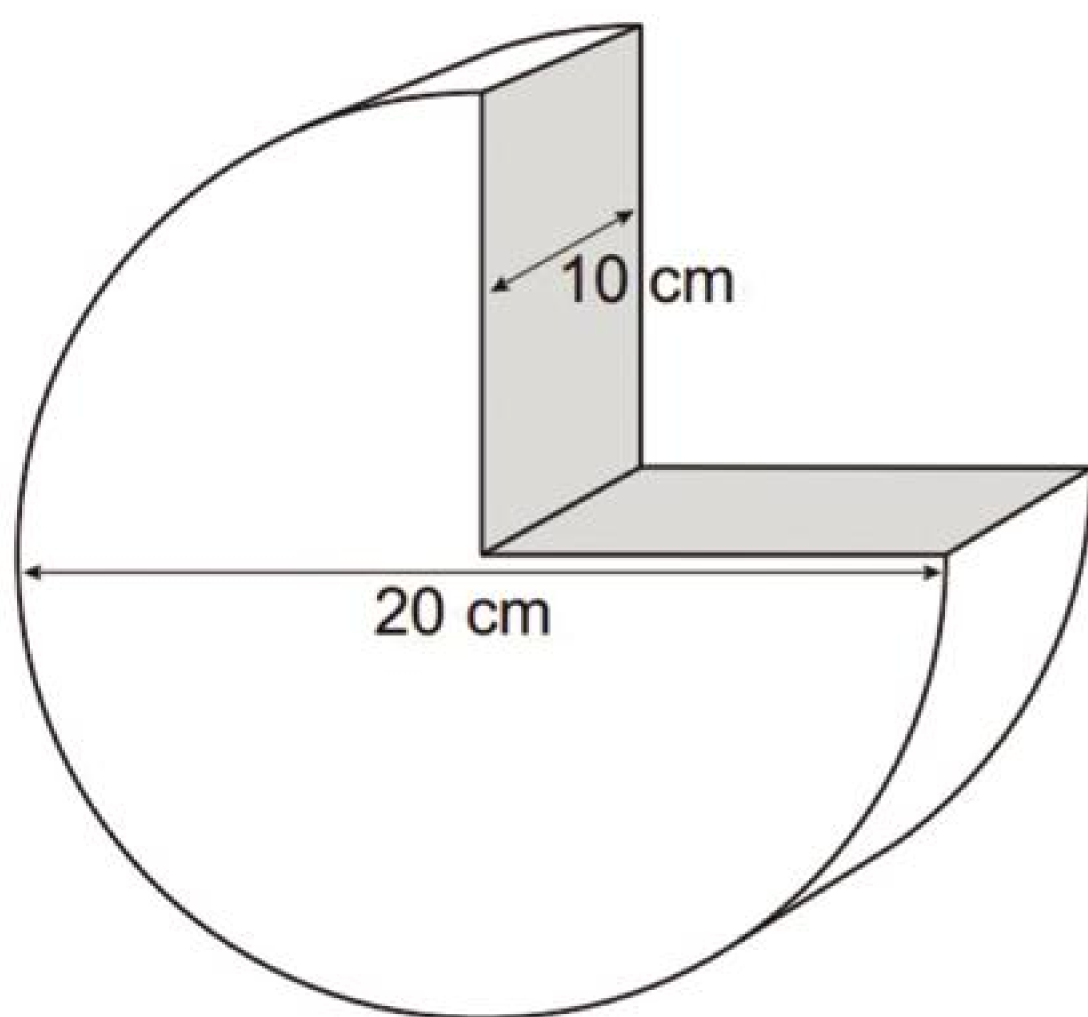
figuur 2

Het kunstwerk van figuur 1 heeft een lengte, een breedte en een hoogte van 50 cm. Het kunstwerk bestaat uit twee elementen. In figuur 2 zie je één element. Dit element heeft de vorm van een cilinder waaruit een kwart deel is weggehaald.

2p **7** Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van de twee grijze vlakken uit figuur 2 samen is. Schrijf je berekening op.

4p **8** Teken het vooraanzicht van het kunstwerk van figuur 1 op schaal 1 : 10.

4p **9** Met zes kleinere betonnen elementen, zie figuur 3 voor één element, bouwt Colin het kunstwerk zoals te zien is in figuur 4.



figuur 3



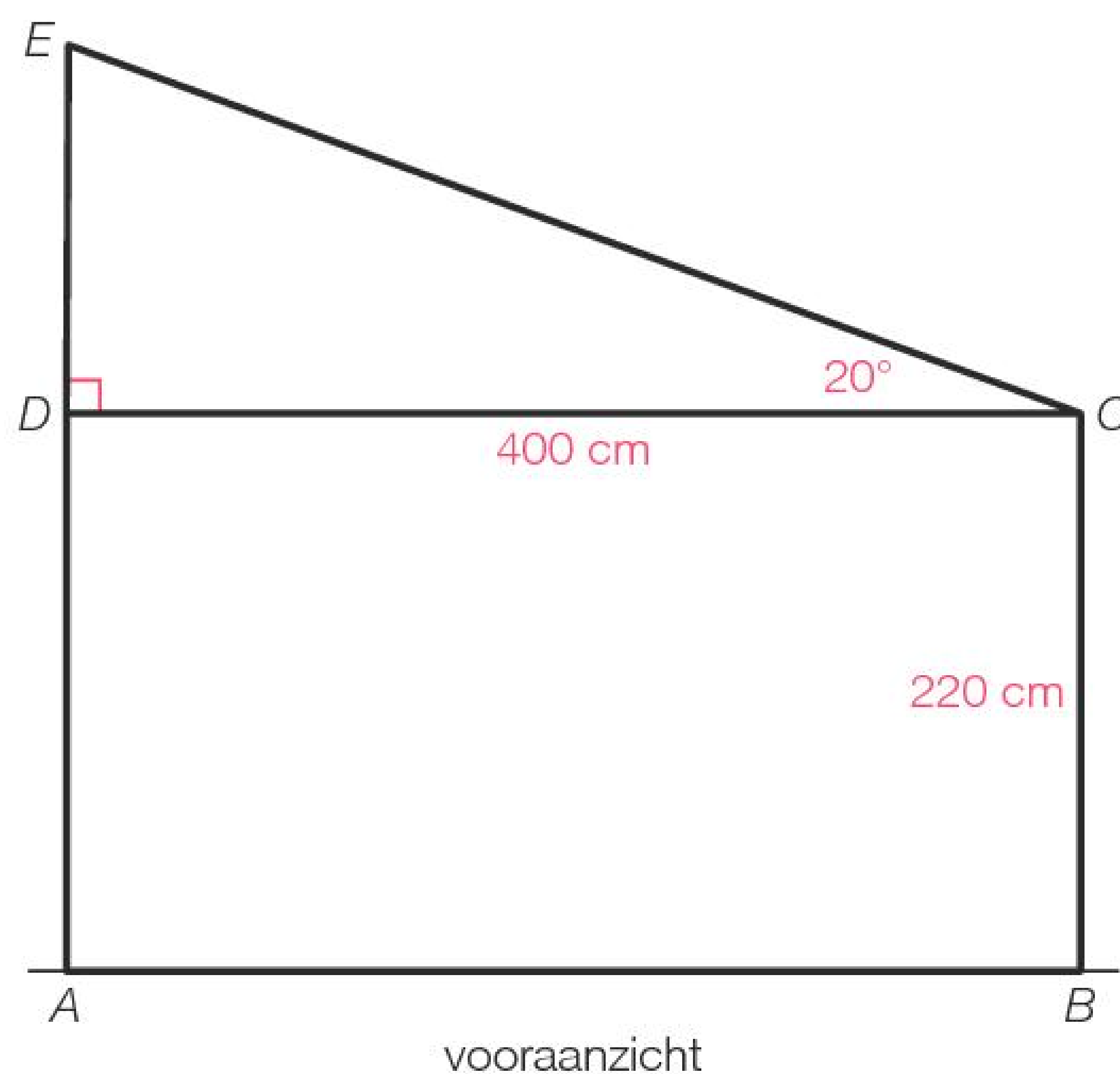
figuur 4

Bereken hoeveel cm^3 beton voor dit kunstwerk is gebruikt. Schrijf je berekening op.

Carport

Carin wil een carport bouwen. Voordat ze begint, maakt ze eerst op de computer een ontwerp en een schets van het vooraanzicht.





In de schets van het vooraanzicht is de breedte 4 m en de inrijhoogte 2,2 m. Hoek $C = 20°$.

1p **10** Bereken hoeveel graden hoek E is. Schrijf je berekening op.

4p **11** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de hoogte AE is. Schrijf je berekening op.



4p **12** Bij de hoeken C en D plaatst Carin hoeksteunen voor de stevigheid. In de afbeelding is FG zo'n hoeksteun.
$DF = DG = 60$ cm
Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de lengte van hoeksteun FG is. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op hele cm.

Babyflesje

Twee maanden geleden is het zusje van Pieter geboren. Om voor haar een flesje babymelk te maken, wordt eerst water gekookt. Pieter heeft onderzocht hoelang het duurt voordat het water voldoende is afgekoeld.
De temperatuur van het water kan worden berekend met de formule
$\textit{Temperatuur} = 100 \times 0{,}85^{\textit{tijd}}$.
Hierin is *Temperatuur* in °C en *tijd* in minuten.



1p **13** Met hoeveel procent neemt de temperatuur volgens de formule per minuut af?

5p **14** [WERKBOEK] Vul de tabel in je werkboek in en teken de grafiek die bij de formule hoort. Zorg hierbij voor een juiste schaalverdeling langs de verticale as.

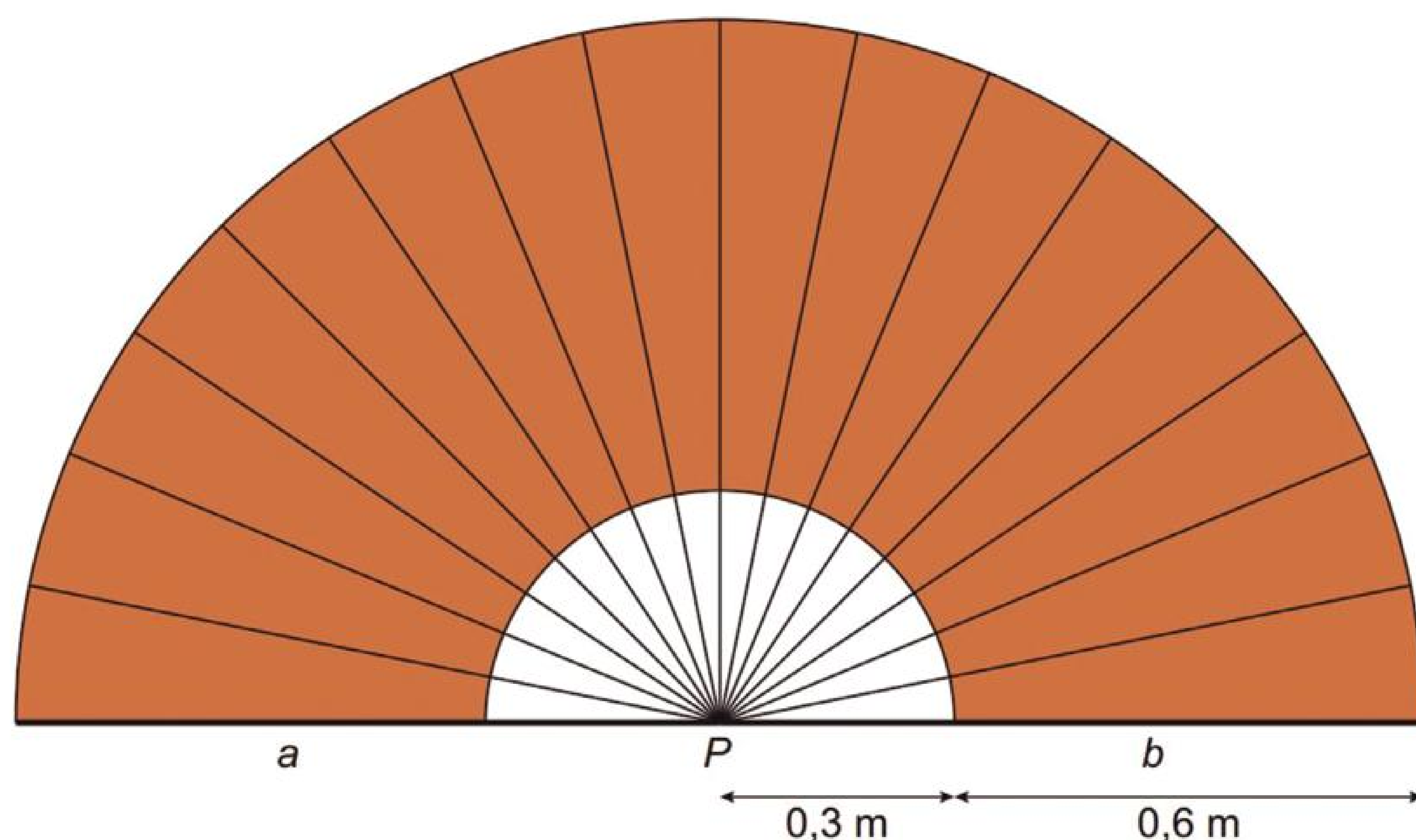
3p **15** De temperatuur van het water in het flesje moet lager zijn dan 36 °C voordat de melkpoeder erbij mag. Pieter wil weten hoelang dit duurt.
Bereken in één decimaal nauwkeurig hoeveel minuten het duurt totdat het water in het flesje voldoende is afgekoeld. Schrijf je berekening op.

Waaier



In Indonesië worden grote beschilderde waaiers verkocht. De waaiers worden gemaakt van bamboelatten waarop een vel rijstpapier is geplakt.
Op de foto zie je een voorbeeld.

In de schets zijn *a* en *b* twee stevige basislatten, die in draaipunt *P* aan elkaar vastgemaakt zijn. De waaier heeft verder 15 dunnere latten die ook aan *P* vastgemaakt zijn. Als de waaier helemaal is uitgeklapt, liggen de latten *a* en *b* op één lijn. De afmetingen staan in de schets hieronder.
Het bruine gedeelte is rijstpapier.



2p **16** Als de waaier helemaal is uitgeklapt, zijn de hoeken tussen de latten allemaal even groot. We houden geen rekening met de dikte van de latten.
Bereken hoeveel graden de hoek tussen twee naast elkaar liggende latten is. Schrijf je berekening op.

3p **17** Het rijstpapier (het bruine gedeelte van de waaier) is aan één kant beschilderd.
Laat met een berekening zien dat de beschilderde oppervlakte van het rijstpapier afgerond 1,13 m^2 is.

3p **18** [▸ WERKBOEK] Het benodigde rijstpapier voor de waaier wordt uit rechthoekige vellen rijstpapier van 90 cm breed en 350 cm lang geknipt. Uit één vel van dit rijstpapier kunnen twee waaiers geknipt worden.
In je werkboek is een vel van dit rijstpapier op schaal getekend met alvast een van de waaiers.
Teken de tweede waaier erbij.

Ogen



3p **19** Er zijn drie hoofdkleuren voor ogen: bruin, blauw en groen. In totaal leven er ongeveer 7,5 miljard mensen op de wereld, waarvan 8% blauwe ogen heeft.
Bereken het aantal mensen op de wereld dat blauwe ogen heeft. Schrijf je berekening op.

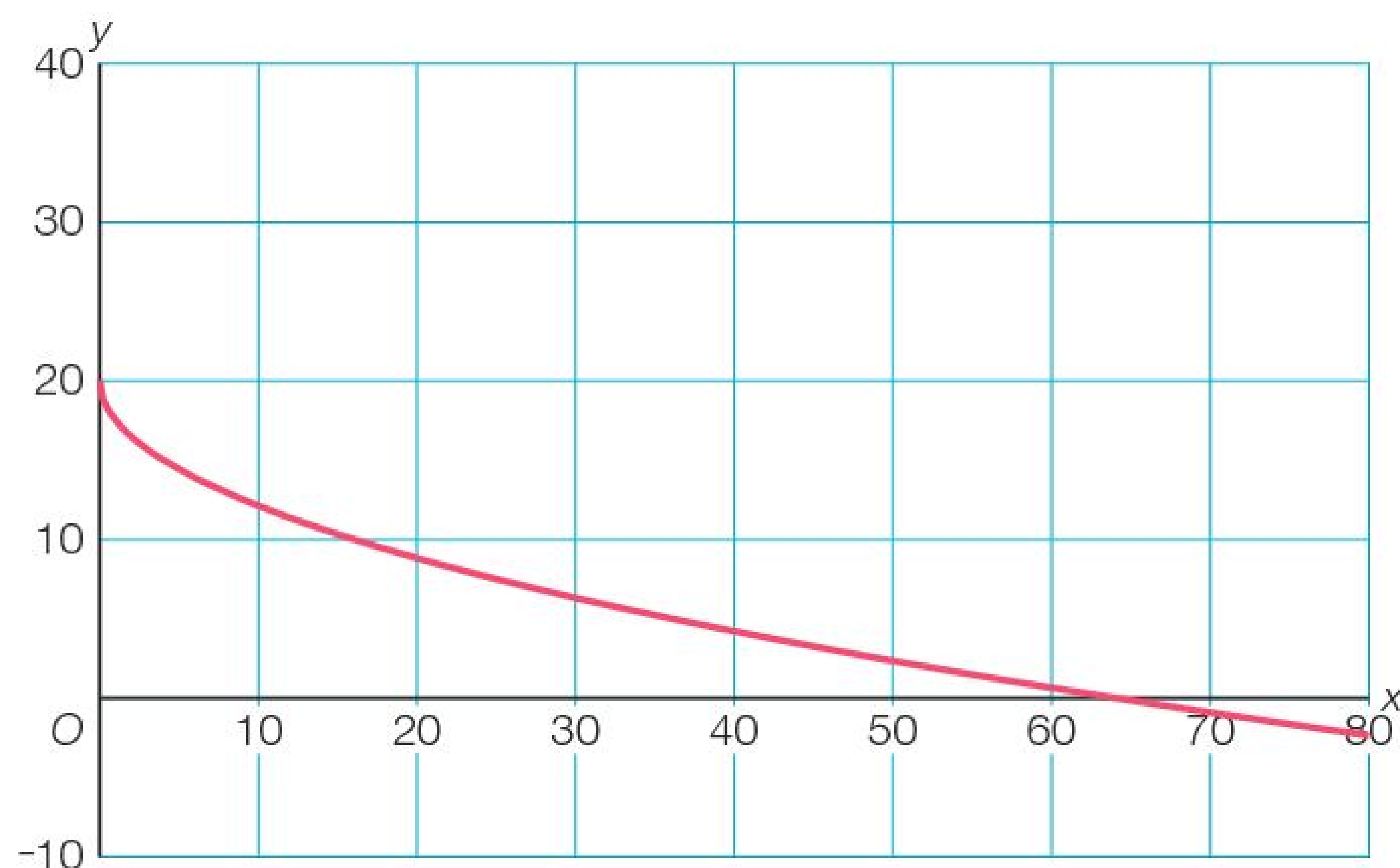
3p **20** Van de 17 miljoen Nederlanders zijn 7,3 miljoen mensen bijziend. Zij kunnen niet goed in de verte zien. Neem aan dat deze verhouding bijzienden voor de hele wereldbevolking van 7,5 miljard mensen geldt.
Bereken hoeveel mensen op de wereld dan bijziend zijn. Schrijf je berekening op. Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie en rond af op één decimaal.

3p **21** Gemiddeld knippert een mens overdag elke zes seconden met zijn ogen. Neem aan dat een Nederlandse man gemiddeld 79 jaar oud wordt en elke nacht 8 uur zijn ogen dicht heeft.
Hoe vaak knippert een man dan gemiddeld met zijn ogen in een heel leven? Schrijf je berekening op.

3p **22** Van alle mannen is 8% kleurenblind. Bij de vrouwen is dat één op de 250.
Zijn er naar verhouding meer mannen of vrouwen kleurenblind? Schrijf je berekening op.

Wortelverband

Je ziet de grafiek getekend die hoort bij de formule $y = 20 - 2{,}5\sqrt{x}$. De grafiek staat ook in je werkboek.



2p **23** Een punt van de grafiek heeft als *x*-waarde 6.
Bereken de waarde van *y* voor dit punt. Schrijf je berekening op.

3p **24** Bereken de *x*-waarde van het punt op de grafiek waarvan de *y*-waarde 12 is. Schrijf je berekening op en geef je antwoord in één decimaal.

4p **25** [▸ WERKBOEK] Gegeven is ook de formule $y = 10 + 2{,}5\sqrt{x}$.
Vul de tabel in je werkboek in en teken in het assenstelsel de grafiek die bij deze nieuwe formule hoort.

Examen GL/TL 2019 tijdvak 1

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2
inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud bol = $\frac{4}{3}$ × π × straal^3

Paddenstoelen

De vliegenzwam is een rode paddenstoel met witte stippen. Uit tellingen blijkt dat het aantal vliegenzwammen in Nederland snel afneemt. In 1999 werden 110 000 vliegenzwammen geteld. In 2015 was dat aantal nog maar 41 000.



3p **1** Bereken met hoeveel procent het aantal getelde vliegenzwammen in 2015 is afgenomen ten opzichte van 1999. Schrijf je berekening op.

Volgens deskundigen neemt het aantal vliegenzwammen exponentieel af. De formule die hierbij hoort is $a = 110\,000 \times 0{,}94^t$.
Hierin is a het aantal vliegenzwammen en t het aantal jaren na 1999.

1p **2** Met hoeveel procent neemt het aantal vliegenzwammen volgens deze formule per jaar af?

5p **3** [WERKBOEK] In je werkboek staat een assenstelsel getekend. Teken in het assenstelsel de grafiek die bij de formule hoort. Vul eerst de tabel in. Maak zelf een juiste verdeling bij de verticale as.



4p **4** De langsteelfranjehoed is een paddenstoel die steeds meer voorkomt. In 1999 werden daar 21 000 van geteld. In 2015 was dat aantal 27 000. Volgens deskundigen is deze stijging lineair.
Geef een formule die bij deze stijging hoort. Gebruik a voor het aantal paddenstoelen en t voor het aantal jaren na 1999.

Watertank

De hoeveelheid regen die valt, wordt gemeten in mm.

2p **5** Er valt 1 mm regen op een plat dak met een oppervlakte van 1 m^2. Laat met een berekening zien dat er dan 1 liter regen op dit dak is gevallen.

Scholen in Kenia hebben vaak geen waterleiding, daarom vangen ze het regenwater op in een watertank. Op de foto zie je een watertank bij een school in Kenia. Het water loopt vanaf het dak van de school via een regenpijp in de watertank.



De oppervlakte van het platte dak waar het regenwater op valt, heeft de vorm van een rechthoek. De maten van de rechthoek zijn 4,5 m bij 14 m. Per jaar valt er in dit gebied gemiddeld 839 mm regen.

2p **6** Bereken hoeveel liter regenwater opgevangen wordt in één jaar. Schrijf je berekening op.



De school krijgt er nog een watertank bij. Op de foto zie je deze watertank. Deze watertank heeft de vorm van een cilinder, een straal van 1,10 m en een inhoud van 10 000 liter.

4p **7** Bereken hoeveel meter de hoogte van deze watertank is. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op twee decimalen.

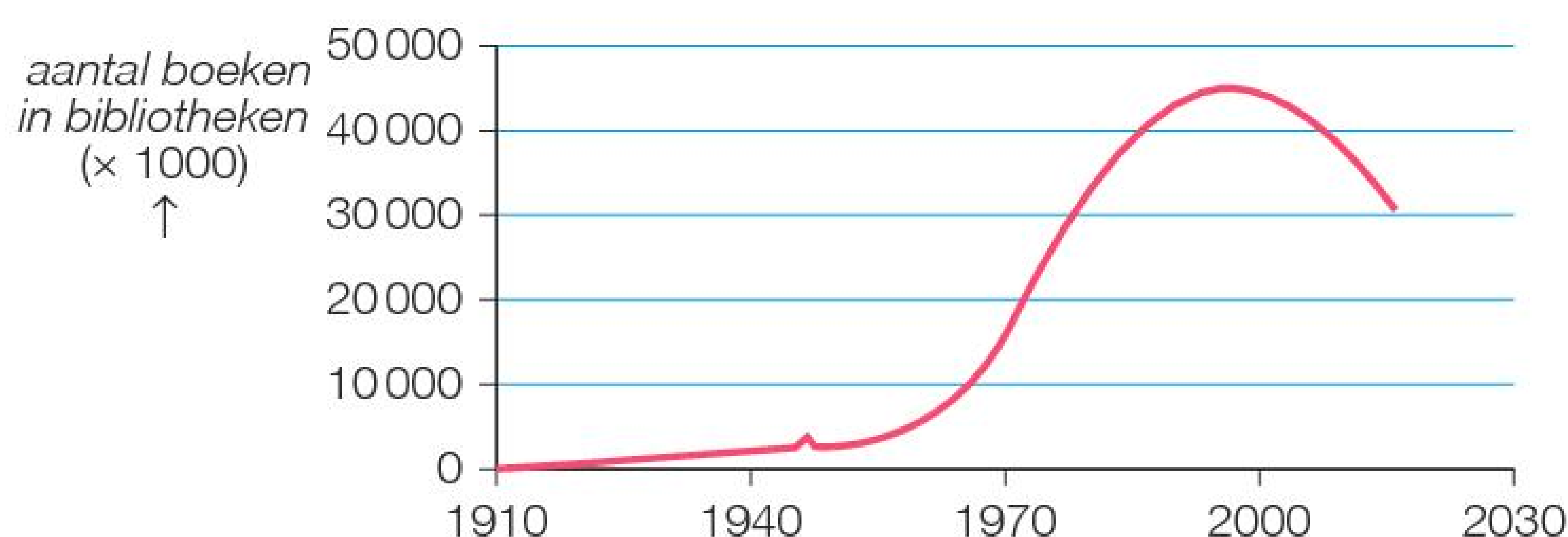
Kunststof watertanks zijn er met verschillende inhouden. Op de foto is de watertank rechts een vergroting van de watertank links. Allebei de watertanks hebben de vorm van een cilinder.



3p **8** De straal van de kleine watertank is 6 dm. De straal van de grote watertank is 12 dm. De inhoud van de grote watertank is 15 000 liter. Bereken de inhoud van de kleine watertank. Schrijf je berekening op.

Bibliotheken

Alle bibliotheken in Nederland hebben samen veel boeken. Tot de jaren 90 nam het aantal boeken toe, daarna nam het aantal boeken weer af. In de grafiek hieronder zie je het verloop van dit aantal.



Vanaf 1970 benaderen we het aantal boeken in alle bibliotheken samen in Nederland met de formule

$A = -40t^2 + 2160t + 15\,840$.

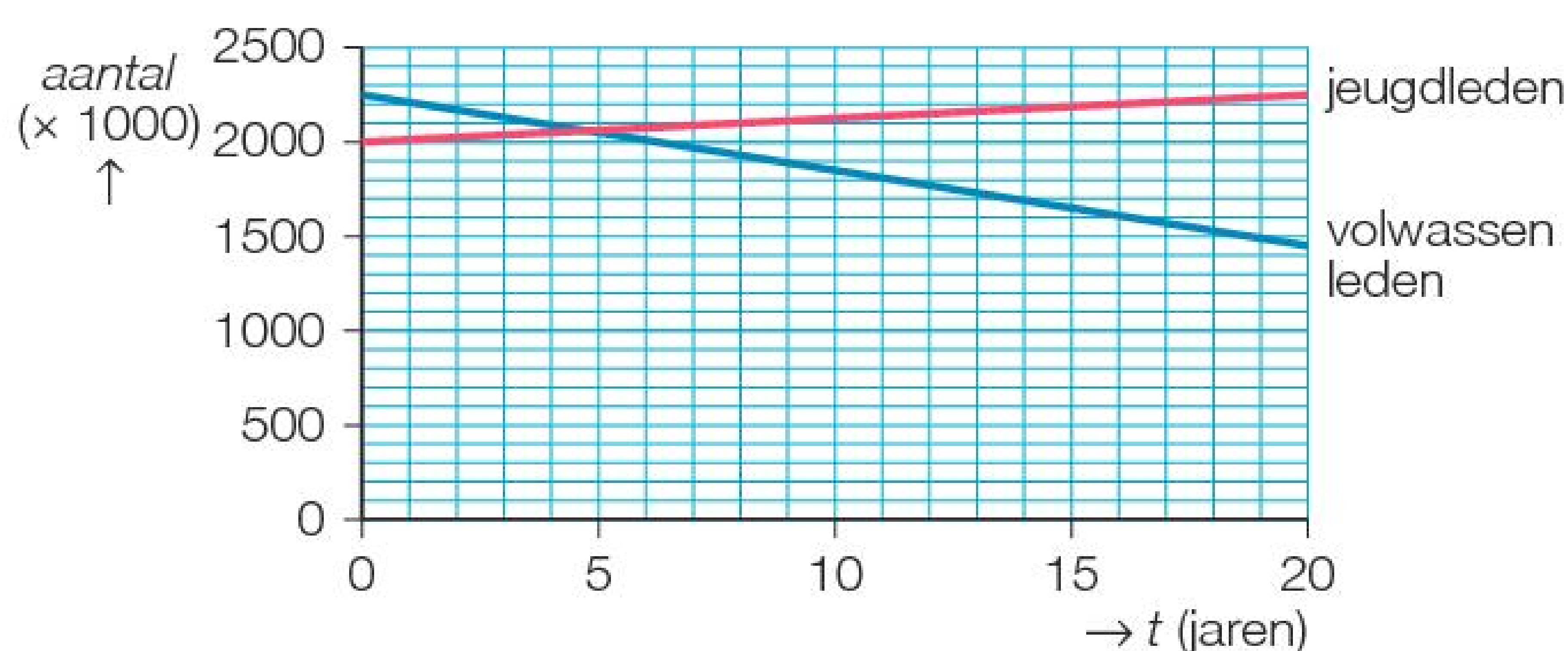
Hierin is A het aantal boeken (× 1000) en t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 januari 1970.

3p **9** Laat met een berekening zien dat er volgens de formule op 1 januari 1988 afgerond 42 miljoen boeken waren.

4p **10** Op 1 januari 2016 was de verhouding tussen het aantal jeugdboeken en het aantal boeken voor volwassenen 9 : 11. Bereken hoeveel miljoen jeugdboeken er op 1 januari 2016 waren. Schrijf je berekening op.

4p **11** Op 1 januari van welk jaar was volgens de formule het aantal boeken maximaal? Schrijf je berekening op.

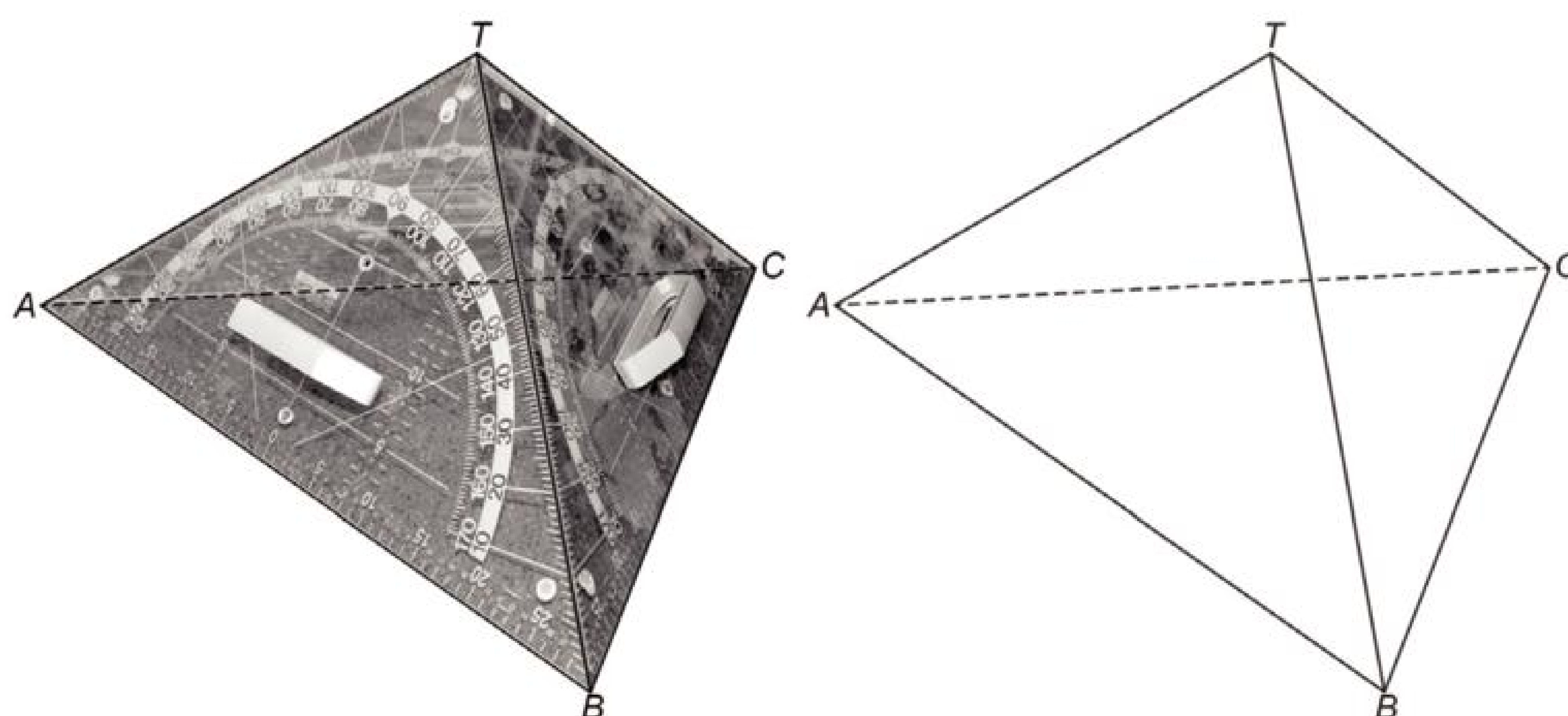
Van de bibliotheek kun je lid worden. Het aantal jeugdleden van alle bibliotheken samen in Nederland is de afgelopen jaren lineair gestegen. Het aantal volwassen leden is lineair gedaald. In de grafiek zie je het verloop van het aantal volwassen leden en jeugdleden. Hierbij is t in jaren met $t = 0$ op 1 januari 1999. De grafiek staat ook in je werkboek.



3p **12** [▸ WERKBOEK] Teken de grafiek van het **totaal** aantal leden vanaf 1999. Je mag de tabel in je werkboek gebruiken.

Piramide van geodriehoeken

Madelon heeft drie even grote bordgeodriehoeken schuin tegen elkaar gezet zodat er een piramide wordt gevormd. Op de foto zie je deze piramide van geodriehoeken met de letters *A*, *B*, *C* bij de hoekpunten en bij de top de letter *T*. Een schematische tekening staat ernaast.
Er geldt: *AB* = *BC* = *AC* = 58 cm.



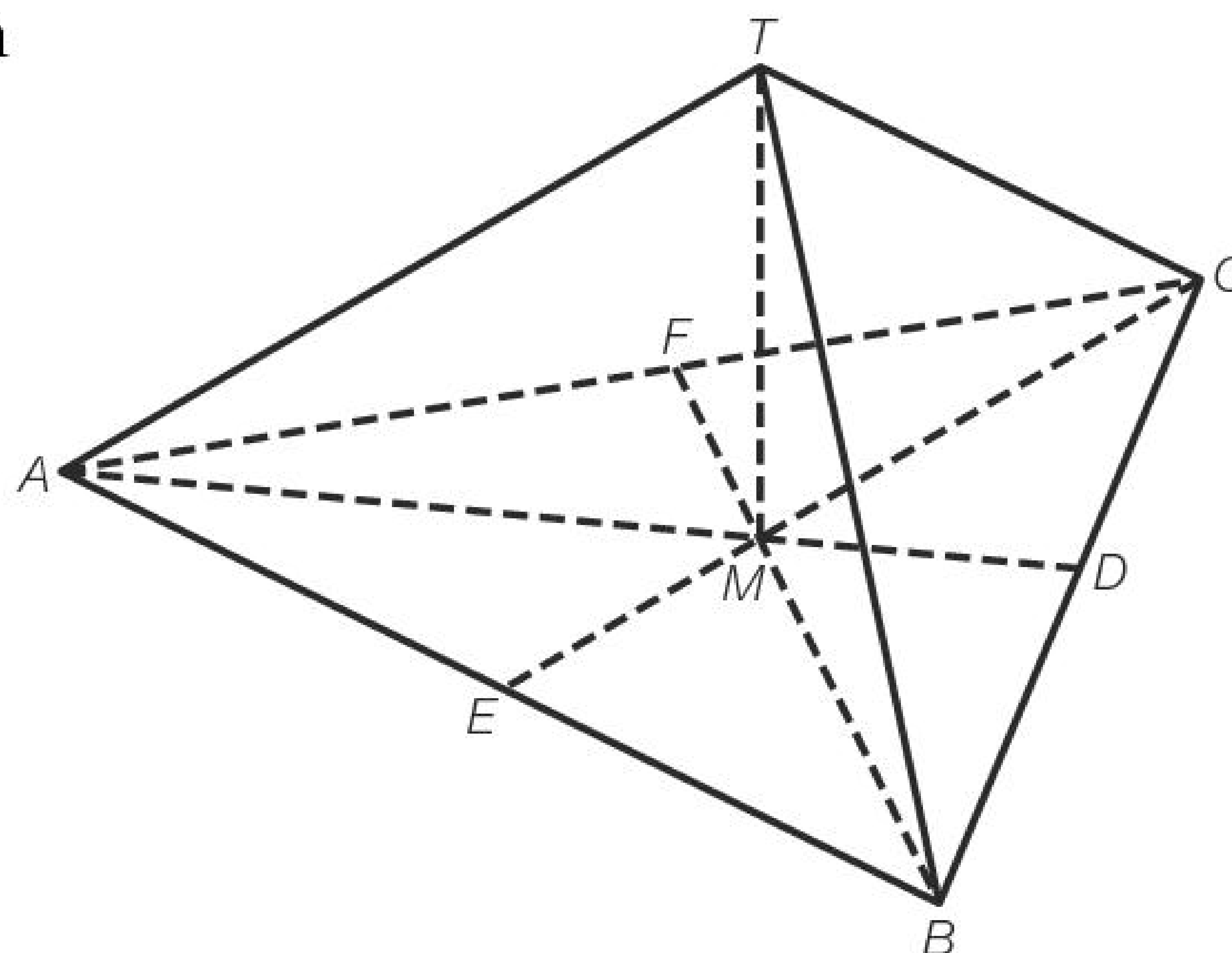
Elke geodriehoek heeft de vorm van een gelijkbenige, rechthoekige driehoek.

4p **13** Bereken hoeveel cm de lengte van *AT* is. Schrijf je berekening op.

3p **14** Teken het grondvlak *ABC* op schaal 1 : 10.

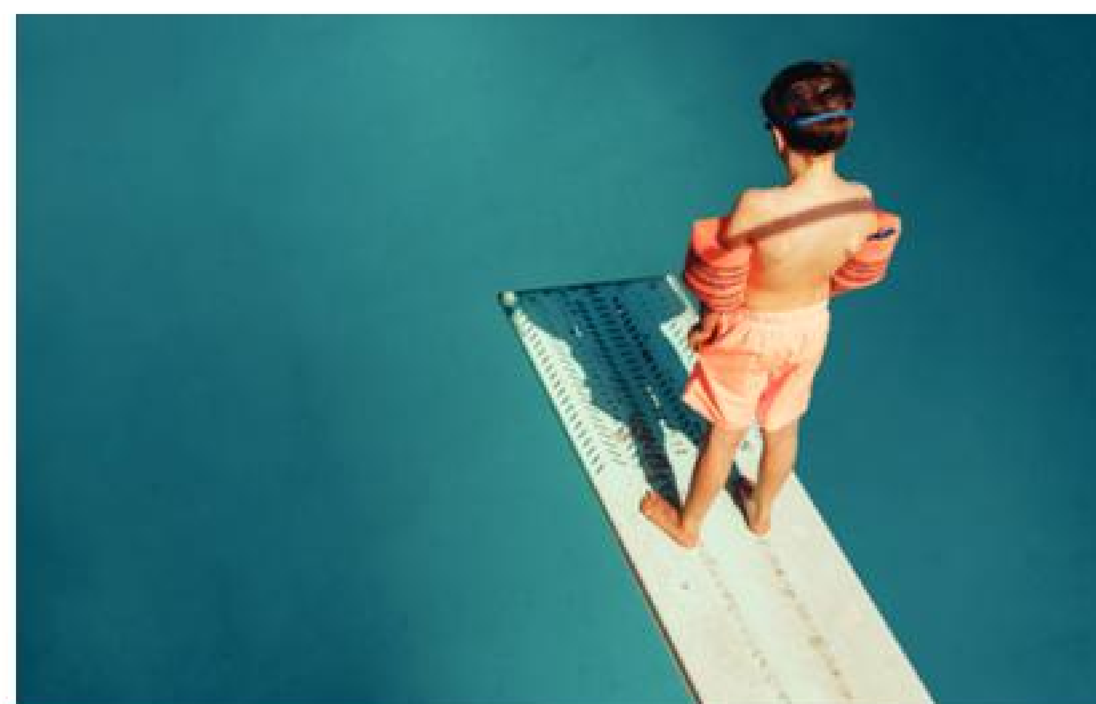
3p **15** De hoogtelijn uit hoekpunt *C*, in het grondvlak *ABC*, snijdt *AB* in punt *E*.
Laat met een berekening zien, zonder te meten, dat de lengte van *CE* afgerond 50,2 cm is.

M is het snijpunt van de hoogtelijnen van driehoek *ABC* en ligt precies onder de top *T* van de piramide.
De lengte van *TM* is 23,7 cm. De lengte van *CM* is 2 keer zo lang als *EM*.



4p **16** Bereken hoeveel graden hoek *C* is in driehoek *TCM*. Schrijf je berekening op.

Duikplank



Als er een persoon op het uiteinde van een duikplank staat, buigt deze plank altijd een beetje door. Voor een bepaald type duikplank kun je het aantal cm dat de duikplank doorbuigt, berekenen met de formule

$$D = \frac{L^3 \times G}{40}.$$

Hierbij is D het aantal cm dat de duikplank doorbuigt, G het gewicht van de persoon op het uiteinde van de duikplank in kg en L de lengte van de duikplank in m.



1p **17** Thijs gaat op het uiteinde van een duikplank met een lengte van 1,50 m staan. Hij weegt 53 kg.
Laat met een berekening zien dat de duikplank afgerond 4,5 cm doorbuigt. Schrijf je berekening op.

3p **18** Volgens de fabrikant van duikplanken mag een duikplank met een lengte van 3 m niet meer dan 70 cm doorbuigen.
Bereken in hele kg het maximale gewicht van een persoon die nog op het uiteinde van de duikplank mag staan. Schrijf je berekening op.

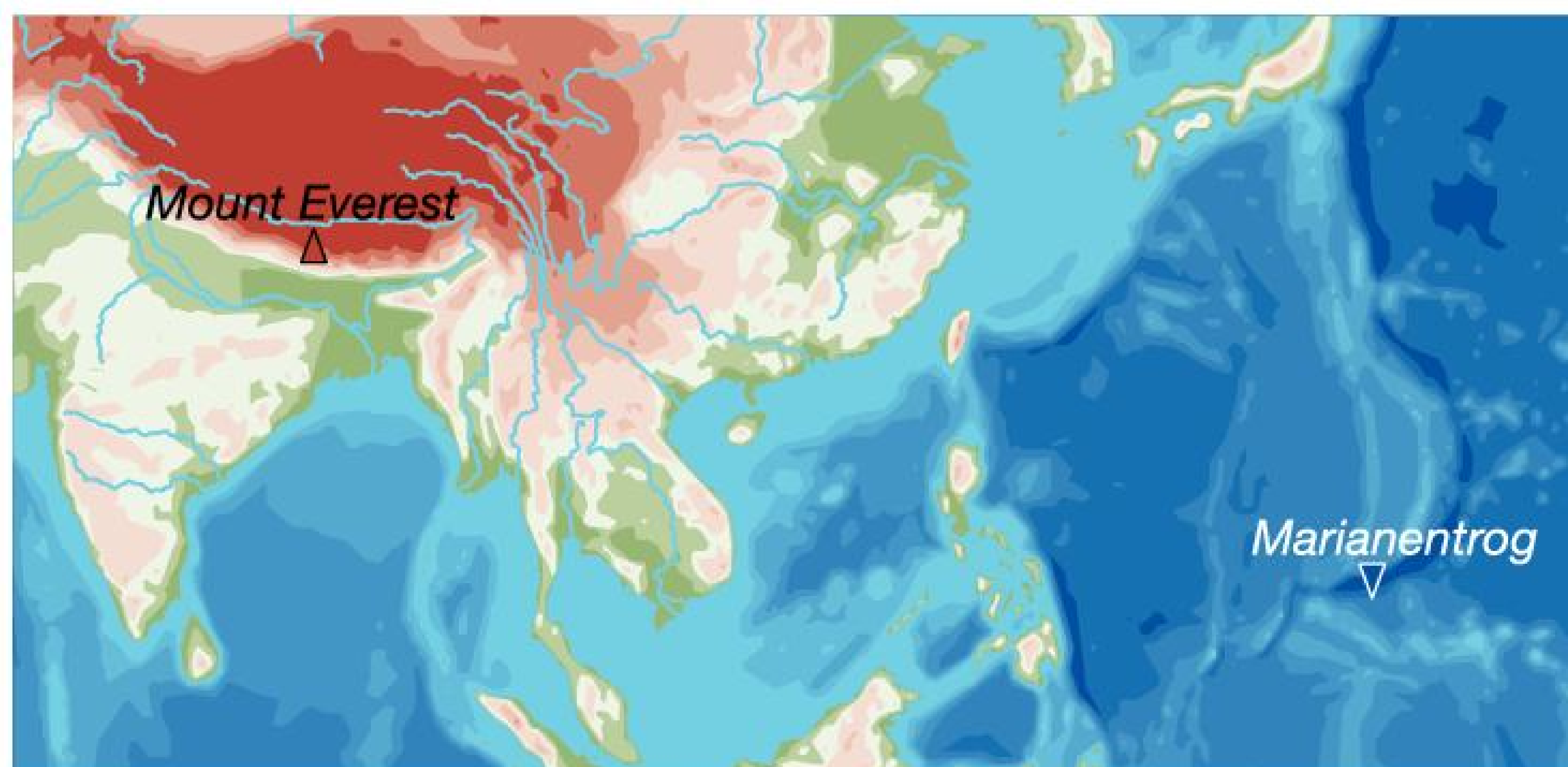
3p **19** Als de lengte van een duikplank twee keer zo groot wordt, hoeveel keer zo ver buigt deze duikplank dan door volgens de formule?
Schrijf op hoe je aan je antwoord komt.

2p **20** Voor een duikplank met een lengte van 2 m kun je de formule

$D = \frac{L^3 \times G}{40}$ ook schrijven in de vorm $D = a \times G$.

Bereken welk getal a dan is. Schrijf je berekening op.

Mount Everest



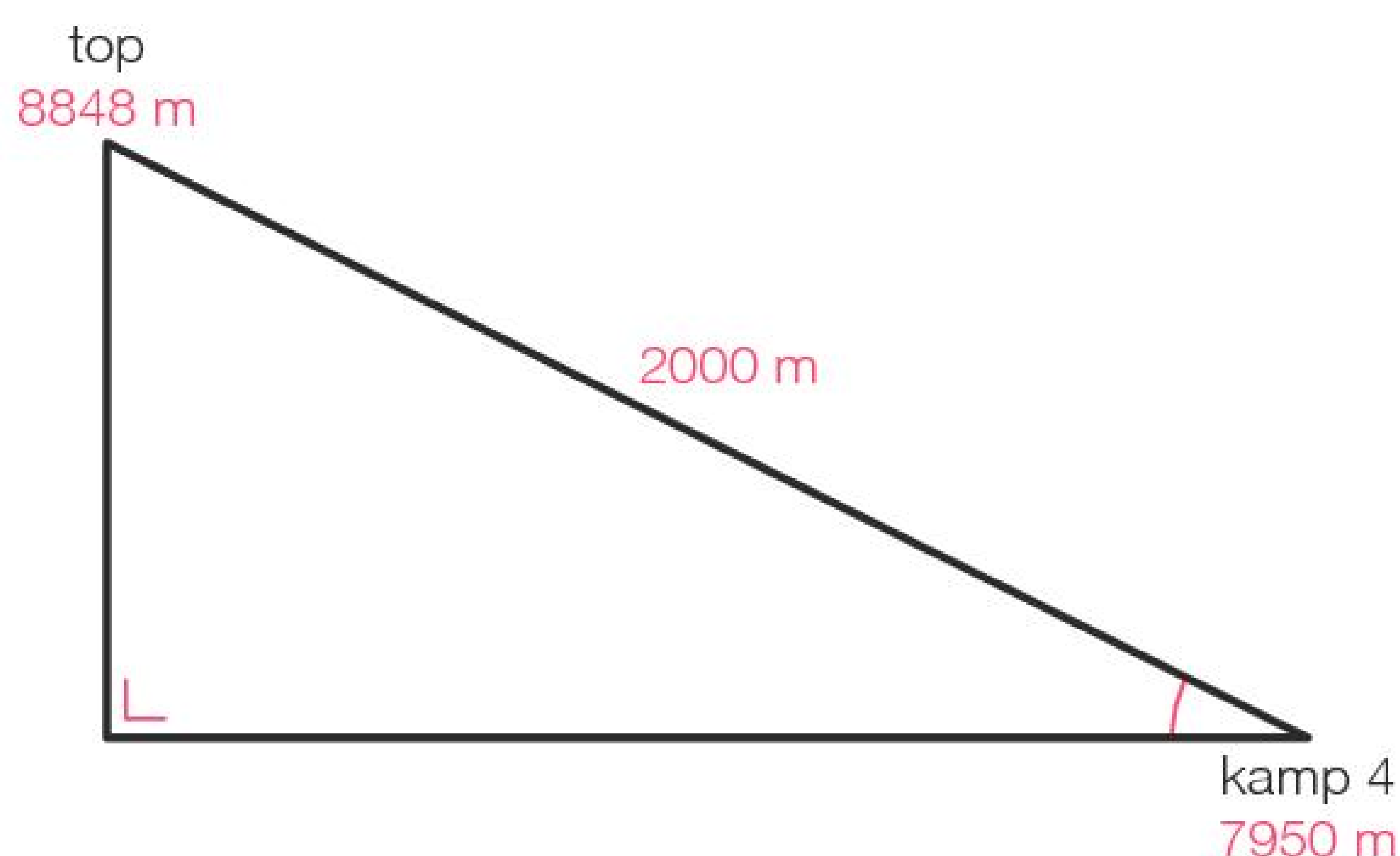
De top van de berg Mount Everest is met 8848 m boven zeeniveau het hoogste punt van de wereld. Het laagste punt van de wereld is de Marianentrog en ligt 11 034 m onder zeeniveau.

1p **21** Hoeveel meter verschil zit er tussen het hoogste en het laagste punt ter wereld? Schrijf je berekening op.

3p **22** In de lucht op de top van de Mount Everest zit weinig zuurstof. Tot nu toe slaagden er 193 bergbeklimmers in om de top te bereiken zonder extra zuurstof. Dit is 2,7% van alle beklimmers van deze berg.
Bereken het totaal aantal beklimmers van de Mount Everest. Schrijf je berekening op.

1p **23** [WERKBOEK] In je werkboek staat een kaart met daarop de Mount Everest. De eerste beklimmer van de Mount Everest was Edmund Hillary. Bij het laatste rustpunt, kamp 4, kon hij de top goed zien. De richting naar de top is op de kaart in je werkboek getekend. Hoeveel graden is de koershoek van kamp 4 naar de top?

4p **24** Kamp 4 ligt op 7950 m hoogte. De klimafstand vanaf kamp 4 tot aan de top is 2000 m. Bereken de aangegeven hellingshoek. Schrijf je berekening op.



Examen GL/TL 2019 tijdvak 2

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2
inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud bol = $\frac{4}{3}$ × π × straal^3

Konijnenhok

Je ziet op de foto een konijnenhok op een grasveld staan.

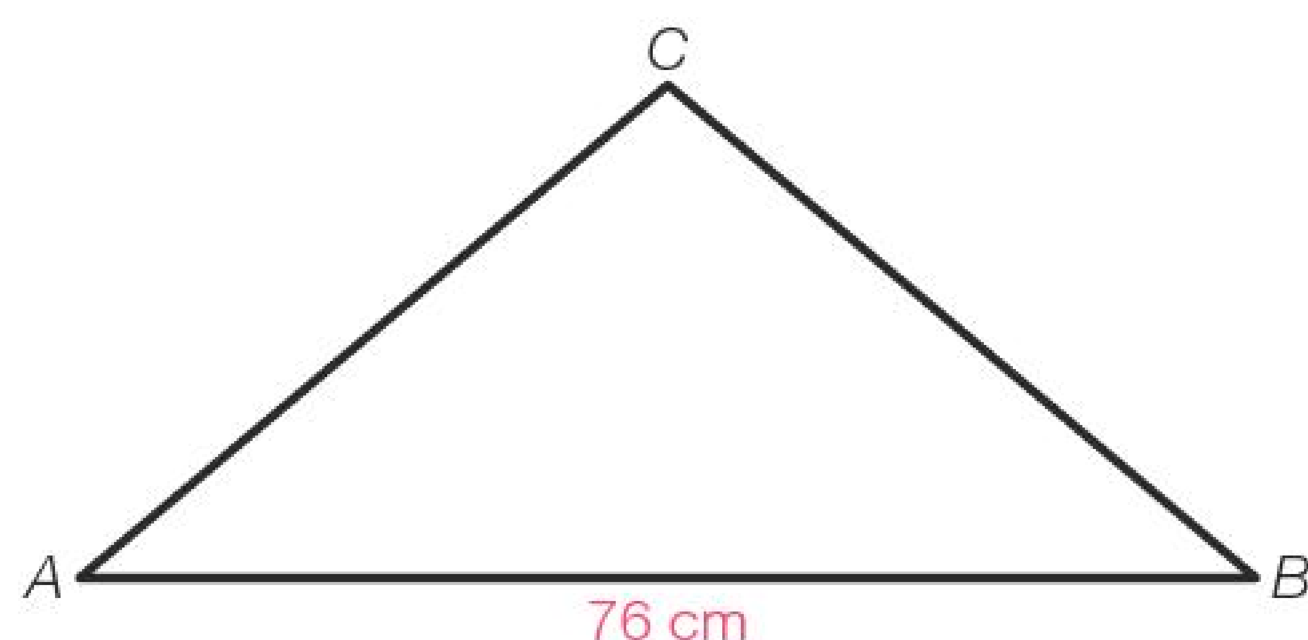


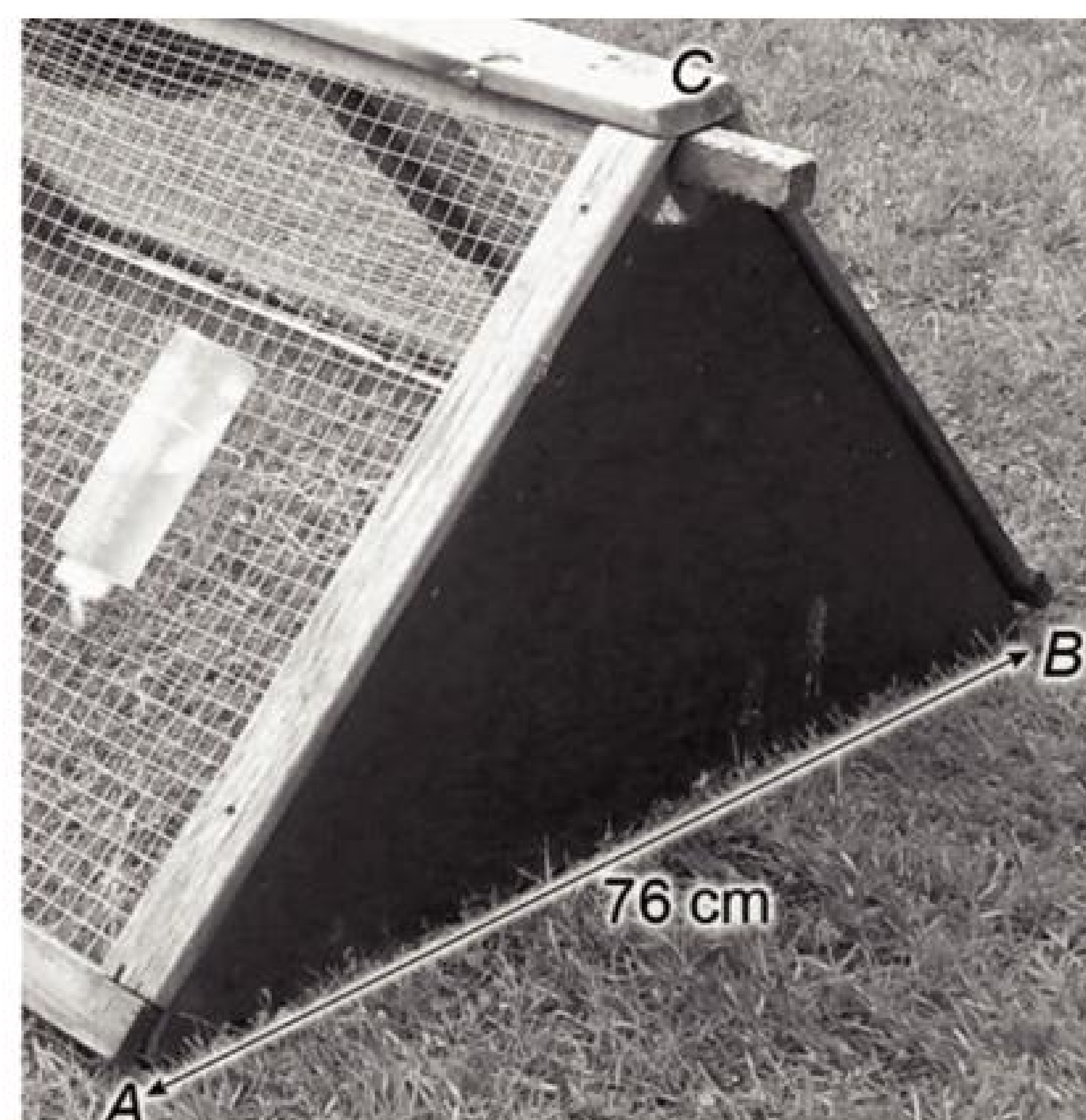
1p **1** Het konijnenhok heeft de vorm van een wiskundige ruimtefiguur. Wat is de naam van deze wiskundige ruimtefiguur?

Met de dikte van de planken hoef je in deze opgave geen rekening te houden. Het konijnenhok is 2,28 m lang en 76 cm breed. Het konijn kan op $\frac{4}{5}$ deel van het hok gras eten.

3p **2** Op hoeveel m^2 kan het konijn gras eten? Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op één decimaal.

De voor- en de achterkant van het konijnenhok hebben de vorm van een gelijkbenige driehoek.
AB = 76 cm. Hoek A = hoek B = 40°.

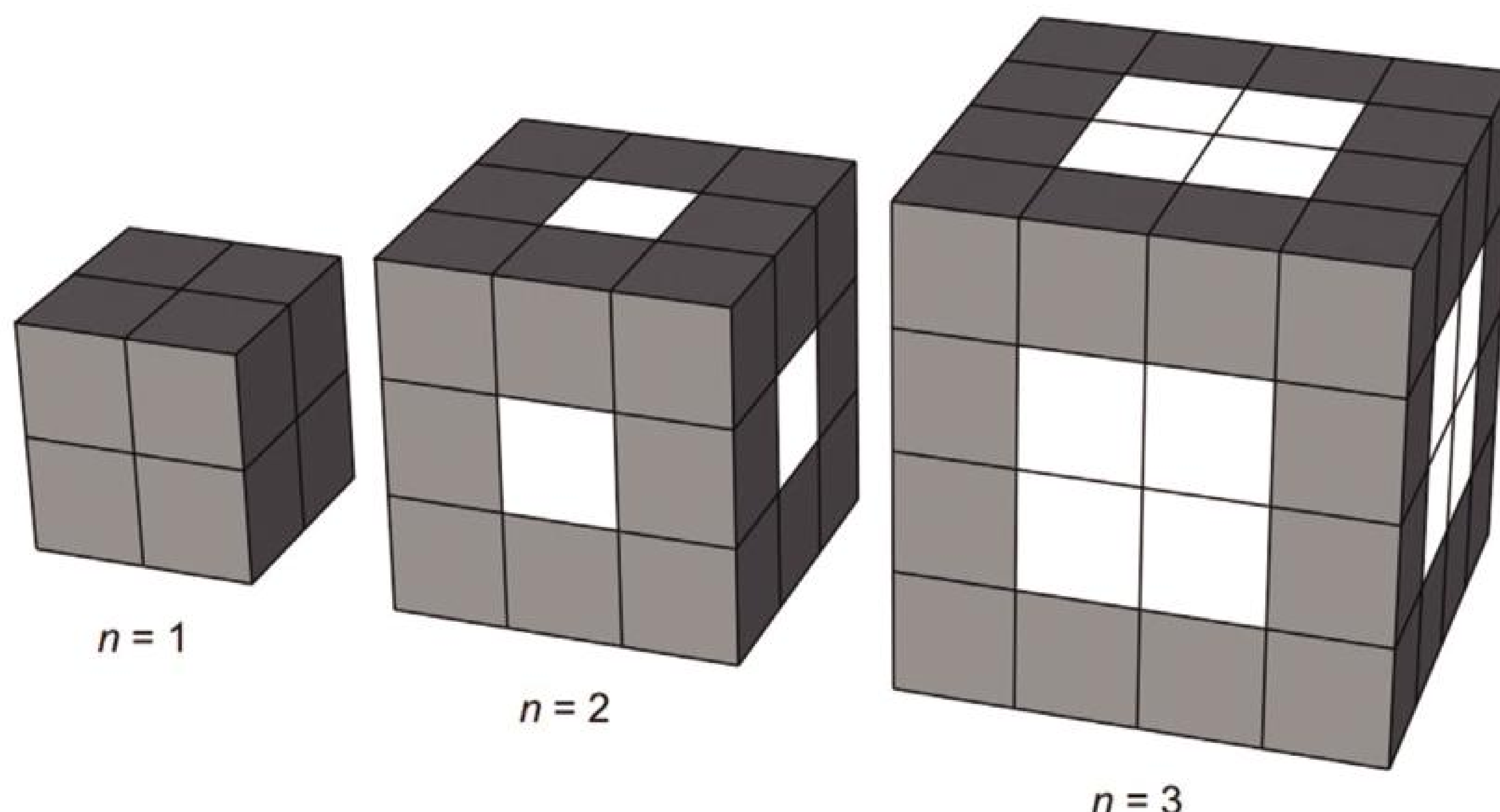




4p **3** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm AC is. Schrijf je berekening op.

Kubus

Elke kubus van een reeks bestaat uit witte en grijze kubusjes. De kubusjes op de randen en hoekpunten zijn grijs. De rest van elke kubus is gevuld met witte kubusjes. Nummer 1, 2 en 3 van de reeks zijn hieronder getekend.



2p **4** [▸ WERKBOEK] Nummer 14 van de reeks is getekend in het werkboek.
Hoeveel van deze kubusjes zijn grijs? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

2p **5** [▸ WERKBOEK] In je werkboek staat in een tabel het aantal witte en grijze kubusjes van nummer 1, 2 en 3 van de reeks. In de tabel is ook aangegeven dat nummer 4 uit 81 witte kubusjes bestaat.
Vul de ontbrekende waarden in voor nummer 4.

Tussen het aantal witte kubusjes a en het nummer n uit de reeks bestaat het volgende verband.
$\boldsymbol{a = n^3 + 3n^2 - 9n + 5}$

3p **6** Bereken wat het nummer van de grootste kubus uit de reeks is, die je kunt maken met 1000 witte kubusjes.
Schijf je berekening op.

3p **7** Tussen het aantal grijze kubusjes en het nummer n uit de reeks bestaat een lineair verband.
Geef een formule die hoort bij dit verband.

Vulkaan

In 2010 kwam een vulkaan op IJsland tot uitbarsting. De vulkaan stootte heel veel as uit. De aswolk ging door de wind richting Amsterdam.



In je werkboek zie je een kaart waarop de vulkaan en Amsterdam aangegeven zijn met een punt.

1p **8** [▸ WERKBOEK] Hoeveel graden is de koershoek van de vulkaan richting Amsterdam?

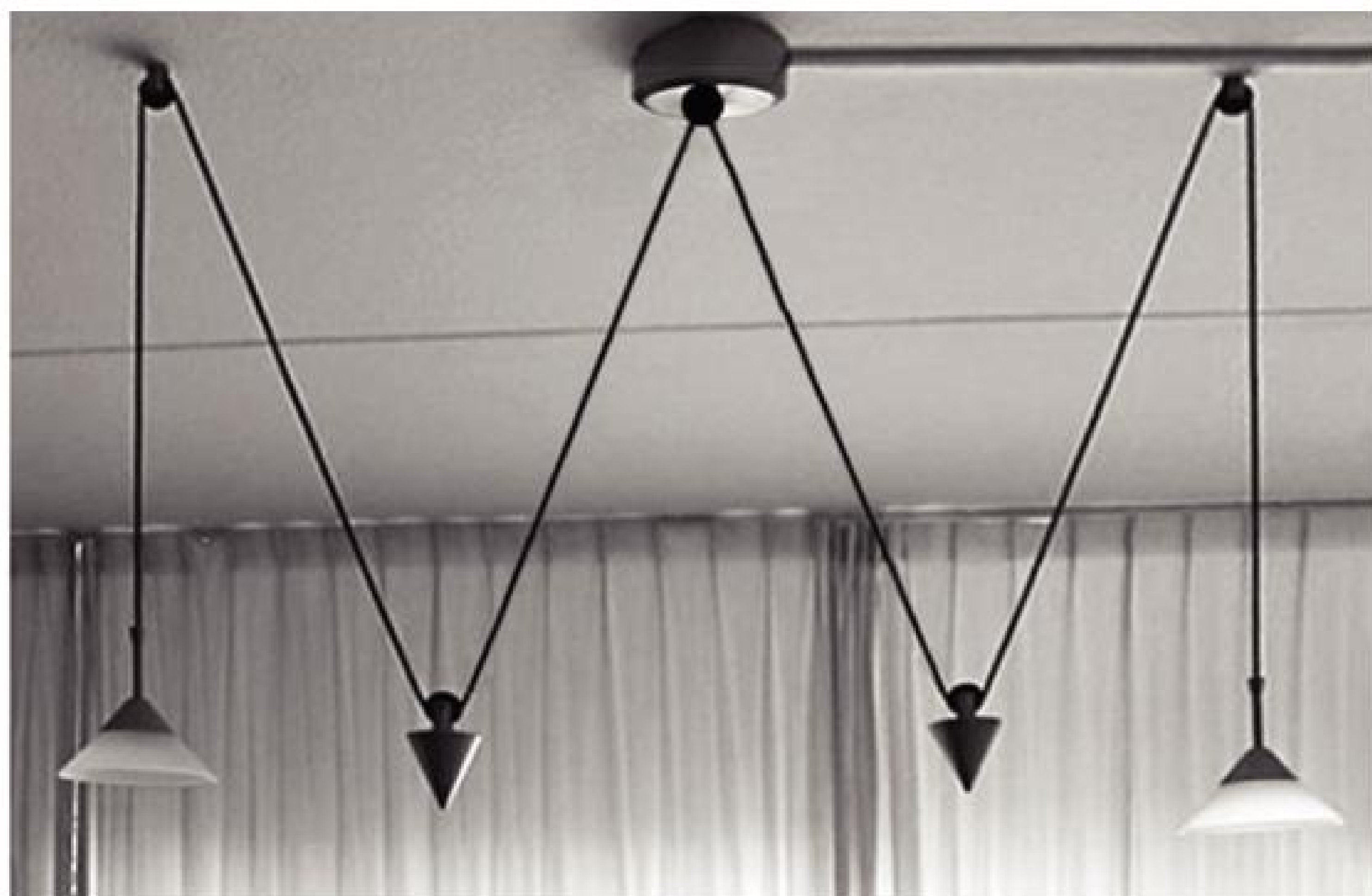
4p **9** [▸ WERKBOEK] De aswolk ging met een gemiddelde snelheid van 65 kilometer per uur richting Amsterdam.
Bereken hoeveel uur het duurde voordat de aswolk bij Amsterdam was. Schrijf je berekening op.

3p **10** Door de aswolk was er in een groot deel van Europa 8 dagen een vliegverbod. De luchtvaartmaatschappijen hadden samen een verlies aan inkomsten van 1,26 miljard euro. Door niet te vliegen was er wel een besparing op brandstof van 100 miljoen euro per dag.
Hoeveel euro heeft het vliegverbod de luchtvaartmaatschappijen gekost? Schrijf je berekening op en geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

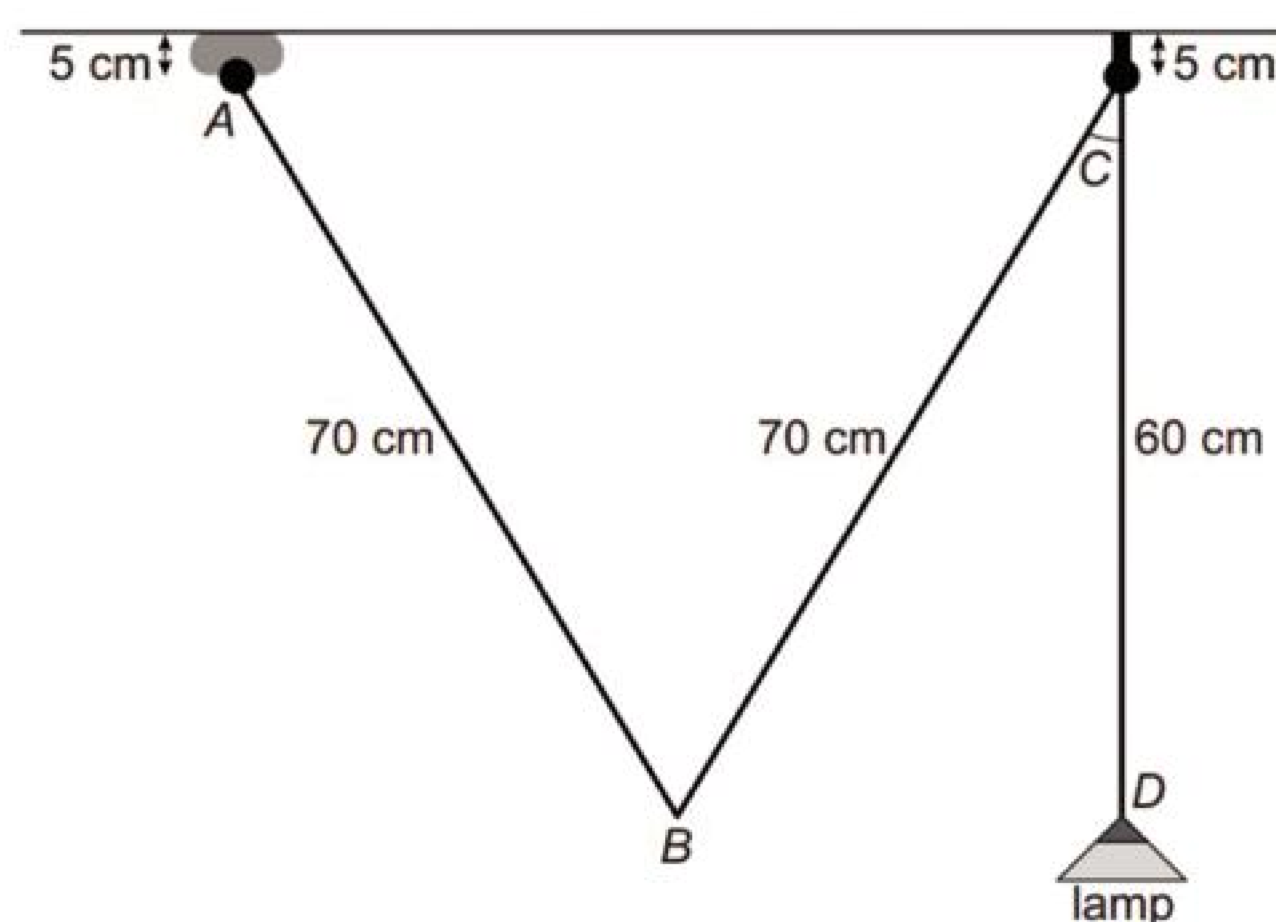
4p **11** Uit de vulkaan kwam gedurende 8 dagen ook een grote lavastroom met een hoeveelheid van 290 m^3 lava per seconde. IJsland heeft een oppervlakte van 100 000 km^2.
Bereken hoeveel mm de laag met lava zou zijn als de totale hoeveelheid lava heel IJsland gelijkmatig zou bedekken. Schrijf je berekening op.

Hanglamp

Je ziet een foto van een hanglamp. Deze lamp is in hoogte te verstellen.



Hiernaast zie je een tekening van het rechtergedeelte van de lamp. Het snoer in dit gedeelte heeft een lengte van 200 cm en loopt vanaf *A* via *B* en *C* naar *D*.

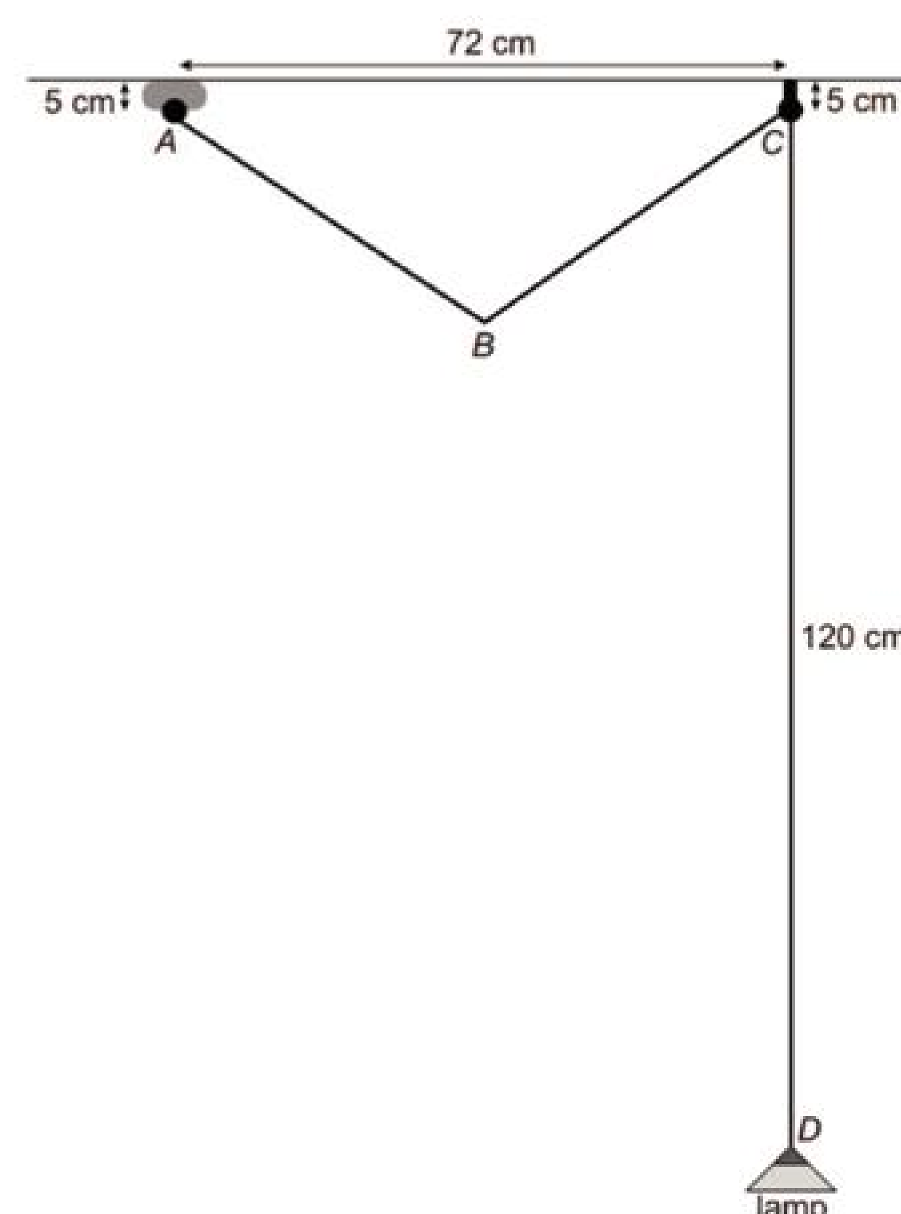


In deze tekening zit *A* op dezelfde hoogte als *C* en zit *B* op dezelfde hoogte als *D*. *D* ligt recht onder *C*.

4p **12** Laat met een berekening zien, zonder te meten, dat de afstand *AC* afgerond 72 cm is.

3p **13** Bereken hoeveel graden de aangegeven hoek *C* is. Schrijf je berekening op.

De lamp wordt lager gehangen, de lengte van het snoer blijft gelijk. Nu is de afstand *CD* 120 cm. De afstand *AC* is 72 cm. *AB* is gelijk aan *BC*.



5p **14** Bereken in deze situatie, zonder te meten, hoeveel cm de afstand tussen *B* en het plafond is. Schrijf je berekening op.

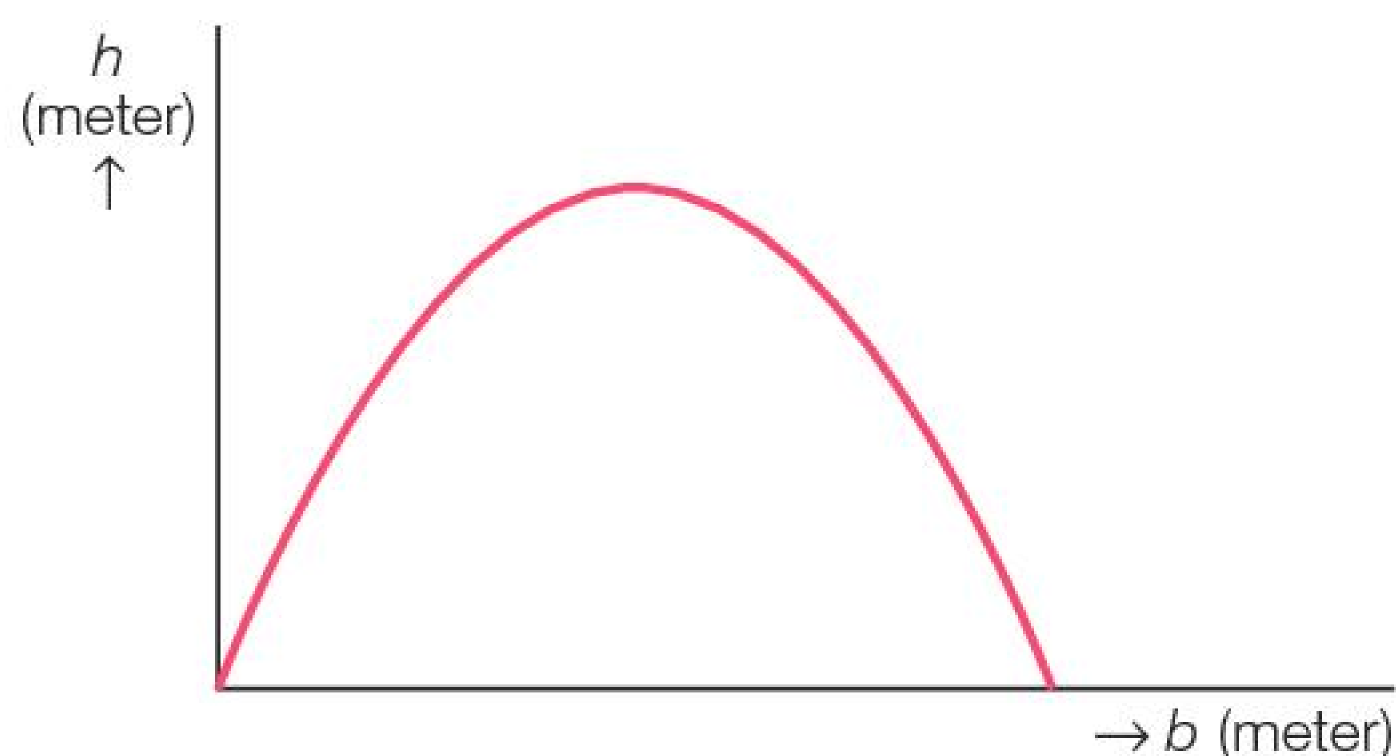
Trekkershut

Op de foto zie je een trekkershut voor vier personen op een camping.



De rand van de voorkant van de trekkershut heeft de vorm van een parabool. Onder de foto zie je een assenstelsel met daarin deze parabool getekend.

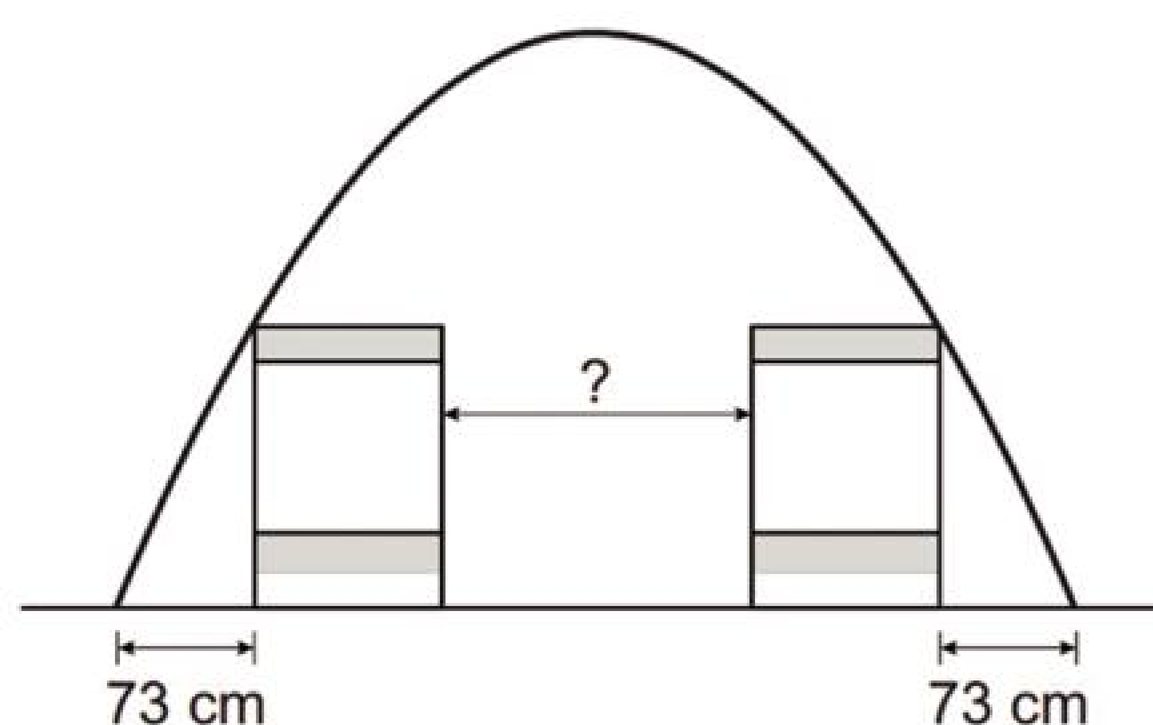
De formule die bij deze parabool hoort is $h = -0{,}48b^2 + 2{,}4b$.
Hierin is h de hoogte in meters en b de breedte in meters.



2p **15** Laat met een berekening zien dat volgens de formule de breedte van de trekkershut 5 meter is. Schrijf je berekening op.

2p **16** Bereken hoeveel meter de hoogte van de trekkershut volgens de formule is. Schrijf je berekening op.

2p **17** In zo'n trekkershut worden twee stapelbedden geplaatst. De stapelbedden hebben elk een breedte van 1 meter. Tussen de zijkant van de trekkershut en elk stapelbed zit 73 cm, zie de tekening.
Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de ruimte tussen de twee stapelbedden is. Schrijf je berekening op.



2p **18** Op de foto zie je naast een trekkershut voor twee personen ook een verkleind hutje waarin de hond kan slapen. De afmetingen van het hondenhutje zijn 3 keer zo klein als de afmetingen van de trekkershut. De vloeroppervlakte van de trekkershut is 15 m^2.
Bereken hoeveel m^2 de vloeroppervlakte van het hondenhutje is. Schrijf je berekening op en rond je antwoord af op twee decimalen.

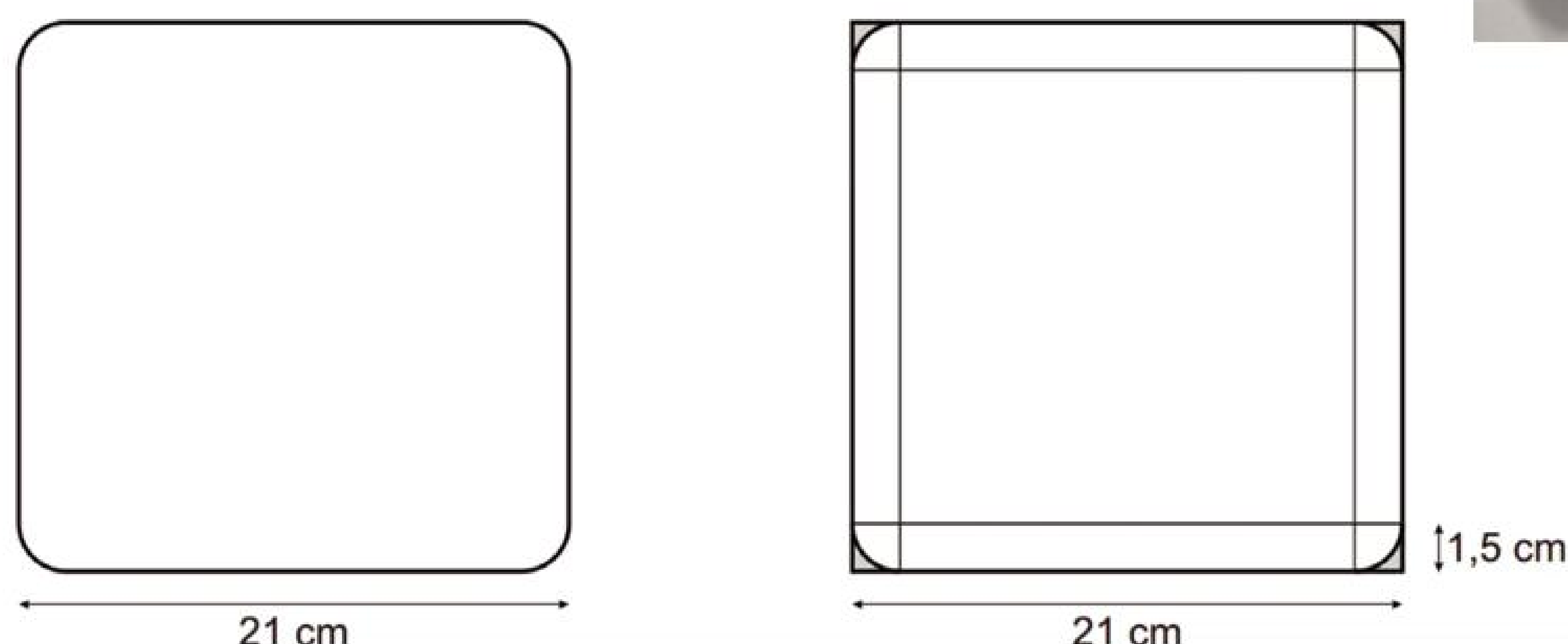


Suikerbus

Op de foto zie je een suikerbus waarin zakjes suiker worden bewaard.



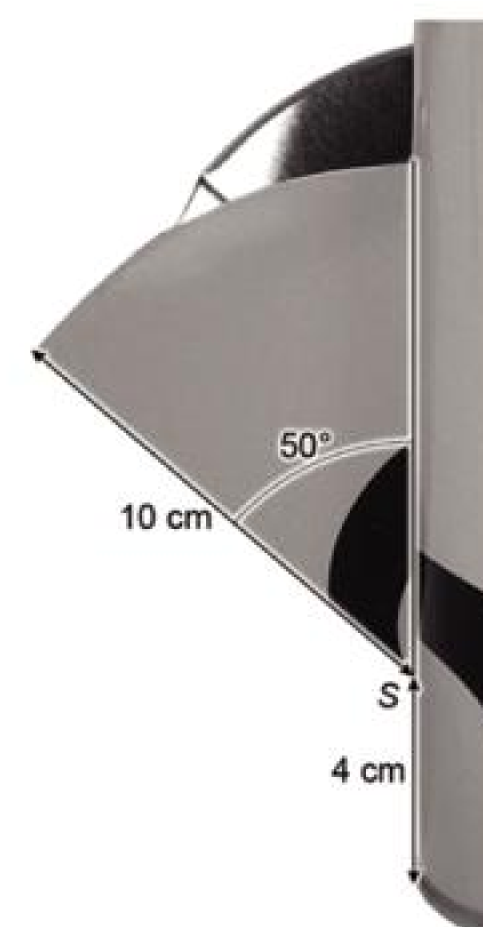
Het grondvlak van de suikerbus is een vierkant met afgeronde hoeken. De zijden van het vierkant zijn 21 cm. De afgeronde hoeken hebben de vorm van een kwartcirkel met een straal van 1,5 cm.



4p **19** Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van het grondvlak van de suikerbus is. Schrijf je berekening op.

Aan de voorkant van de suikerbus zit een klep die opengeklapt kan worden om de zakjes suiker eruit te pakken.





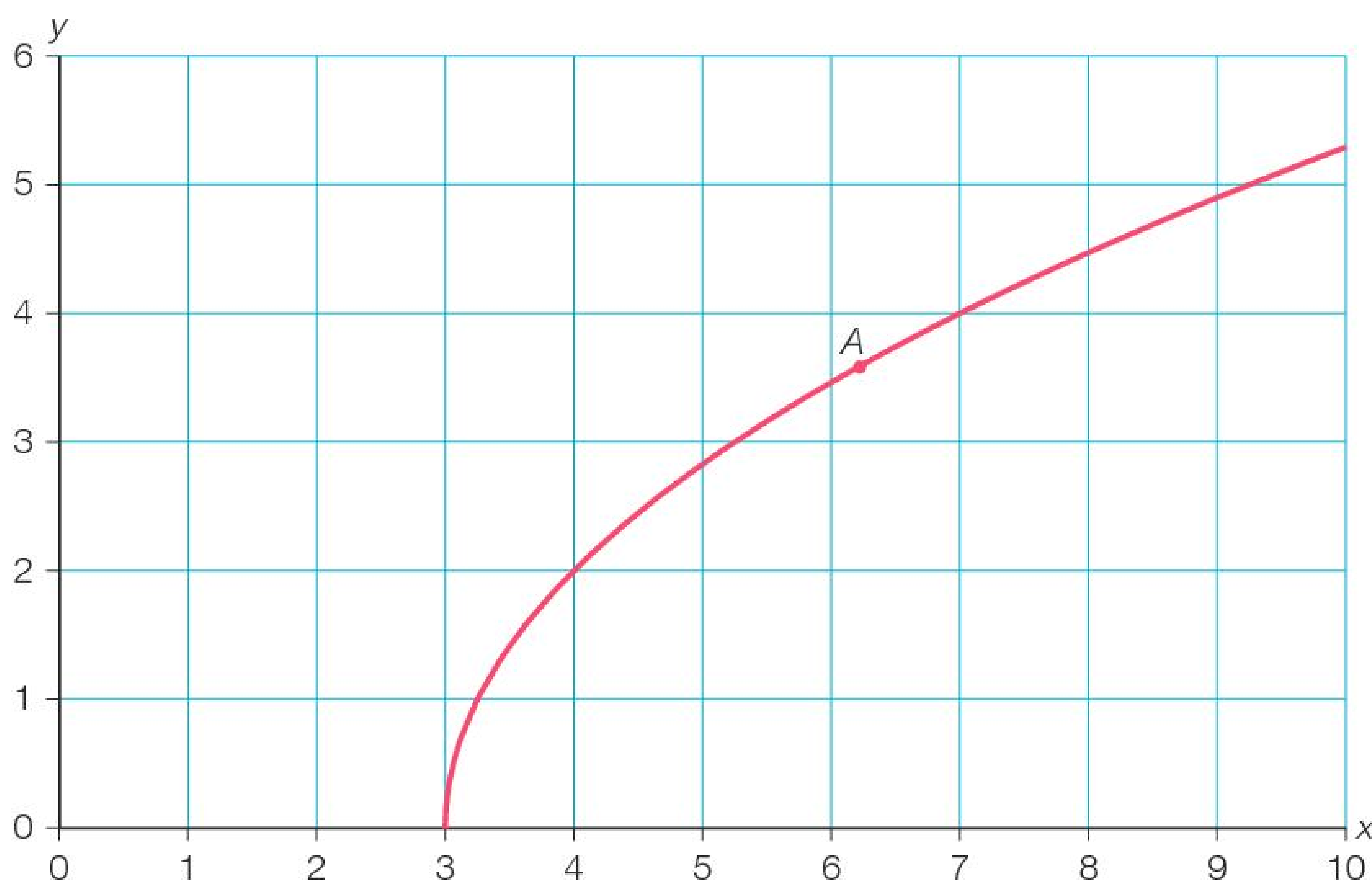
Als de klep helemaal openstaat, is de hoek tussen de klep en de suikerbus 50°. De twee zijkanten van de klep zijn een deel van een cirkel met een straal van 10 cm. De klep begint bij punt *S* op 4 cm hoogte. De hele suikerbus is 24 cm hoog.

3p **20** [▶ WERKBOEK] In je werkboek is het zijaanzicht van de suikerbus zonder de klep op schaal getekend.
Teken het zijaanzicht van de klep erbij.

3p **21** Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van één zijkant van de klep is. Schrijf je berekening op.

Wortelverband

In het assenstelsel is de grafiek van de formule $y = 2 \times \sqrt{(x-3)}$ getekend.



1p **22** De grafiek gaat door het punt *A*(6,2; 3,6).
De *y*-coördinaat van punt *A* is afgerond op één decimaal.
Geef de *y*-coördinaat van punt *A* afgerond op twee decimalen.

2p **23** De grafiek gaat door het punt (*x*, 8).
Geef de *x*-coördinaat van dit punt. Schrijf je berekening op.

3p **24** Lucy beweert dat je niet alle getallen voor *x* kunt invullen.
Heeft Lucy gelijk? Leg je antwoord uit.

4p **25** [WERKBOEK] De gegeven formule $y = 2 \times \sqrt{(x-3)}$ verandert in de nieuwe formule $y = 2 \times \sqrt{(x-2)}$.
Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek die bij de nieuwe formule hoort. Vul eerst de tabel in.

Examen KB 2018

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal^2
inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud bol = $\frac{4}{3}$ × π × straal^3

Brood bakken

Om een rozijnenbrood te bakken, heeft Mannes 400 gram rozijnenbroodmix nodig.



3p **1** Voor 2,5 kg rozijnen-broodmix betaalt Mannes € 6,15.
Hoeveel kost 400 gram rozijnen-broodmix?
Schrijf je berekening op.

3p **2** Voor elke 100 gram rozijnen-broodmix moet Mannes 70 gram water toevoegen.
1 liter water weegt 1 kg.
Hoeveel deciliter water moet hij toevoegen aan 400 gram rozijnenbroodmix? Schrijf je berekening op.

3p **3** Mannes moet ook rozijnen toevoegen. Volgens het recept moet dit 80-100% van het gewicht van de rozijnenbroodmix zijn.
Bereken hoeveel gram rozijnen Mannes minimaal aan de 400 gram rozijnen-broodmix moet toevoegen. Schrijf je berekening op.

2p **4** Mannes heeft het mengsel klaar. Hij wil dat het rozijnenbrood om 17.30 uur klaar is. Een rozijnenbrood moet 2 uur en 54 minuten in de broodbakmachine.
Hoe laat moet hij uiterlijk het mengsel in de broodbakmachine doen? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

Scholeksters in Nederland

In Nederland leven steeds minder scholeksters. In 1996 waren er 180 000 scholeksters.

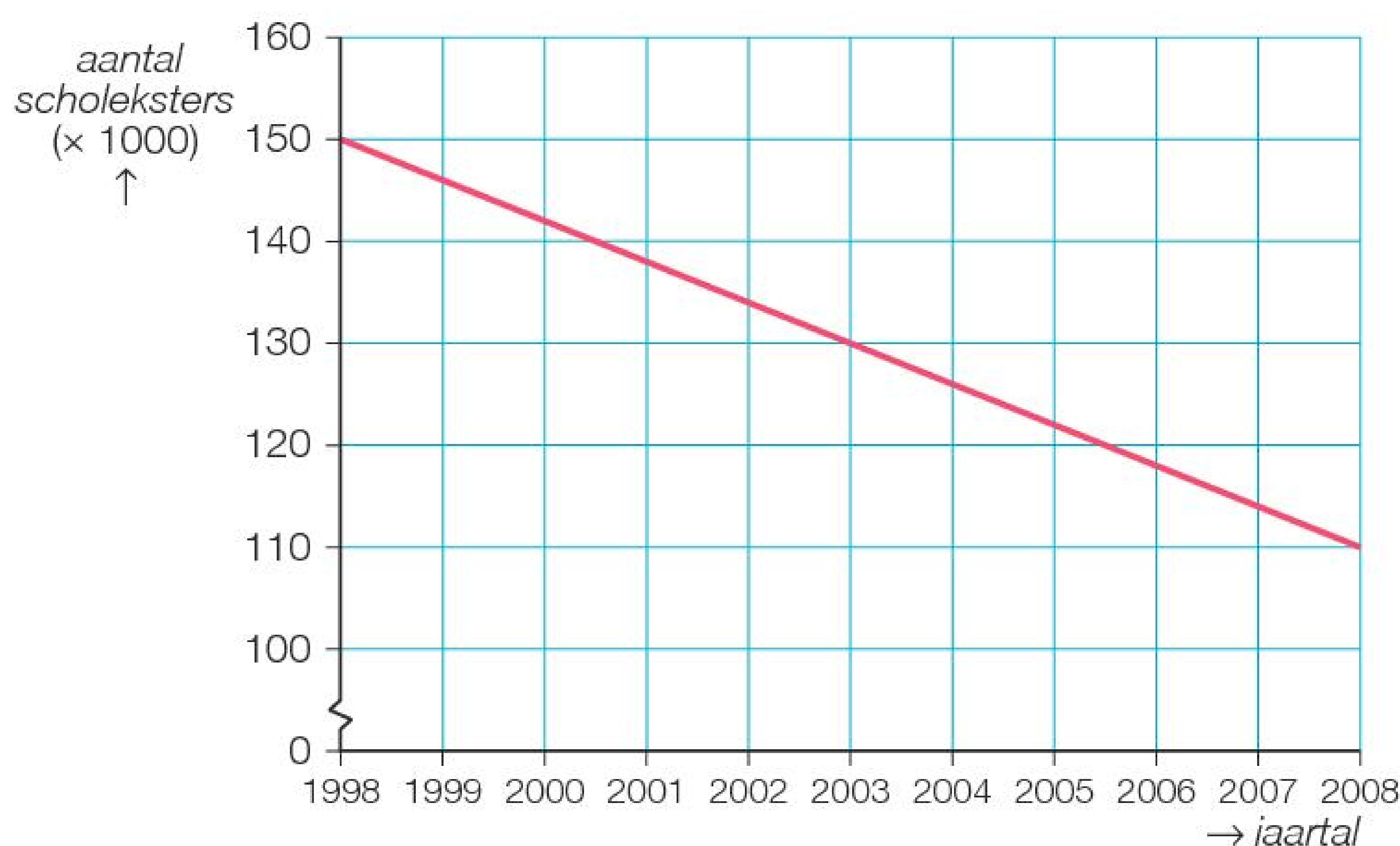


2p **5** Vóór 1996 nam het aantal scholeksters elk jaar met 17 500 af.
Bereken hoeveel scholeksters er in 1990 waren. Schrijf je berekening op.

Na 1996 daalde het aantal scholeksters minder snel. In 1996 waren er 180 000 scholeksters. In 1998 waren er 150 000 scholeksters.

3p **6** Ga ervan uit dat de daling lineair is en op deze manier doorgaat.
Bereken hoeveel scholeksters er dan in 2002 zouden zijn. Schrijf je berekening op.

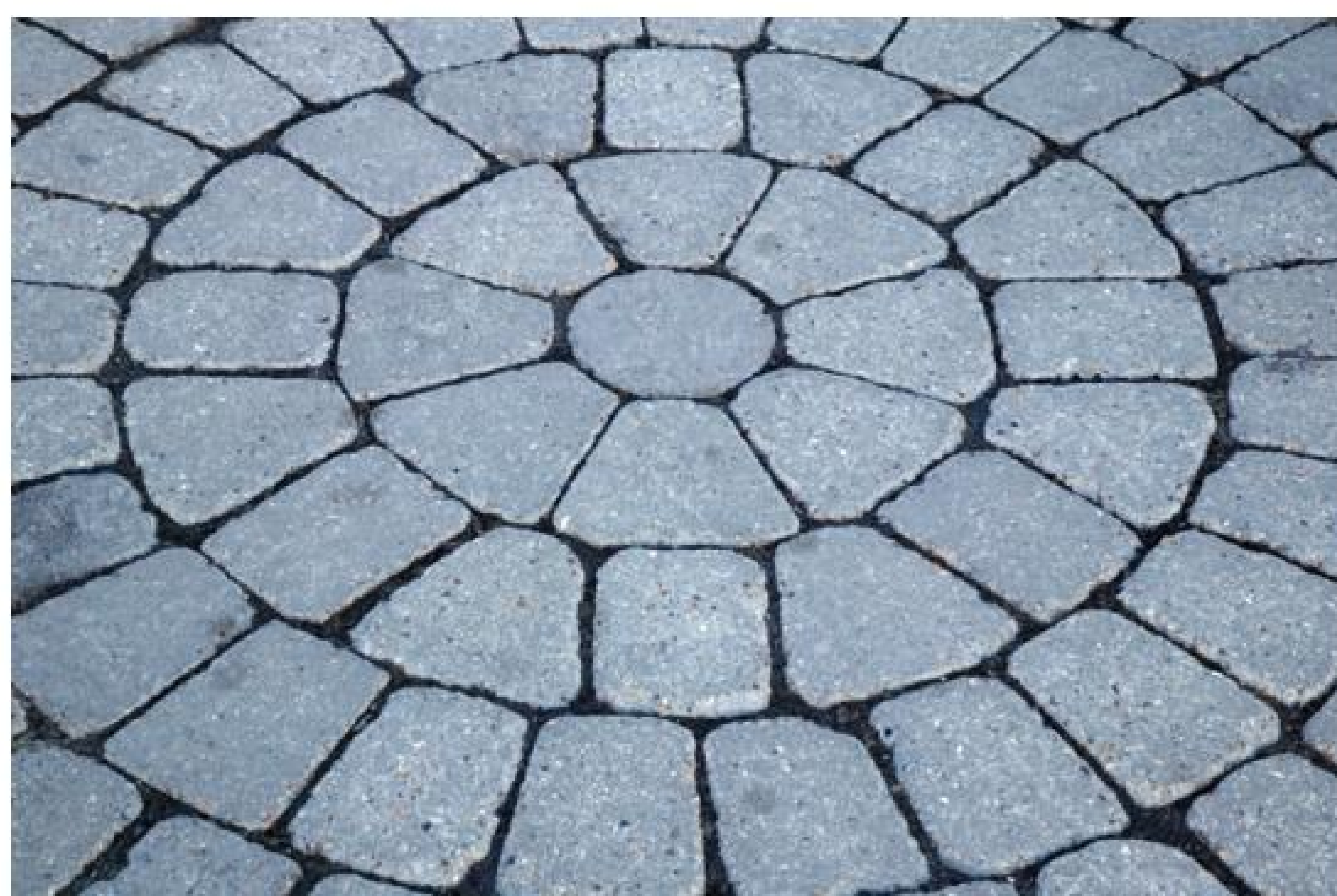
Het bleek echter dat vanaf 1998 het aantal scholeksters nog minder snel afnam. In 1998 waren er 150 000 scholeksters. In 2008 waren er nog 110 000 scholeksters. We gaan er weer van uit dat de daling lineair is. Je ziet de grafiek die hierbij hoort.

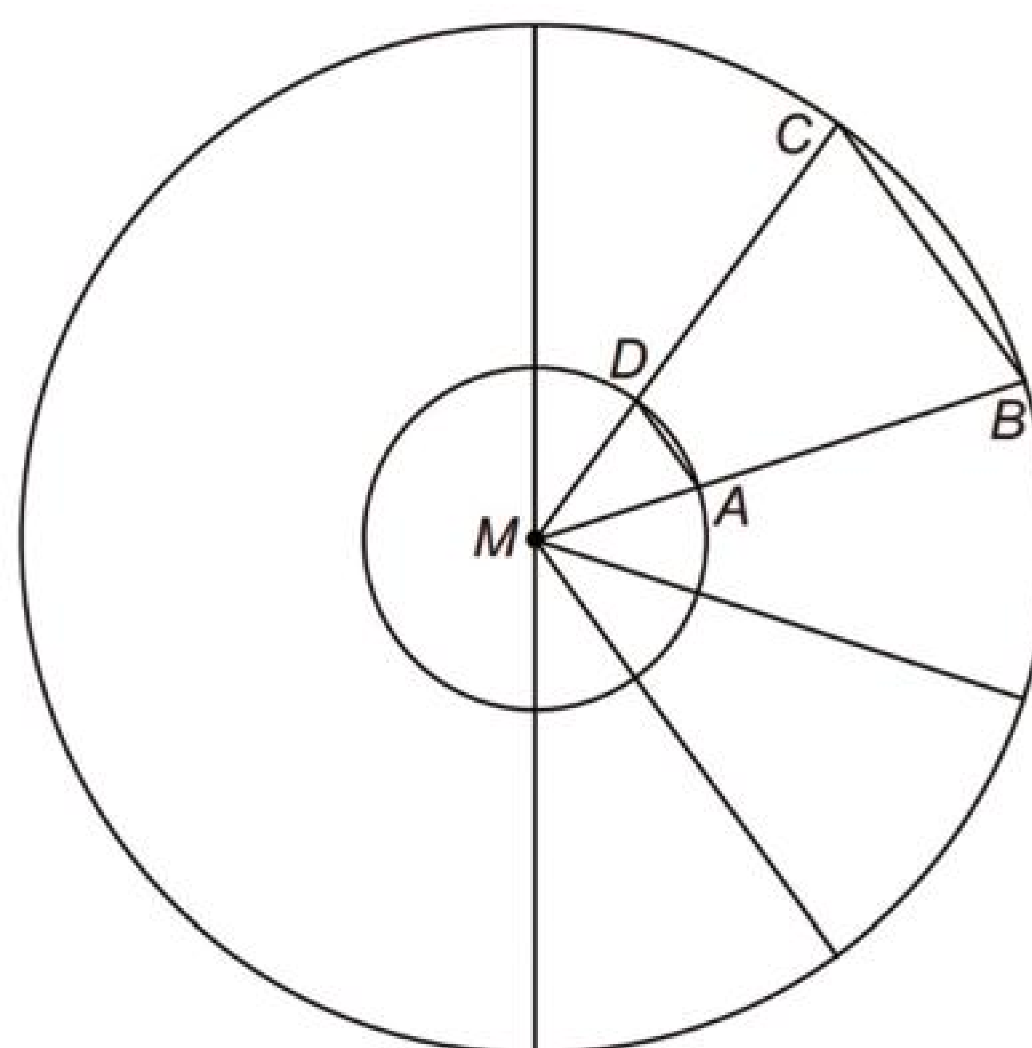


4p **7** Schrijf een formule op die bij de grafiek van 1998 tot 2008 hoort.
Neem a voor het aantal scholeksters in duizendtallen en t voor de tijd in jaren met $t = 0$ in 1998.

2p **8** In totaal waren er in 2012 nog 98 000 scholeksters in Nederland.
In 2012 leefde 65% van de scholeksters in het noorden van Nederland.
Bereken hoeveel scholeksters dit zijn. Schrijf je berekening op.

Sierbestrating





Stratenmaker Jack wil een cirkelvorm leggen van straatstenen zoals op de foto links. Hij wil alleen geen acht stenen om de kleine cirkel heen leggen, maar tien stenen. Jack gaat uit van twee cirkels met hetzelfde middelpunt *M*. De grote cirkel heeft een straal van 30 cm, de kleine cirkel heeft een straal van 10 cm.
Zie de schets hierboven.

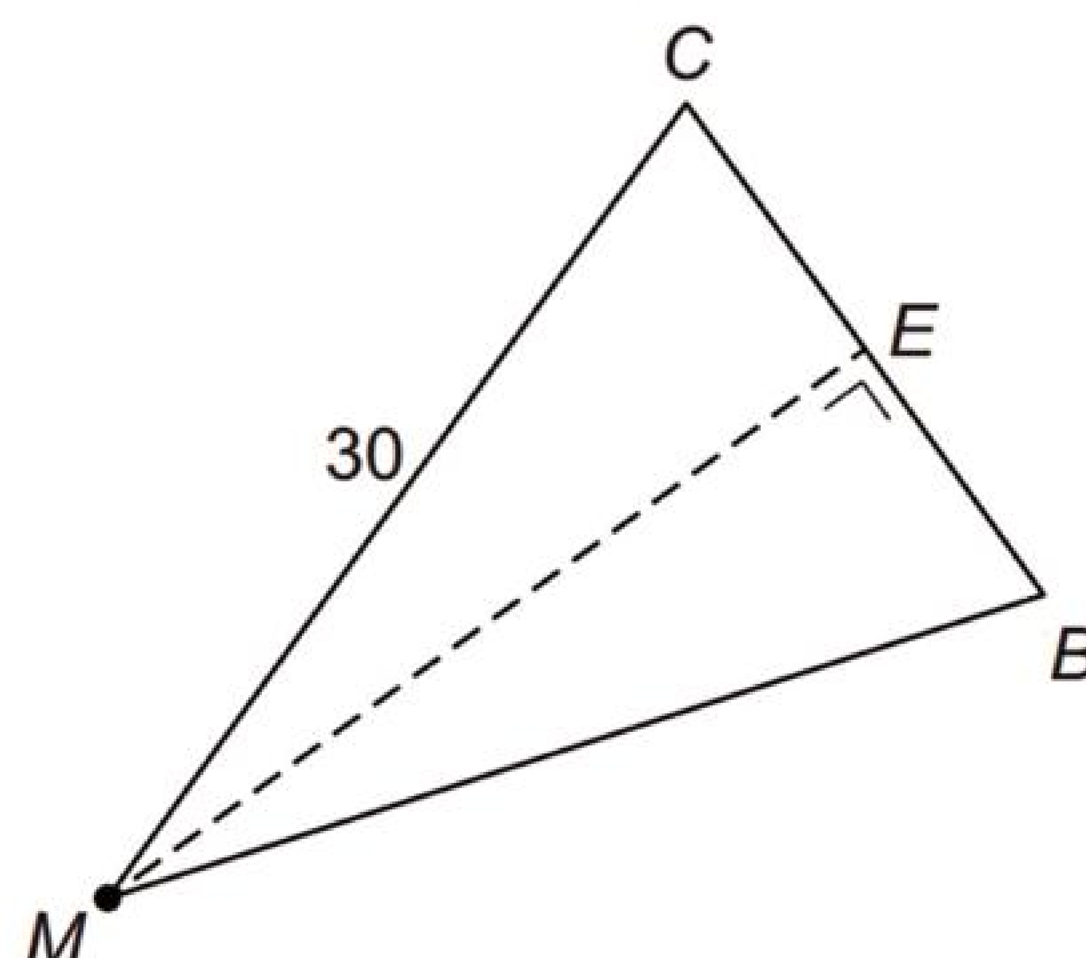
Jack verdeelt de grote cirkel in tien gelijke driehoeken. In de schets is driehoek *MBC* getekend.

1p **9** Laat met een berekening zien dat hoek *M* in driehoek *MBC* 36° is.

2p **10** Bereken hoeveel graden hoek *C* in driehoek *MBC* is. Schrijf je berekening op.

Als Jack weet hoeveel cm *BC* is, kan hij de stenen op maat maken.

5p **11** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm *BC* is. Schrijf je berekening op. Rond je antwoord af op één decimaal.



Zonnebloempitten

Zonnebloempitten zijn een belangrijke grondstof voor plantaardige olie.



De hoogte van de zonnebloem tijdens de eerste 50 dagen van de groei is te benaderen met de formule
$h = 2 \times 1{,}0932^t - 2$.
Hierin is h de hoogte in cm en t de tijd in dagen na het zaaien van de zonnebloempitten.

1p **12** Laat met een berekening zien dat de hoogte van de zonnebloem na 50 dagen afgerond 170 cm is.

5p **13** [▸ WERKBOEK] Teken de grafiek van de hoogte van de zonnebloem voor de eerste 50 dagen. Vul de tabel in. Maak zelf een goede verdeling bij de verticale as.

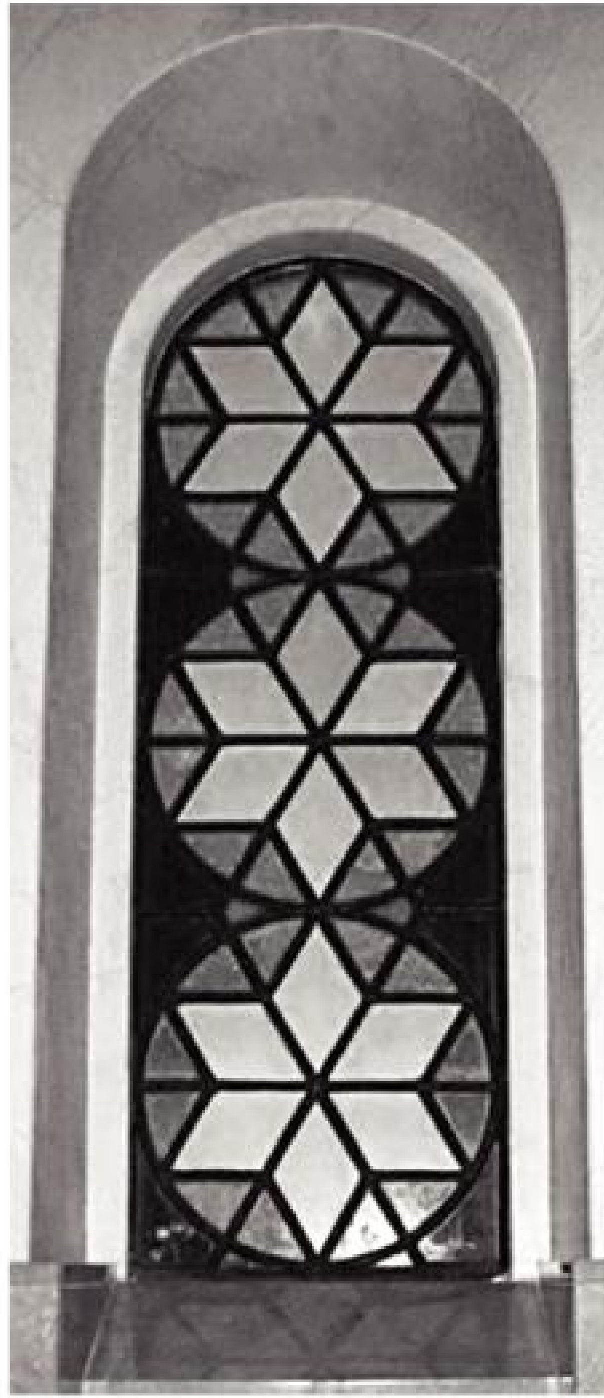
Na 50 dagen groeit de zonnebloem nog langzaam door volgens de formule $h = 170 + 10 \times \sqrt{(t - 50)}$.
Hierin is h de hoogte in cm en t de tijd in dagen na het zaaien van de zonnebloempitten.

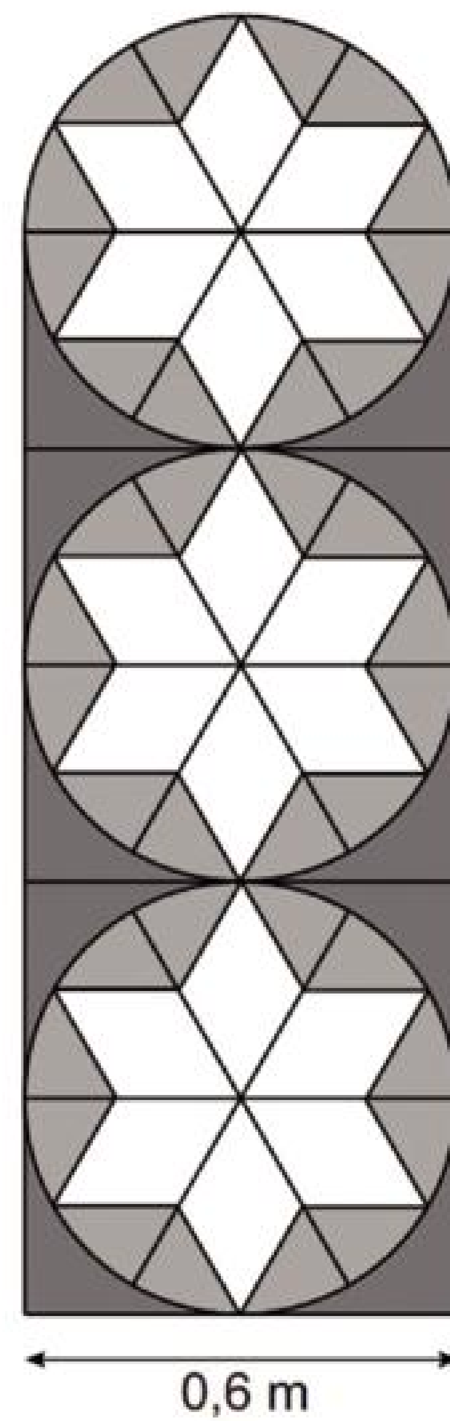
3p **14** Na 100 dagen is de zonnebloem ongeveer 240 cm hoog. De maximale hoogte van de zonnebloem is 250 cm.
Hoeveel dagen na het zaaien heeft de zonnebloem de maximale hoogte bereikt? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

2p **15** Om 1 hectare zonnebloemen te verbouwen, moet je 25 kg zonnebloempitten zaaien. De opbrengst is dan 2000 kg zonnebloempitten. Het gewicht van de opbrengst aan zonnebloempitten is dus veel groter dan het gewicht van de zonnebloempitten die je zaait.
Hoeveel keer zoveel? Schrijf je berekening op.

2p **16** Eén persoon gebruikt gemiddeld 17,5 liter zonnebloemolie per jaar. In de hele wereld leven ongeveer 7 miljard mensen. Voor 1 liter zonnebloemolie is 1,5 kg zonnebloempitten nodig.
Hoeveel miljard kg zonnebloempitten is er dan nodig per jaar? Schrijf je berekening op.

Glas in loodraam



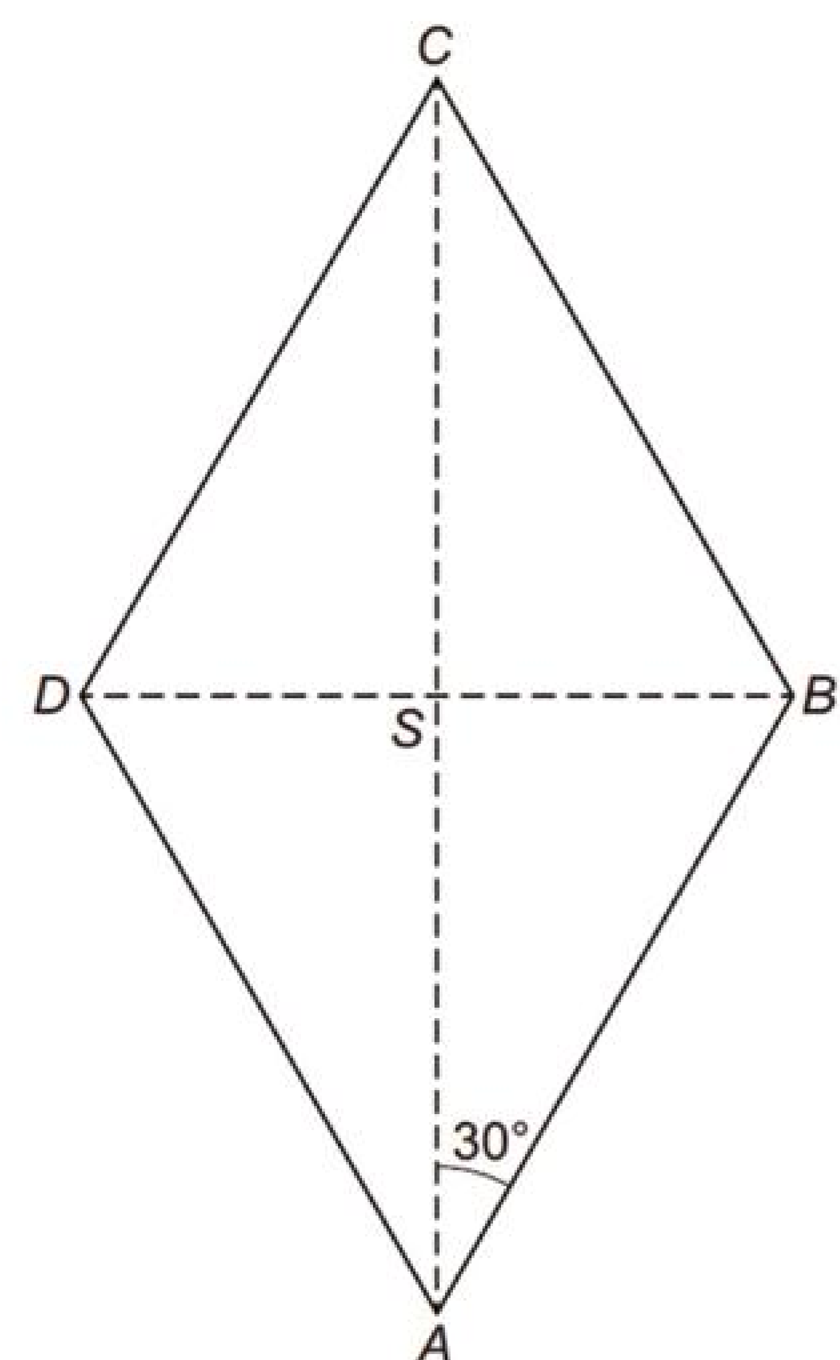


Op de foto staat een glas-in-lood-raam met daarin drie cirkels. In elke cirkel zit een ster. In de tekening rechts staat het ontwerp van het raam.
De breedte van het raam is 0,6 meter.

4p **17** Het raam bestaat uit een rechthoek en een halve cirkel.
Bereken hoeveel m^2 de totale oppervlakte van het raam is. Schrijf je berekening op. Geef je antwoord in twee decimalen nauwkeurig.

3p **18** [▶ WERKBOEK] In je werkboek staat één van de cirkels van het raam. De cirkel is draaisymmetrisch over 60°.
Teken de ster in de cirkel af.

Eén ster bestaat uit 6 gelijke ruiten. Je ziet een tekening van zo'n ruit. $AC = 30$ cm en hoek A in driehoek ABS is 30°.

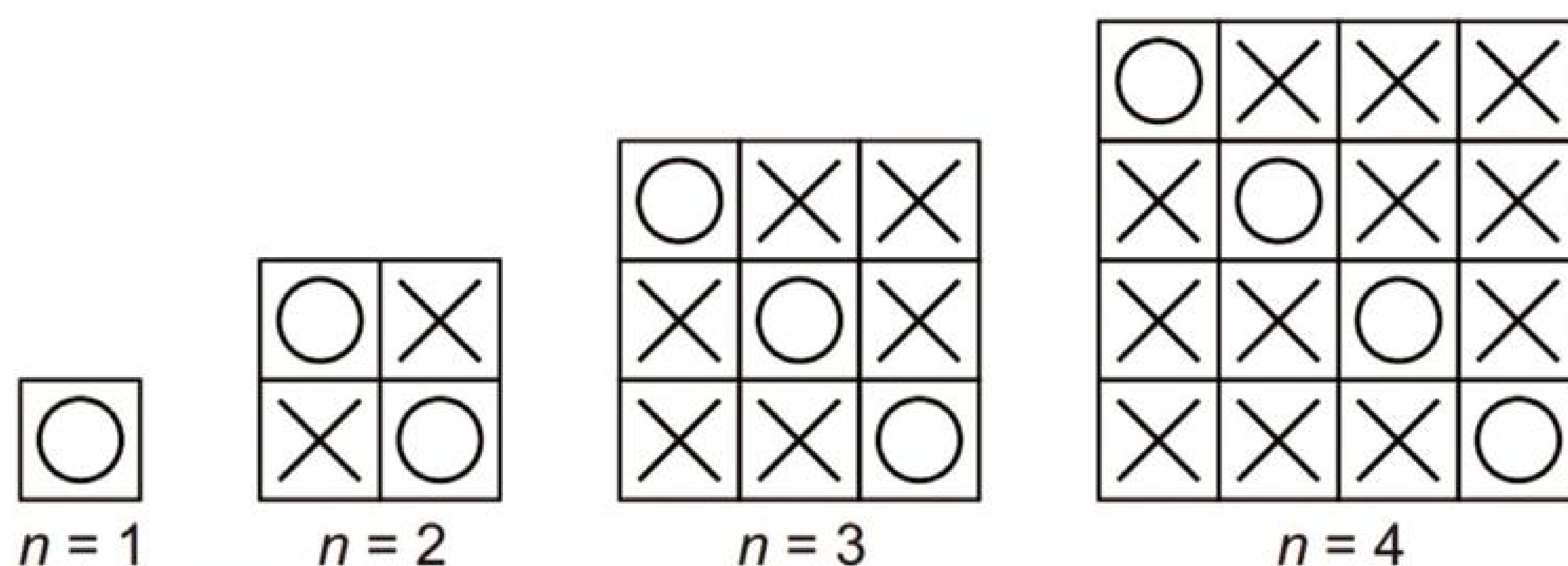


5p **19** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm DB is. Schrijf je berekening op.

3p **20** Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van een ster is.
Schrijf je berekening op.
Als je geen antwoord hebt gevonden bij vraag 19, neem dan voor DB 19 cm.

Kruisjes en cirkels

Je ziet de eerste vierkanten van een reeks figuren. De vierkanten zijn gevuld met kruisjes en cirkels.



1p **21** Teken de figuur die hoort bij figuurnummer $n = 5$.

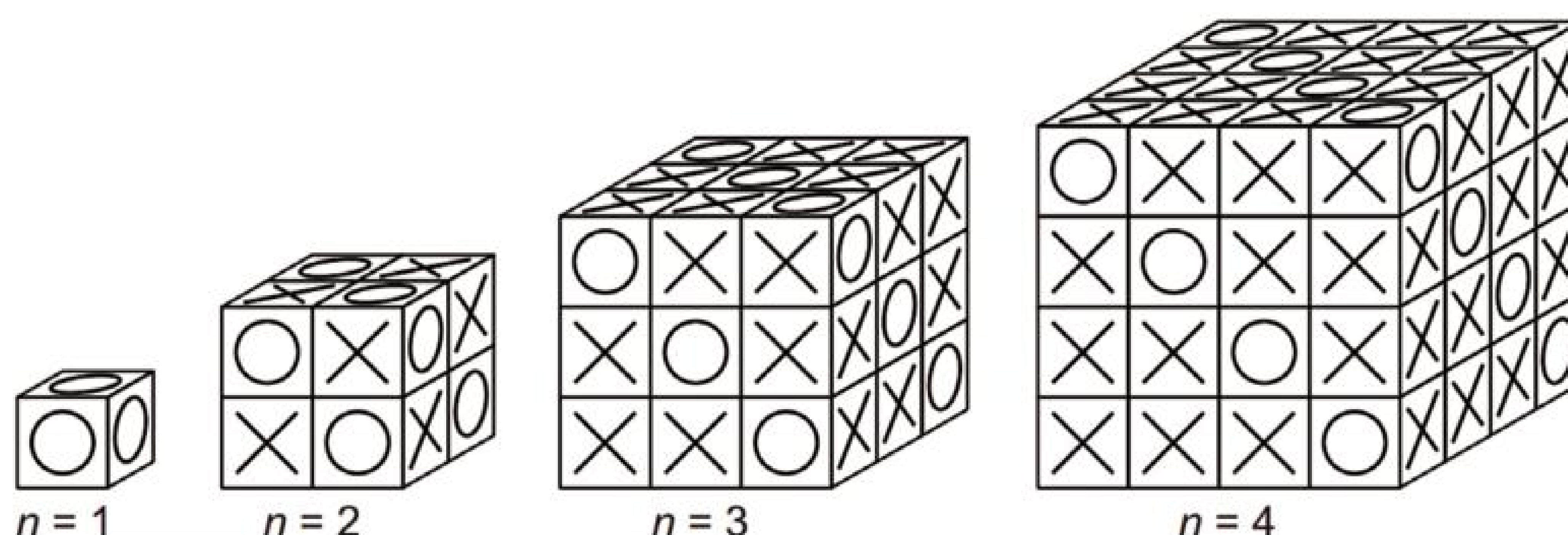
In de tabel staat het aantal kruisjes en het aantal cirkels bij elk figuurnummer. Deze tabel staat in je werkboek.

figuurnummer (n)	1	2	3	4
aantal cirkels	1	2	3	4
aantal kruisjes	0	2	6	12

3p **22** [WERKBOEK] Hoeveel kruisjes heeft figuurnummer 8? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

2p **23** Bij welk figuurnummer zijn er 10 keer zoveel kruisjes als cirkels in het vierkant?

Je ziet de eerste kubussen van een reeks. De zijvlakken van de kubussen zijn op dezelfde manier gevuld met kruisjes en cirkels als de vierkanten uit de vorige vragen.



Er is een verband tussen het aantal kruisjes op de kubus en het figuurnummer n. De formule die bij dit verband hoort, is ***aantal kruisjes*** $= 6n^2 - 6n$.

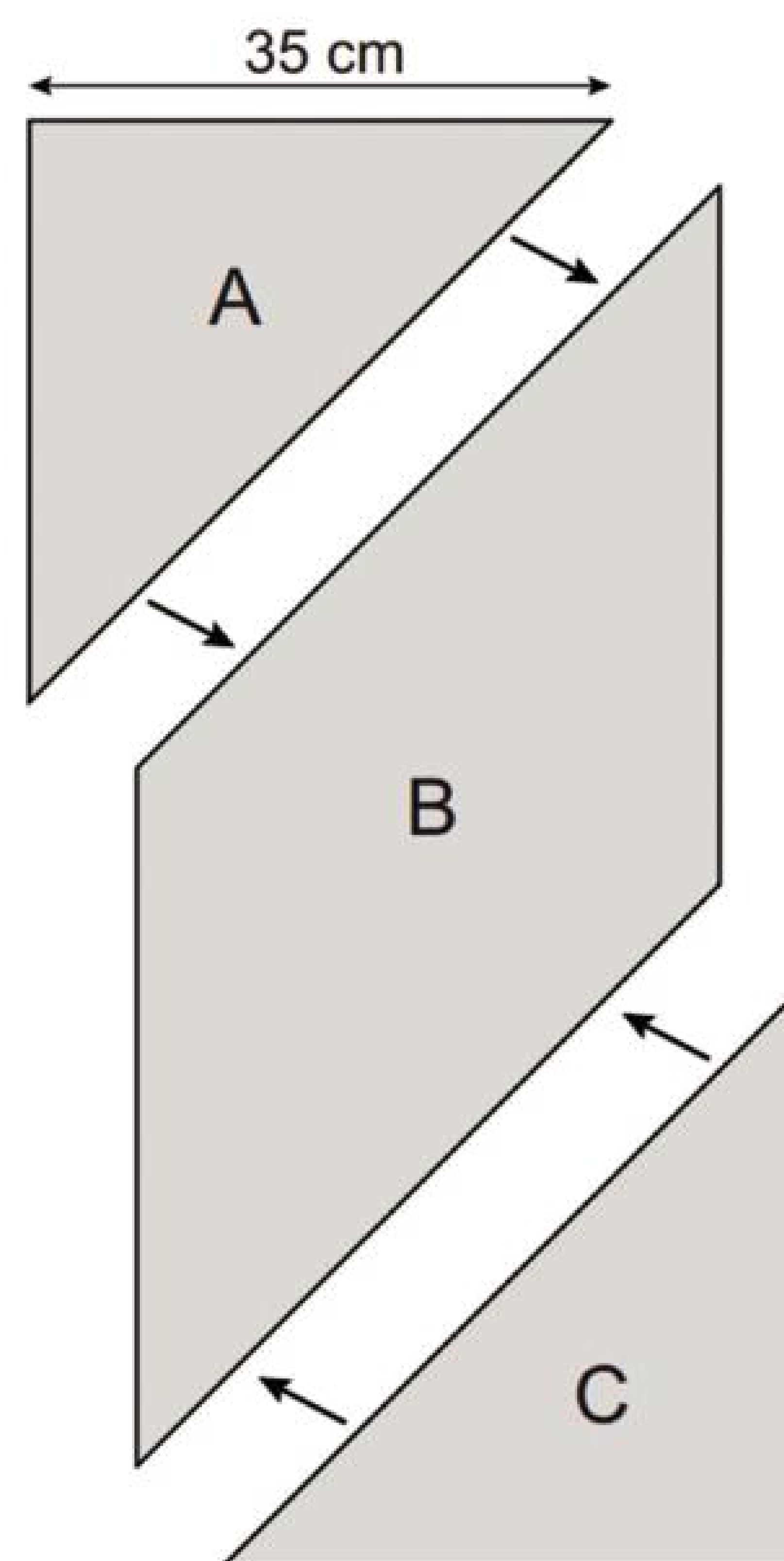
4p **24** Op een kubus zitten 1632 kruisjes.
Bereken hoeveel cirkels er op deze kubus zitten. Schrijf je berekening op.

Bijzettafel

Op de foto zie je een bijzettafel waarvan het tafelblad de vorm heeft van een rechthoekige gelijkbenige driehoek. De schuine zijde is 50 cm.



3p **25** Teken het bovenaanzicht van de bijzettafel op schaal 1 : 10.



Deze driehoekige tafel (A) is onderdeel van een set van drie tafels, zie de tekening. De tafels A en C zijn hetzelfde. Het tafelblad van tafel B heeft de vorm van een parallellogram.

Als je de drie tafels tegen elkaar aanzet, krijg je een rechthoekige tafel.
De oppervlakte van deze rechthoekige tafel is 2750 cm^2 en de breedte is 35 cm.

3p **26** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm^2 de oppervlakte van het tafelblad van tafel B is. Schrijf je berekening op.

Examen KB 2019

omtrek cirkel = π × diameter
oppervlakte cirkel = π × straal²
inhoud prisma = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud cilinder = oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud piramide = $\frac{1}{3}$ × oppervlakte grondvlak × hoogte
inhoud bol = $\frac{4}{3}$ × π × straal³

Treinreis naar Kopenhagen

Een groep van 10 leerlingen en 2 docenten gaat met de trein van Amsterdam naar Kopenhagen.



2p **1** Ze gaan met de nachttrein vanuit Amsterdam. De trein vertrekt om 19.01 uur. De treinreis duurt 15 uur en 6 minuten.
Hoe laat komt de trein de volgende dag aan in Kopenhagen?

3p **2** De enkele treinreis van Amsterdam naar Kopenhagen kost € 59 per persoon. In de nachttrein zijn wagons met slaapruimtes, waarvoor je extra moet betalen. De leerlingen slapen in een couchette 6 en een couchette 4. De docenten slapen in een sleeper 2. In de tabel staan de extra kosten. Voor de hele groep moet eenmalig € 37 reserveringskosten betaald worden.

Extra voorziening		Prijs per persoon
couchette 6	6-beddencompartiment	€ 27,50
couchette 4	4-beddencompartiment	€ 37,50
sleeper 3	3-beddencompartiment	€ 50,00
sleeper 2	2-beddencompartiment	€ 70,00
sleeper 1	1-bedcompartiment	€ 110,00

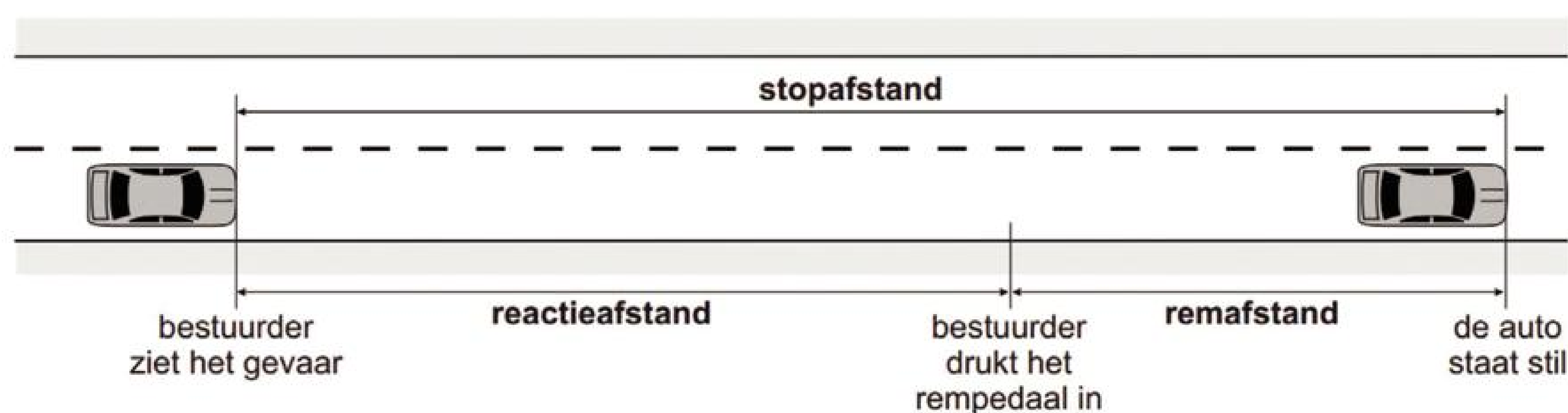
Bereken hoeveel euro de totale kosten van de hele groep zijn voor de enkele treinreis van Amsterdam naar Kopenhagen. Schrijf je berekening op.

3p **3** De trein terug vertrekt om 18.10 uur uit Kopenhagen en komt de volgende dag om 09.59 uur aan in Amsterdam.
Hoeveel minuten duurt de treinreis terug langer of korter dan de heenreis? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

2p **4** Kopenhagen ligt in Denemarken en daar wordt betaald met Deense kronen. 1 euro is 7,4352 Deense kronen. De terugreis kost in totaal 9426,70 Deense kronen.
Bereken hoeveel euro dit is. Schrijf je berekening op.

Stopafstand

De stopafstand is de totale afstand die een auto aflegt vanaf het moment dat de bestuurder het gevaar ziet totdat de auto stilstaat.



In de tekening zie je dat **stopafstand = reactieafstand + remafstand**.
De afstanden hebben met meerdere factoren te maken, in deze opgave gaan we van gemiddeldes uit. In de tabel staan een paar afstanden gegeven.

snelheid (km/uur)	stopafstand (m)	reactieafstand (m)
40	21,4	11,1
80	63,4	22,2
120	125,9	33,3

1p **5** Laat met een berekening zien dat bij een snelheid van 40 km/uur de remafstand 10,3 meter is.

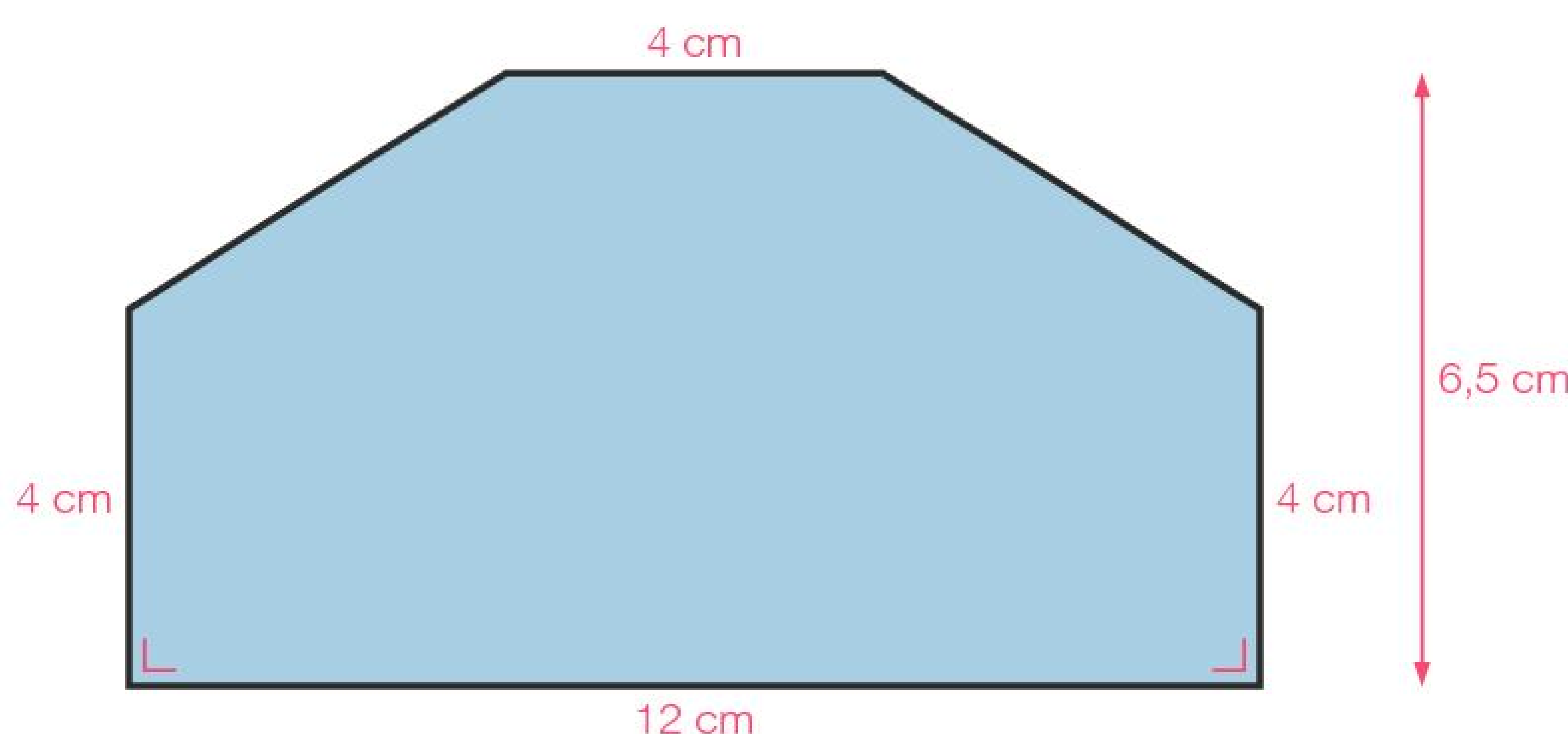
3p **6** Sam denkt dat als de snelheid verdubbelt, ook de remafstand verdubbelt.
Laat met een berekening zien of Sam gelijk heeft.

3p **7** [▸ WERKBOEK] In je werkboek is de grafiek getekend van de stopafstand en de reactieafstand.
Teken de grafiek van de remafstand van 0 tot en met 120 km/uur.
Je mag de tabel gebruiken.

Drinkpakje



Op de foto staan verschillende drinkpakjes in de vorm van een prisma. Hieronder is het voorvlak getekend met de maten in cm. Het voorvlak is symmetrisch. De hoogte van het voorvlak is 6,5 cm. In je werkboek staat het voorvlak op ware grootte.



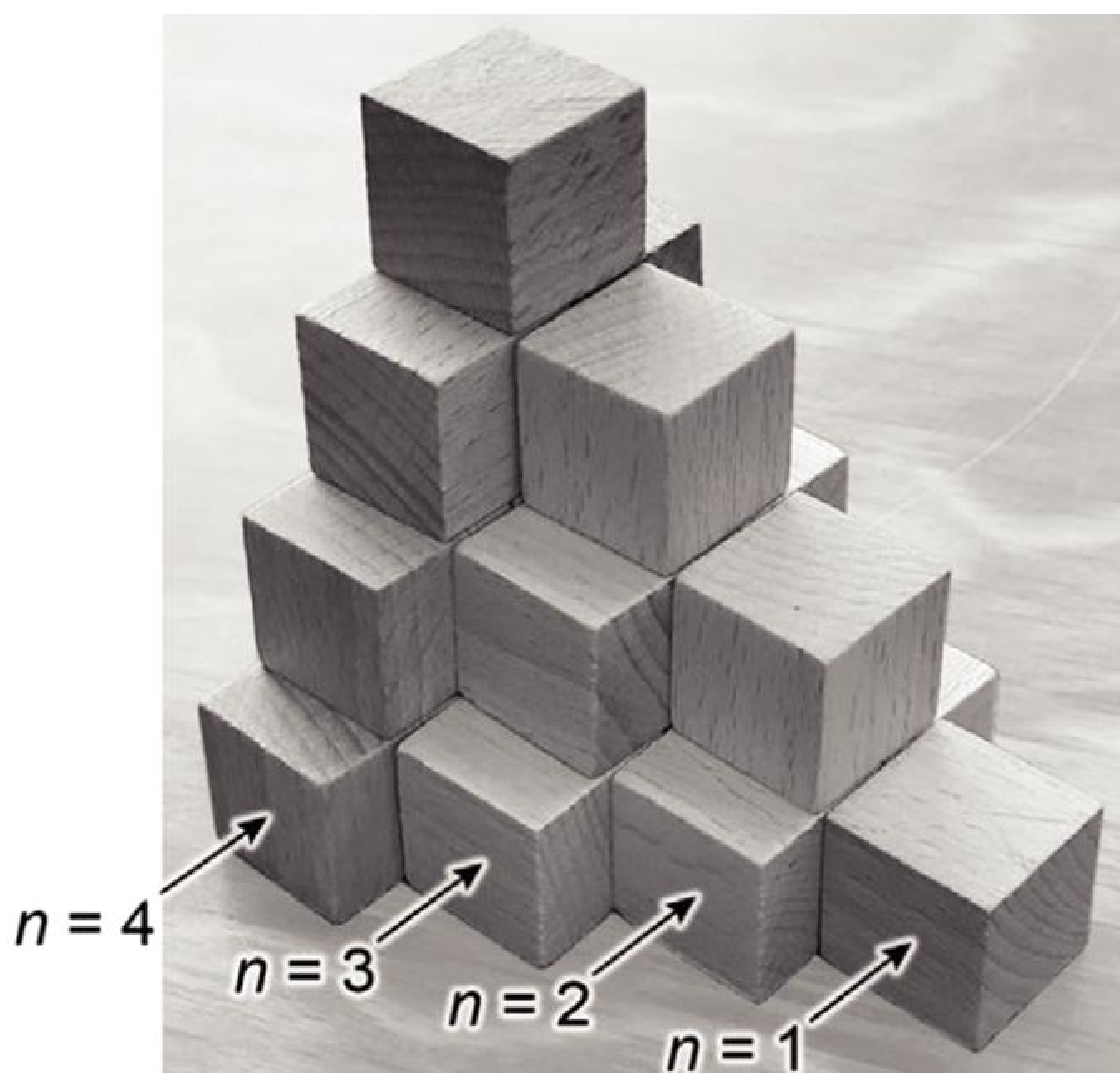
3p **8** [▸ WERKBOEK] In een van de drinkpakjes zit sinaasappelsap. Op het voorvlak van het pakje is een sinaasappelschijf getekend. Teken in het voorvlak een zo groot mogelijke halve cirkel en verdeel deze halve cirkel in vier gelijke delen.

5p **9** Bereken, zonder te meten, hoeveel cm de omtrek van het voorvlak is. Schrijf je berekening op.

3p **10** Bereken hoeveel cm^2 de oppervlakte van het voorvlak is. Schrijf je berekening op.

2p **11** De inhoud van het drinkpakje is 170 mL. Bereken hoeveel cm de diepte van het drinkpakje is. Schrijf je berekening op en geef je antwoord in één decimaal.
Als je geen antwoord hebt gevonden bij vraag 10, neem dan voor de oppervlakte van het voorvlak 63 cm^2.

Kubussen



Een bouwwerk van kubussen is met een bepaalde regelmaat gebouwd. De voorste rij ($n = 1$) bestaat uit 1 kubus, de rij erachter ($n = 2$) bestaat uit 3 kubussen, de derde rij (n = 3) bestaat uit 6 kubussen en de vierde rij ($n = 4$) bestaat uit 10 kubussen.

3p **12** Een kubus heeft ribben van 1 cm.
Teken het bovenaanzicht van dit bouwwerk op ware grootte.

Voor het berekenen van het aantal kubussen in een bepaalde rij kun je de volgende formule gebruiken.

$$k = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

Hierbij is k het aantal kubussen en is n het nummer van de rij.

Ga ervan uit dat er met deze regelmaat verder wordt gebouwd.

3p **13** Hoeveel kubussen zijn er in totaal voor een bouwwerk met 5 rijen nodig? Schrijf je berekening op.

3p **14** Voor welke rij zijn er voor het eerst meer dan 100 kubussen nodig? Schrijf je berekening op.

Alpe d'Huez

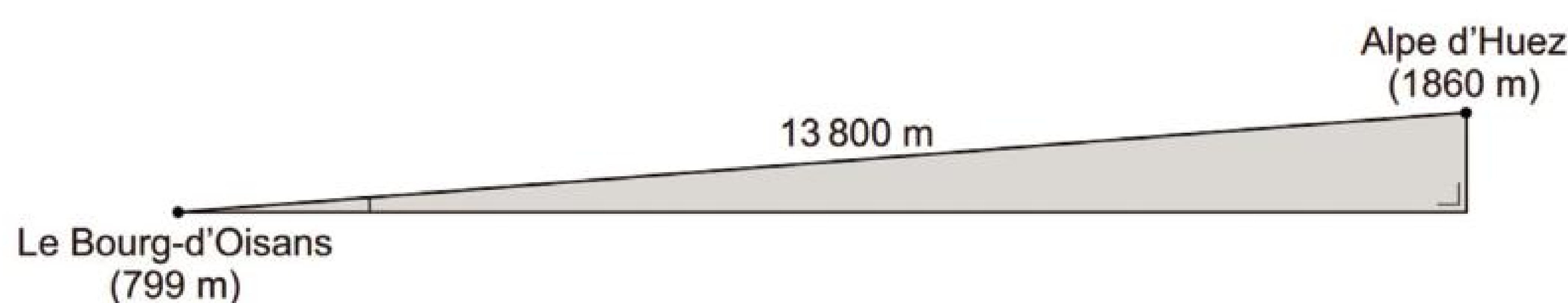


De Alpe d'Huez is een berg in de Franse Alpen. Elk jaar wordt de actie Alpe d'HuZes gehouden: deelnemers beklimmen deze berg om zo veel mogelijk geld in te zamelen voor het goede doel. Dit kan hardlopend, wandelend of fietsend zijn. In 2017 werd bij deze actie 10,4 miljoen euro ingezameld.

3p **15** In 2017 waren er 4200 deelnemers.
Bereken het gemiddelde bedrag in euro dat per deelnemer werd ingezameld. Schrijf je berekening op. Rond je antwoord af op honderdtallen.

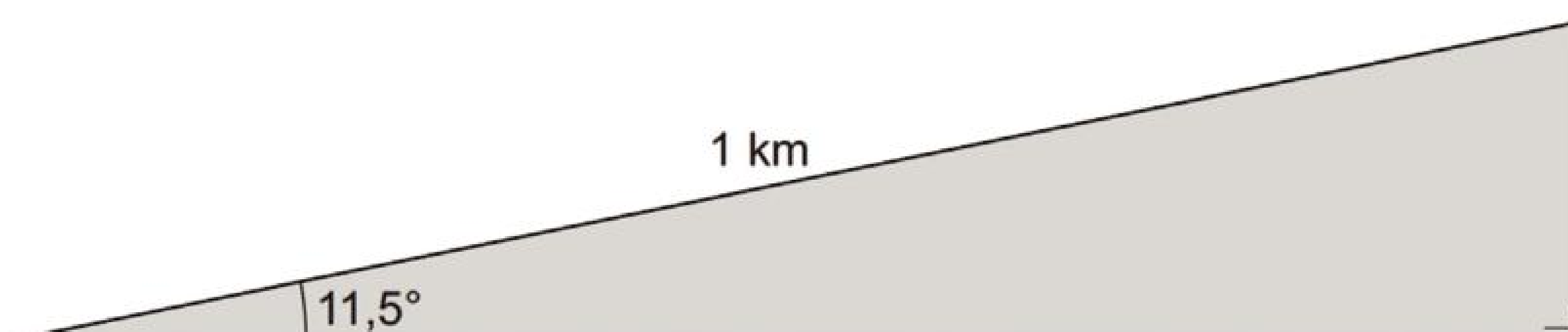
3p **16** In 2016 werd er 11,1 miljoen euro ingezameld.
Hoeveel procent werd er in 2017 minder ingezameld dan in 2016? Schrijf je berekening op.

Het startpunt van de klim ligt in Le Bourg-d'Oisans op 799 m hoogte. Het eindpunt ligt op de Alpe d'Huez op 1860 m hoogte. De weg van Le Bourgd'Oisans naar Alpe d'Huez is 13 800 m. Zie de schets hieronder.



4p **17** Bereken de aangegeven hellingshoek. Schrijf je berekening op.

4p **18** Bij het steilste deel van de weg heeft de helling over een afstand van 1 km een hellingshoek van 11,5°.



Bereken, zonder te meten, hoeveel meter het hoogteverschil tussen het begin en het eind van dit deel van de klim is. Schrijf je berekening op.

Kabelbaan





In een speeltuin staat een kabelbaan.

3p **19** Lune gaat van de kabelbaan af. In vier seconden heeft zij een afstand van 25 meter afgelegd.
Bereken haar gemiddelde snelheid in km per uur. Schrijf je berekening op.

Vanaf startpunt *S* rolt een katrol *K* langs een kabel naar beneden.

Als Lune van de kabelbaan gaat, is de hoogte van de katrol *K* te berekenen met de formule
$\textbf{\textit{hoogte}} = \mathbf{3{,}6} - \sqrt{(\mathbf{0{,}31} \times \textbf{\textit{tijd}})}$.

Hierin is *hoogte* in meters en *tijd* in seconden na de start.

1p **20** Laat met een berekening zien dat de katrol zich na 3 seconden op een hoogte van afgerond 2,6 meter bevindt.

4p **21** [▸ WERKBOEK] Teken in het assenstelsel de grafiek die bij de formule hoort. Vul eerst de tabel in.

4p **22** Aan de katrol zit een stang met onderaan een zitje. De afstand tussen het zitje en de katrol is 1,75 meter.
Bereken na hoeveel seconden het zitje 1 meter boven de grond is. Geef je antwoord in één decimaal. Schrijf je berekening op.

Lamp



Op de foto zie je een moderne lamp met een omhulsel. Het omhulsel bestaat uit 8 rechte stukken koperdraad met een lengte h en 5 cirkels koperdraad met een diameter d. De bovenste cirkel heeft ook nog één verbindingsstuk van koperdraad met een lengte d.

4p **23** Bij het omhulsel op de foto is $d = 20$ cm en $h = 40$ cm.
Bereken hoeveel cm koperdraad er voor het omhulsel gebruikt is. Schrijf je berekening op.

Xander gaat dit omhulsel zelf maken. Hij maakt de omtrek van de cirkels 50 cm.

2p **24** Bereken wat de lengte van het verbindingsstuk d dan is. Schrijf je berekening op.

4p **25** Om te berekenen hoeveel cm koperdraad Xander nodig heeft, gebruikt hij de formule ***lengte* = 266 + 8*h***. Hierbij is h de hoogte van het omhulsel in cm en lengte de hoeveelheid koperdraad die hij nodig heeft in cm. Xander gebruikt 6 m koperdraad.
Hoeveel cm hoog kan het omhulsel dan maximaal worden? Laat zien hoe je aan je antwoord komt. Geef je antwoord in hele cm.

Trefwoordenregister

U

V

W

Z

Verantwoording

Beeld
Illustraties: Richard van de Pol, Tilburg; Haasart, Wim de Haas, Rhenen
Technisch tekenwerk: Integra Software Services
Beeldresearch: B en U International Picture Service, Amsterdam
Cartografie: Van Oort redactie en kartografie, Almere

Foto's
Shutterstock: p. 6-7, 9 b, 11, 12, 13 b, 14, 15 o, 16 o, 17, 18 b, o, 19, 20, 22, 46, 50, 54-55, 56, 58, 69, 71, 100-101, 102, 106, 109, 111, 114 b, o, 115, 117 b, o, 121, 125, 143, 148, 157, 166 rb, 168, 210-211, 212, 228 b, 232, 238 b, 242, 244, 248
Nature in Stock: p. 8
Nationale Beeldbank: p. 9 o, 10, 15 b, 23, 34, 63, 67, 104, 108, 110, 116 b, o, 172
ANP Foto / Science Photo Library / Dennis Kunkel Microscopy: p. 13 o
iStockphoto: p. 16 b, 96, 113, 177, 181 l
Terence Woods / 247partyfoto.com: p. 21
ANP Foto / Hollandse Hoogte / GinoPress B.V.: p. 41
Cito: 59, 97, 98, 103 o, 165, 174, 208, 209, 214, 216, 217, 221, 223, 224 b, o, 226, 229 b, m, o, 231, 234 b, o, 236, 237, 239 b, o, 245, 247, 250, 251, 252, 253, 254
Dreamstime: p. 70, 243
Fab Lab Wiki – by NMÍ Kvikan (CC BY-SA 3.0): p. 99
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Erik-Jan Ouwerkerk: p. 103 b
Getty Images: p. 124
Depositphotos: p. 160-161
J. Verbeek, Velp: p. 164
Angel Photography, Amsterdam: p. 167, 206
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Harry Cock: p. 178
BeauEr / www.beauer.fr: p. 180 l, r
Tuindeco: p. 181 r
ESA / C. Carreau: p. 207
Wikimedia Commons: p. 213
ANP Foto / Hollandse Hoogte / AFP: p. 219, 220
Colin de Rover / www.colinderover.nl: p. 222 b, o
ANP Foto / Hollandse Hoogte / Buiten-Beeld / Jan Luit: p. 228 o
Camprilux a.s.b.l. / Les Campings et Hébergements Privés du Luxembourg: p. 238 o

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontlenen.

Colofon
Omslagontwerp: InOntwerp, Assen
Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers grafisch ontwerp, Sappemeer
Lay-out: Integra Software Services



Klimaatneutraal
Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.

0 / 21

978-90-01-89327-9



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.
Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.
Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.
Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.

Noordhoff

MIX
Papier van verantwoorde herkomst
FSC www.fsc.org
FSC® C118189

www.getalenruimte.noordhoff.nl

ISBN 978-90-01-89327-9

